

## Examen de Matemáticas – 3º de ESO

- Obtener el máximo común divisor y el mínimo común múltiplo de 72 y 108. **(1 punto)**
- Realiza la siguiente operación con fracciones y simplifica el resultado todo lo que puedas. **(1 punto)**

$$\frac{1}{3} + \frac{1}{2} : \frac{3}{5} \cdot \left( \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \cdot \frac{10}{3} + 4 \right)$$

- Utiliza las propiedades de las potencias para simplificar al máximo las siguientes expresiones. Puedes dejar el resultado en forma de potencia de base y exponente positivo. **(1 punto; 0,5 puntos por apartado)**

a)  $\frac{(3^4)^{-3} \cdot 3^3}{3^{-10}}$

b)  $3^5 \cdot 3^{-2} \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{-2}$

- Dados los polinomios:

$$P(x) = -2x^4 + x^2 - 3x + 1, \quad Q(x) = 2x^3 + x^2 + 1, \quad R(x) = -x^2 - 2x + 2$$

realiza las siguientes operaciones y ordena el polinomio resultante. **(2 puntos; 0,5 puntos por apartado)**

a)  $P(x) - Q(x) - R(x)$

b)  $Q(x) - 2P(x) + 3R(x)$

c)  $Q(x) \cdot R(x)$

d)  $[R(x) + Q(x)] \cdot P(x)$

- Resuelve las siguientes ecuaciones (la primera es de primer grado y la segunda de segundo grado): **(2 puntos; 1 punto por apartado)**

a)  $\frac{x+4}{2} - \frac{6-x}{4} = \frac{1-3x}{5} + 3$

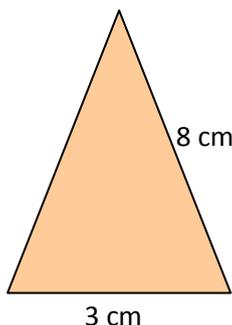
b)  $\frac{x^2-1}{2} - \frac{x-5}{6} = \frac{2}{3}(x+1)$

- Resuelve el siguiente sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas por el método que consideres más adecuado: **(1 punto)**

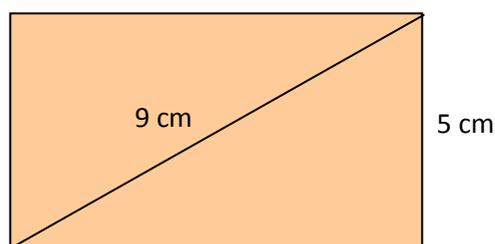
$$\left. \begin{array}{l} x-2 \\ \frac{2x+y}{4} - \frac{y-2}{2} = 5 - \frac{3x-5}{2} \end{array} \right\}$$

- Halla el área de las figuras sombreadas. **(2 puntos; 1 punto por apartado)**

a) Triángulo isósceles:



b) Rectángulo:



**Soluciones:**

1.  $72 = 2^3 \cdot 3^2$ ,  $108 = 2^2 \cdot 3^3$ ;  $mcd(72, 108) = 2^2 \cdot 3^2 = 36$ ,  $mcm(72, 108) = 2^3 \cdot 3^3 = 216$ .

2.  $\frac{1}{3} + \frac{1}{2} : \frac{3}{5} \cdot \left( \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \cdot \frac{10}{3} + 4 \right) = \frac{1}{3} + \frac{5}{6} \cdot \left( \frac{1}{2} - \frac{10}{6} + 4 \right) = \frac{1}{3} + \frac{5}{6} \cdot \left( \frac{3}{6} - \frac{10}{6} + \frac{24}{6} \right) = \frac{1}{3} + \frac{5}{6} \cdot \frac{17}{6} =$   
 $= \frac{1}{3} + \frac{85}{36} = \frac{12}{36} + \frac{85}{36} = \frac{97}{36}$ .

3. a)  $\frac{(3^4)^{-3} \cdot 3^3}{3^{-10}} = \frac{3^{-12} \cdot 3^3}{3^{-10}} = \frac{3^{-9}}{3^{-10}} = 3^1 = 3$ .

b)  $3^5 \cdot 3^{-2} \cdot \left( \frac{1}{3} \right)^{-2} = 3^3 \cdot \left( \frac{1}{3^{-2}} \right) = \frac{3^3}{3^{-2}} = 3^5 = 243$ .

4. a)  $P(x) - Q(x) - R(x) = (-2x^4 + x^2 - 3x + 1) - (2x^3 + x^2 + 1) - (-x^2 - 2x + 2) =$   
 $= -2x^4 + x^2 - 3x + 1 - 2x^3 - x^2 - 1 + x^2 + 2x - 2 = -2x^4 - 2x^3 + x^2 - x - 2$

b)  $Q(x) - 2P(x) + 3R(x) = (2x^3 + x^2 + 1) - 2(-2x^4 + x^2 - 3x + 1) + 3(-x^2 - 2x + 2) =$   
 $= 2x^3 + x^2 + 1 + 4x^4 - 2x^2 + 6x - 2 - 3x^2 - 6x + 6 = 4x^4 + 2x^3 - 4x^2 + 5$

c)  $Q(x) \cdot R(x) = (2x^3 + x^2 + 1)(-x^2 - 2x + 2) =$   
 $= -2x^5 - 4x^4 + 4x^3 - x^4 - 2x^3 + 2x^2 - x^2 - 2x + 2 = -2x^5 - 5x^4 + 2x^3 + x^2 - 2x + 2$

d)  $[R(x) + Q(x)] \cdot P(x) = [(-x^2 - 2x + 2) + (2x^3 + x^2 + 1)](-2x^4 + x^2 - 3x + 1) =$   
 $= (2x^3 - 2x + 3)(-2x^4 + x^2 - 3x + 1) = -4x^7 + 2x^5 - 6x^4 + 2x^3 + 4x^5 - 2x^3 + 6x^2 - 2x$   
 $- 6x^4 + 3x^2 - 9x + 3 = -4x^7 + 6x^5 - 12x^4 + 9x^2 - 11x + 3$

5. a)  $\frac{x+4}{2} - \frac{6-x}{4} = \frac{1-3x}{5} + 3 \Rightarrow 10(x+4) - 5(6-x) = 4(1-3x) + 60 \Rightarrow$   
 $\Rightarrow 10x + 40 - 30 + 5x = 4 - 12x + 60 \Rightarrow 15x + 10 \Rightarrow$   
 $\Rightarrow -12x + 64 \Rightarrow 15x + 12x = 64 - 10 \Rightarrow 27x = 54 \Rightarrow x = \frac{54}{27} \Rightarrow x = 2$ .

b)  $\frac{x^2-1}{2} - \frac{x-5}{6} = \frac{2}{3}(x+1) \Rightarrow 3(x^2-1) - (x-5) = 4(x+1) \Rightarrow$   
 $3x^2 - 3 - x + 5 = 4x + 4 \Rightarrow 3x^2 - 5x - 2 = 0 \Rightarrow$   
 $\Rightarrow x = \frac{5 \pm \sqrt{(-5)^2 - 4 \cdot 3 \cdot (-2)}}{2 \cdot 3} = \frac{5 \pm \sqrt{25 + 24}}{6} = \frac{5 \pm \sqrt{49}}{6} =$

$$= \frac{5 \pm}{6} \left\{ \begin{array}{l} x_1 \quad \frac{12}{6} = 2 \\ x_2 = \frac{-2}{6} = -\frac{1}{3} \end{array} \right.$$

$$6. \quad \frac{2x+y}{4} - \frac{y-2}{2} = 5 - \frac{3x-5}{2} \left\{ \begin{array}{l} x-2 \\ x-2 \end{array} \right\} \Rightarrow 2x+y-2(y-2) = 20-2(3x-5)$$

$$\Rightarrow \left. \begin{array}{l} x-2y=7 \\ 2x+y-2y+4=20-6x+10 \end{array} \right\} \begin{array}{l} x-2y=7 \\ 8x-y=26 \end{array} . \text{ Despejando } x \text{ de la primera ecuación } x=7+2y.$$

Sustituyendo este valor en la segunda:  $8(7+2y)-y=26 \Rightarrow$

$$\Rightarrow 56+16y-y=26 \Rightarrow 15y=-30 \Rightarrow y = \frac{-30}{15} \Rightarrow y = -2. \text{ De aqu\u00ed se obtiene el valor de la inc\u00f3gnita } x:$$

$$x=7+2y \Rightarrow x=7+2(-2)=7-4 \Rightarrow x=3.$$

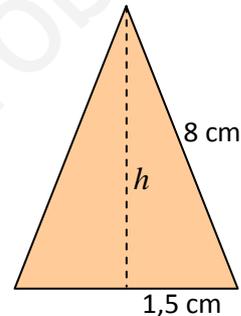
7. a) Hallemos la altura  $h$  utilizando el teorema de Pit\u00e1goras:

$$8^2 = h^2 + 1,5^2 \Rightarrow h^2 = 64 - 2,25 \Rightarrow h^2 = 61,75$$

$$\Rightarrow h = \sqrt{61,75} \Rightarrow h \cong 7,858 \text{ cm.}$$

Por tanto el \u00e1rea del tri\u00e1ngulo es

$$A = \frac{\text{base} \times \text{altura}}{2} = \frac{3 \cdot 7,858}{2} = 11,787 \text{ cm}^2.$$



- b) El lado  $a$  del rect\u00e1ngulo lo hallaremos utilizando el teorema de Pit\u00e1goras:

$$9^2 = 5^2 + a^2 \Rightarrow a^2 = 81 - 25 \Rightarrow a^2 = 56 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow a = \sqrt{56} \cong 7,48 \text{ cm.}$$

Por tanto el \u00e1rea del rect\u00e1ngulo es

$$A = \text{base} \cdot \text{altura} = 7,48 \cdot 5 = 37,4 \text{ cm}^2.$$

