

- En las últimas horas la temperatura en la Sierra de Béjar ha subido  $3^{\circ}\text{C}$  cada hora. Si la temperatura a las 10 de la mañana es de  $7^{\circ}\text{C}$ , ¿cuál era la temperatura a las 5 de la mañana?
- En un centro, están matriculados 230 alumnos en 3º de ESO. Si te digo que el número de chicos supera en cincuenta al número de chicas, ¿sabrías decirme cuántos chicos y chicas hay matriculados?
- Representa en la recta la siguiente situación: Estoy a 6 metros de altura. Bajé 10 metros.
- Representa en la recta la siguiente situación: Tenía 9 euros y perdí 5, ¿cuánto dinero me quedó?
- Representa en la recta numérica la siguiente situación:  $7 - 4 = 3$ .
- Representa sobre la recta los siguientes números, explicando el proceso que sigues para su representación:

$$\frac{2}{5}; -\frac{3}{4}; \frac{4}{7}$$

- ¿Cómo hallarías un número racional comprendido entre  $\frac{5}{7}$  y  $\frac{6}{7}$ ? ¿Puedes encontrar más de uno? ¿Y un número irracional?
- Realiza las siguientes operaciones con fracciones, simplificando el resultado:

$$\text{a) } \left(2 - \frac{1}{4} + \frac{3}{2}\right) \cdot \frac{4}{13} - \frac{1}{2} \cdot \left(5 + \frac{6}{4}\right) \quad \text{b) } \frac{3}{5} \cdot \left(\frac{1}{3} - (-2) + \frac{1}{2}\right) - 3 \cdot \left(\frac{2}{3} - \frac{4}{9}\right)$$

$$\text{c) } \left(3 - 4 \cdot \left(\frac{5}{6} + \frac{3}{4}\right) + 1\right) \cdot \left(\frac{1}{2} - \frac{7}{4}\right) \quad \text{d) } \left(\frac{3}{5} - 1\right) : \left(-1 + \frac{5}{2} \cdot \left(\frac{4}{3} - \frac{1}{2}\right)\right)$$

$$\text{e) } \frac{\left(\frac{3}{4} - 5 + \frac{2}{3}\right) \cdot 2 - 3}{4 \cdot \left(\frac{3}{2} - \frac{5}{4}\right) + 2} \quad \text{f) } \frac{2 - \frac{3}{5}}{1 + \frac{3}{2}} + 2 \cdot \left(\frac{2}{5} - \frac{8}{10}\right)$$

$$\text{Sol: } -\frac{24}{65}; \frac{35}{12}; -\frac{9}{4}; -\frac{6}{25}; \frac{31}{30}; -\frac{61}{18}$$

- De las 24 horas que tiene un día, Luis pasa  $\frac{1}{3}$  durmiendo y  $\frac{1}{4}$  en clase. De su tiempo libre, dedica  $\frac{1}{5}$  a ver la televisión. a) ¿Cuánto tiempo está ante el televisor? b) Si la cuarta parte de ese tiempo son anuncios y cada anuncio dura 20 segundos, ¿cuántos anuncios ve en una semana?
- Calcula los errores absoluto y relativo que se cometen al tomar 6,153 como aproximación del número  $\frac{80}{13}$ .
- Halla los errores absoluto y relativo que se producen al aproximar  $\frac{4}{7}$  por 0,571.
- Indica cuál es el conjunto numérico más pequeño que contiene a cada uno de los siguientes números y ordénalos (Naturales  $\mathbb{N}$ , Enteros  $\mathbb{Z}$ , Racionales  $\mathbb{Q}$ , Reales  $\mathbb{R}$ ).

$$-\sqrt{5} \quad 3,131313... \quad -\frac{2}{3} \quad |-3| \quad -5 \quad 3,123123412345... \quad \sqrt{15} \quad 3,5$$

13. Efectúa los siguientes cálculos, expresando el resultado en forma de potencia o radical:

$$a) \left(\frac{2}{3}\right)^4 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^6 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^0 = \quad c) \left(\frac{1}{4} \cdot \frac{3}{5} \cdot \frac{4}{3}\right)^{-6} = \quad e) \sqrt{\frac{8^4}{(-6)^6}} =$$

$$b) \left(-\frac{4}{7}\right)^{-3} : \left(\frac{7}{4}\right)^5 = \quad d) \sqrt{\frac{64}{729}} : \left(\frac{3}{2}\right)^{-4} = \quad f) \left(\frac{5}{2}\right)^0 \cdot \left(\frac{5}{2}\right)^{-4} \cdot \left(-\frac{5}{2}\right)^6 =$$

14. Efectúa las siguientes sumas de radicales semejantes:

$$a) 3\sqrt{2} + 5\sqrt{8} - 4\sqrt{18} = ; \quad b) \sqrt{12} + 6\sqrt{27} - 4\sqrt{3} = ; \quad c) -8\sqrt{5} + 2\sqrt{125} - 6\sqrt{20} =$$

15. Realiza los siguientes cálculos, pasando previamente los números decimales a su fracción generatriz. Simplifica los resultados.

$$a) \frac{2,1\widehat{6} - \frac{13}{3}}{\frac{3,174}{0,0\widehat{1}}} ; \quad b) \frac{-5,3,2}{\frac{2,317}{0,0\widehat{2}}} ; \quad c) \frac{\frac{4}{3} - \left(\frac{3}{5} : \frac{1}{2}\right)}{3 - \frac{1}{5}\left(1 - \frac{2}{3}\right)}$$

16. Calcula, pasando previamente las expresiones decimales a sus fracciones generatrices y simplificando al máximo:

$$a) \frac{-5,5 + 1,5\left(\frac{18}{3} - 0,6\right)}{1,0\widehat{5} - \frac{1}{2}} ; \quad b) \frac{5}{7}\sqrt{20} - 1,3\sqrt{405} + 0,05\sqrt{2000}$$

17. Calcula, simplificando al máximo:

$$a) \frac{2}{5} \cdot \frac{5}{3} - \frac{5}{3} \cdot \frac{16}{5} + \left(\frac{-13}{3}\right) ; \quad b) \sqrt{2} + 5\sqrt{72} - \frac{4}{3}\sqrt{18} + 3\sqrt{1 - \frac{7}{9}} ; \quad c) \frac{1 - \frac{1}{5}\left(1 - \frac{2}{3}\right)}{\left(\frac{3}{5} : \frac{1}{2}\right) - \frac{4}{3}}$$

18. Se vendieron las  $\frac{3}{5}$  partes de un solar y posteriormente  $\frac{4}{5}$  partes de lo que quedaba. ¿Qué fracción queda sin vender?

19. Un dependiente ha vendido  $\frac{2}{7}$  partes de una pieza de lona para toldos, y otro dependiente ha vendido  $\frac{1}{5}$  del resto. ¿Qué fracción de la pieza se ha vendido y qué fracción queda sin vender?

20. Una finca de 405 hectáreas tiene sembrados  $\frac{1}{3}$  de trigo y  $\frac{2}{5}$  de cebada. ¿Cuántas Ha se han dedicado a cada cereal?

21. Escribe en notación científica: 5468000000000000000; 0,0000000000000253

- Escribe 3 fracciones que representen el mismo número que:  $\frac{2}{3}$ ;  $-\frac{3}{7}$ ;  $-\frac{5}{4}$ ;  $-\frac{11}{3}$
- Escribe 3 fracciones equivalentes a  $\frac{260}{270}$  cuya expresión sea más sencilla que la dada.
- Escribe una fracción equivalente a  $\frac{3}{20}$  cuyo denominador sea: 220; 1260; 420.
- Calcula el valor de x para que los siguientes pares de fracciones sean equivalentes:
  - $-\frac{3}{4}$  y  $\frac{x}{60}$ ;
  - $\frac{4}{11}$  y  $\frac{12}{x}$ ;
  - $-\frac{x}{5}$  y  $\frac{42}{30}$ ;
  - $\frac{4}{x}$  y  $\frac{x}{25}$
- Halla la fracción irreducible de:
 
$$\frac{720}{9000}; \frac{3675}{23625}; \frac{1078}{1274}; \frac{2160}{648}$$
- Representa sobre la recta real el valor de  $\sqrt{3}$ .
- Calcula el valor aproximado de  $\frac{\sqrt{5}-\pi}{\sqrt{6}}$  con tres decimales exactos. Calcula el error máximo cometido, suponiendo  $3,1415 < \pi < 3,1416$
- Al realizar la medida de un niño de 92 cm. de altura se midió 90 cm. Al calcular la altura de una torre de 38 m. obtuvimos 37 m. ¿Cuál de las dos medidas es más precisa? ¿Por qué?
- Expresa en notación científica los siguientes números:  
 16.000.000; 35 billones; 0,05; 0,0000025; 0,253;  
 0,000571;  $0,5 \cdot 10^{-2}$ ; 500.000; 7.750.000.000; 33.000.000.000;  
 0,00034; 0,000007; 0,00000014; 260.000.000.000; 0,0000000234;
- Realiza las siguientes operaciones (se puede utilizar calculadora, pero hay que justificar la respuesta):
  - $(5,3 \cdot 10^4) \cdot (8,2 \cdot 10^5)$ ;
  - $(3,25 \cdot 10^{-4}) \cdot (5,33 \cdot 10^{-8})$ ;
  - $(7,22 \cdot 10^{-6}) : (4,25 \cdot 10^{-2})$ ;
  - $(5,264 \cdot 10^{-3}) : (1,3 \cdot 10^5)$
- Un determinado virus tiene una longitud de 0,25 micras ( $\mu$ ). Si una micra es la millonésima parte del metro, ¿cuál es la longitud del virus expresada en metros?
- Efectúa las siguientes operaciones:
  - $\frac{(\sqrt{3})^5 \cdot \pi^3 \cdot (\sqrt{3})^{-3} \cdot \pi^{-1}}{\pi^2 \cdot (\sqrt{3})^{-5} \cdot \pi^{-4} \cdot (\sqrt{3})^3}$ ;
  - $\frac{\left(1-\frac{2}{5}\right)^2 \cdot \left(\frac{3}{5}\right)^4}{\left(\frac{8}{5}-1\right)^6 \cdot \left(\frac{7}{5}-\frac{8}{10}\right)}$
- Extrae todos los factores posibles de los siguientes radicales:
  - $\sqrt{2^3 \cdot 3^2 \cdot 5}$ ;
  - $\sqrt{128}$ ;
  - $\sqrt{288}$ ;
  - $\sqrt{2^5 \cdot 3^2 \cdot a \cdot b^2}$ ;
  - $\sqrt{5^6 \cdot 7 \cdot a^4 \cdot b^5}$ ;
  - $\sqrt{243 \cdot a^2 \cdot b^9}$

14. Extrayendo previamente factores de los radicales efectúa las siguientes operaciones con raíces:

a)  $\sqrt{72} - \sqrt{125} + \sqrt{20}$ ;      b)  $(\sqrt{8} + \sqrt{18}) \cdot \sqrt{2}$ ;      c)  $(\sqrt{8} + \sqrt{18}) \cdot (\sqrt{8} - \sqrt{18})$   
d)  $(\sqrt{8} + \sqrt{18})^2$ ;      e)  $\sqrt{128} - \sqrt{72} + \sqrt{18}$ ;      f)  $\frac{\sqrt{27} + \sqrt{48}}{\sqrt{3} - \sqrt{75}}$   
g)  $2\sqrt{32} - 5\sqrt{2} + 3\sqrt{128}$ ;      h)  $\sqrt{180} \cdot \sqrt{245}$ ;      i)  $7\sqrt{8} + \sqrt{12} - \sqrt{32} - \sqrt{75}$

15. Introduce los factores exteriores dentro de los radicales:

a)  $5\sqrt{10}$ ;      b)  $\frac{1}{2}\sqrt{8}$ ;      c)  $\frac{2}{3}\sqrt{\frac{3}{2}}$ ;      d)  $2a\sqrt{2a}$ ;      e)  $5a^3\sqrt{a}$ ;      f)  $\frac{a^2b}{2}\sqrt{2ab}$

16. Simplifica las siguientes expresiones:

a)  $\frac{2^3 \cdot 2^7 \cdot 2^{-3} \cdot 2^5}{2^4 \cdot 2^6 \cdot 2^{-2} \cdot 2^9}$ ;      b)  $\frac{2^3 \cdot 3^5 \cdot 5^2 \cdot 11}{2^2 \cdot 3^3 \cdot 5^2 \cdot 13}$ ;      c)  $\frac{3^{\frac{1}{2}} \cdot 2^{\frac{3}{5}} \cdot 7^{\frac{5}{4}}}{3^{\frac{3}{2}} \cdot 2^{\frac{1}{5}} \cdot 7^{\frac{1}{4}}}$   
d)  $\frac{2^{-4} \cdot 4^2 \cdot 3^2 \cdot 9^{-1}}{2^{-5} \cdot 8^{-1} \cdot 9 \cdot 3^3}$ ;      e)  $\frac{a^2b^3c^4}{a^{-1}b^2c^3}$ ;      f)  $\frac{(2^4)^3 \cdot (3^{-2})^{-3} \cdot (6^{-1})^4}{2^{-5} \cdot (3^3)^{-2} \cdot 36^{-3}}$

17. El volumen estimado de todos los océanos de la Tierra es de 1.285.600.000  $km^3$  y el volumen de agua dulce estimado es de 35.000.000  $km^3$ . ¿Cuál es la proporción?

18. Efectúa las siguientes operaciones:

a)  $3\sqrt{6} - 2\sqrt{150} + \frac{1}{3}\sqrt{54} + \sqrt{2}$ ;      b)  $2\sqrt{160} + 3\sqrt{27} + \sqrt{90} - 2\sqrt{300}$ ;      c)  $\frac{4\sqrt{18} - 6\sqrt{8} + 8\sqrt{50}}{4\sqrt{2}}$ ;  
d)  $\frac{3\sqrt{20} + 2\sqrt{45} - \sqrt{125} + 3\sqrt{5}}{\frac{3}{2}\sqrt{80}}$       e)  $-\frac{1}{3}a\sqrt{63} + 3\sqrt{7a^2} + \frac{3a}{2}\sqrt{28}$       f)  $3\sqrt{a^3} - \sqrt{20a^2} - 2a\sqrt{9a} + a\sqrt{80}$

19. ¿Qué diferencia hay entre las expresiones decimales de un número racional y de un número irracional? Pon ejemplos.

20. Realiza las siguientes operaciones con radicales:

a)  $\frac{\sqrt{2^3 \cdot 3^3 \cdot 5^2} \cdot \sqrt{2^6 \cdot 3^8 \cdot 5^3}}{\sqrt{2^{11} \cdot 3^4 \cdot 5}}$       b)  $\frac{\sqrt{625 \cdot a^3}}{\sqrt{125 \cdot a^2} \cdot \sqrt{25 \cdot a^3}}$   
c)  $\frac{\sqrt{2^5 \cdot a^3} \cdot \sqrt{3 \cdot b^7}}{\sqrt{3^3 \cdot a^9} \cdot \sqrt{2^4 \cdot b^2}}$       d)  $\frac{\sqrt{128 \cdot a^6 \cdot b} \cdot \sqrt{16 \cdot a^3 \cdot b^2}}{\sqrt{8 \cdot a^2} \cdot \sqrt{4 \cdot a^2 \cdot b^5}}$

21. Razona con ejemplos las siguientes cuestiones:

- La suma de dos números irracionales, ¿es siempre un número irracional?
- El producto de dos números irracionales, ¿es siempre un número irracional?
- Si la raíz cuadrada de un número es irracional, ¿el número ha de ser forzosamente irracional?
- El cuadrado de un número, ¿es siempre mayor que dicho número?
- La raíz cuadrada de un número, ¿es siempre menor que dicho número?

- Una casa de acogida necesita 250€ para poder atender a 18 personas durante 12 días. ¿Cuánto dinero necesitará para poder alojar a 24 personas durante 9 días?
- Las magnitudes A y B son directamente proporcionales. Halla la constante de proporcionalidad y completa la tabla

A	2	3	6		12
B	6			21	

- Las magnitudes A y B son inversamente proporcionales. Halla la constante de proporcionalidad y completa la tabla:

A	2	3		60	12
B	60		24		

- En una Olimpiada de Matemáticas se reparte un premio de 1650€ entre los tres primeros, de modo inversamente proporcional al tiempo que han tardado en resolver el problema. Si el primero tardó 12 minutos, el segundo 15 y el tercero 18, ¿cuánto dinero recibirá cada uno?
- Una fiesta tiene una relación de chicos-chicas de 7 a 4. Llegan 5 chicas más y la relación pasa a ser de 4 a 3. ¿Cuántas personas hay en la fiesta?
- La subida salarial en una empresa en los últimos tres años ha sido del 4%, 3% y 1%. a) ¿Cuánto cobra actualmente un empleado que cobraba 1600€ hace tres años? b) ¿En qué porcentaje se ha incrementado su sueldo después de las tres subidas?
- A un empleado le han incrementado su sueldo un 2% durante los últimos cinco años. ¿Gana ahora un 10% más que hace cinco años?
- Un jugador de baloncesto ha conseguido 12 canastas de 18 lanzamientos. ¿Cuál ha sido su porcentaje de aciertos?
- Reparte el número 4371 en partes inversamente proporcionales a 3, 4 y 5.
- Una persona lee 2 horas diarias a razón de 5 páginas por hora, y tarda 15 días en leer un libro. Si leyese 3 horas diarias a razón de 8 páginas por hora, ¿cuántos días tardaría en leer el mismo libro?
- Juan compra en rebajas un frigorífico cuya etiqueta marca 432€. Le hacen un descuento del 25% y le aplican un IVA del 21%. ¿Cuánto tiene que pagar por el electrodoméstico?
- Reparte el número 360 en partes directamente proporcionales a 4, 6 y 8.
- En una excursión de tres días, 8 amigos pagaron 1200 €. ¿Si la excursión fuese de cinco días y asistiesen a ella 12 amigos, cuánto deberían abonar cada uno?
- Tres robots han pintado 27 coches 3 horas. ¿Cuántos robots se necesitan para pintar 36 coches en dos horas?
- Siete fotocopiadoras tardan 10 minutos en hacer 1400 fotocopias. Si se averían dos fotocopiadoras y necesitamos hacer 600 fotocopias, ¿cuánto tiempo se tardará?
- Un taller, trabajando 8 horas diarias, ha necesitado 5 días para fabricar 1 000 piezas. ¿Cuántos días tardará en hacer 3 000 piezas trabajando 10 horas diarias?

1. Escribe los seis primeros términos de las siguientes sucesiones:  
 a)  $1, 9, 17, 25, \dots$  ; b)  $2, -4, 8, -16, \dots$  ; c)  $x, 2x, 4x, 8x, \dots$  ; d)  $3, 3, 6, 9, 15, \dots$
2. Calcula los cinco primeros términos de las siguientes sucesiones:  
 a)  $a_n = -4n + 2$       b)  $b_n = n^2 + 1$       c)  $c_n = 2^{-n}$       d)  $d_n = (n - 2)^n$
3. Encuentra el término general de las siguientes sucesiones aritméticas:  
 a)  $7, 11, 15, \dots$  ; b)  $3, -2, -7, \dots$  ; c)  $-7, -3, 1, \dots$  ; d)  $\frac{1}{2}, \frac{3}{4}, 1, \frac{5}{4}, \dots$
4. Escribe el término general y los tres primeros términos de la progresión aritmética cuyo primer término es  $a_1 = 3$  y la diferencia es  $d = -15/4$ .
5. En una progresión aritmética el término  $a_{11} = 3$  y la diferencia es  $d = 2/7$ . Calcula el primer término.
6. En una progresión aritmética conocemos el décimo quinto término que vale 19 y el octavo que es 28. Calcula la diferencia y el primer término.
7. Calcula la suma de los 50 primeros términos de una progresión aritmética cuyo término general es  $a_n = \frac{3n + 4}{2}$
8. En una progresión aritmética el primer término vale 3 y el sexto término vale 8. Calcula la diferencia.
9. En las siguientes progresiones aritméticas, calcula el término que ocupa el último valor:  
 a)  $4, 6, 8, \dots, 30$  ; b)  $7/2, 5/2, 3/2, \dots, -21/2$
10. En una progresión aritmética conocemos los términos  $a_5 = 7$  y  $a_7 = 25/3$ . Calcula la diferencia y el primer término.
11. Calcula la suma de los 15 primeros términos de la progresión aritmética cuyo término general es  $a_n = 3n + 12$ .
12. Calcula la suma de los 12 primeros términos de la progresión aritmética cuyo término general es  $a_n = \frac{n + 4}{3}$
13. Determina cuánto miden los lados de un triángulo rectángulo, sabiendo que están en progresión aritmética de diferencia 2.
14. Las medidas de los ángulos de un triángulo forman una progresión aritmética cuya diferencia es de  $12^\circ$ . ¿Cuánto miden?
15. Entre cinco personas se repartieron 100 medidas de trigo, de tal manera que la **segunda** recibió más que la **primera** tanto como lo que correspondió a la **tercera** más que a la **segunda**, a la **cuarta** más que a la **tercera** y a la **quinta** más que a la **cuarta**. Además, la suma de lo que recibieron las dos primeras es la tercera parte de lo que recibieron los demás. ¿Cuántas medidas de trigo correspondieron a cada persona?

(Este es el ejemplo más antiguo que se conoce de una progresión aritmética, aparece en el papiro egipcio de Rhind fechado, aproximadamente, en el año 2.000 antes de Cristo)

1. Dadas las siguientes sucesiones numéricas, indica cuáles de ellas son progresiones geométricas, escribiendo su razón:
  - a)  $1, \frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \dots$
  - b)  $1, \sqrt{2}, \sqrt{3}, 2, \sqrt{5}, \dots$
  - c)  $\frac{1}{9}, \frac{1}{3}, 1, 3, 9, \dots$
  - d)  $6, 3, \frac{3}{2}, \frac{3}{4}, \dots$
  - e)  $2, 2\sqrt{5}, 10, 10\sqrt{5}, 50, \dots$
  - f)  $-\frac{3}{2}, 1, -\frac{2}{3}, 2, -\frac{4}{9}, \dots$
2. Halla el séptimo término de una progresión geométrica sabiendo que el tercer término es 18 y el quinto 162.
3. Calcula el quinto término de una progresión geométrica de primer término  $a_1 = 3$  y de razón  $r = \sqrt{2}$ .
4. Calcula la suma de los 10 primeros términos de una progresión geométrica cuyos primeros términos son: 8, 4, 2, 1,...
5. La suma de los infinitos términos de una progresión geométrica es 6 y su primer término es 4. Halla la razón.
6. Halla la suma de todos los términos de una progresión geométrica de primer término  $a_1 = -4$  y quinto término  $a_5 = -\frac{1}{4}$ .
7. Calcula la suma de los infinitos términos de una progresión geométrica decreciente de primer término 0,9 y razón 0,1.
8. La suma de los infinitos términos de una progresión geométrica decreciente es 18 y la diferencia entre los dos primeros es 2. Determinar la progresión, sabiendo que está formada por números positivos.
9. En una progresión geométrica,  $a_5 = \sqrt{2}$  y  $a_9 = \frac{\sqrt{2}}{4}$ . Determina la razón y la suma de los infinitos términos de la progresión.
10. El primer término de una progresión geométrica es 225 y el cuarto término es  $\frac{72}{5}$ . Calcula la suma de sus infinitos términos.
11. La suma de los infinitos términos de una progresión geométrica decreciente es 64. El segundo término es 16. Determina la progresión.
12. La suma de los infinitos términos de una progresión geométrica es 12 y su razón  $r = \frac{1}{2}$ . Halla el primer término.
13. En una progresión geométrica  $a_1 = 4$ ;  $a_n = 4096$ ;  $S_n = 5460$ . Determina la razón y el número de términos.
14. Las edades de tres hermanos están en progresión geométrica y suman 21. Sabiendo que la edad del menor es 3, calcula la edad de los otros dos. *Sol: 3, 6, 12.*
15. Un mendigo pide alojamiento para 20 días a un avaro. El avaro le pide por el alojamiento 50 € por el primer día, 60 € por el segundo día, 70 € por el tercero, y así sucesivamente, cada día 10 € más que el anterior. El mendigo acepta con la condición de que el avaro le dé a él 1 céntimo el primer día, 2 céntimos el segundo día, 4 céntimos el tercero, y así sucesivamente, cada día doble que el anterior. ¿Cuál será el saldo una vez que hayan transcurrido los veinte días?

1. Expresa en lenguaje algebraico, utilizando una única variable:
  - a) Tres números enteros consecutivos; b) Tres números pares consecutivos; c) Tres números impares consecutivos; d) Dos números cuyo cociente es 4; e) Dos números cuya suma es 10; f) La diferencia de un número y su cuadrado es  $-6$ ; h) Dos números cuyo producto es 12.
2. Escribe las siguientes ecuaciones con una variable o incógnita:
  - a) La suma de los cuadrados de dos números consecutivos es 221; b) La diferencia entre los cuadrados de dos números consecutivos es 41; c) El producto de un número por su tercera parte es 27; d) El producto de dos números consecutivos es 72; e) El producto de dos números pares consecutivos es 2024.
3. Calcula, en cada caso, el valor numérico de las siguientes expresiones algebraicas:
  - a)  $2a - 3b^2$  si  $a = 16$ ,  $b = -4$       d)  $3xy - 7x + y$  si  $x = -1$ ,  $y = 2$
  - b)  $xy^2 + x^2y - 3x$  si  $x = -1$ ,  $y = -2$       e)  $3ab - 4b^2 + 5 \cdot (b - a)$  si  $a = -3$ ,  $b = 2$
  - c)  $2x^3 + 7x^2 + 3x - 5$  si  $x = -3$       f)  $a^2 + b^2 - 2ab$  si  $a = 4$ ,  $b = -2$
4. Desarrolla las siguientes identidades notables:
  - a)  $(a + b)^2$     b)  $(3x - y)^2$     c)  $(x - 4) \cdot (x + 4)$     d)  $(2x - 3y)^2$     e)  $(2 + x)^2$     f)  $(5 - x)^2$
5. Ordena de forma decreciente ( de mayor grado a menor grado) los siguientes polinomios, y calcula el grado, el coeficiente principal y el término independiente:
  - a)  $7x^2 - 5x^3 + 4$     b)  $-9x^2 - 6x^5 - 7 + 4x^6$
6.
  - c)  $8x^2 - 5x + 4x^5$     d)  $-7x^2 - x^8 - 7x + 9 - 4x^6$
7. Calcula los valores de  $a$ ,  $b$  y  $c$  para que los siguientes polinomios sean iguales:
  - a)  $P(x) = 5x^4 + ax^3 + bx^2 + 4x + 1$      $Q(x) = cx^4 - 7x^3 + 4x + 1$
  - b)  $P(x) = ax^5 + 7x^3 - 5x + 3$      $Q(x) = 2x^5 - bx^3 + cx + 3$
  - c)  $P(x) = 6x^3 - ax^2 + bx - 2$      $Q(x) = 6x^3 - x^2 + c$
8. Un prisma cuadrangular tiene de base  $x$  cm y de altura el triple que la base. Expresa en función de  $x$  su área total y su volumen.
9. Los ingresos y gastos de una empresa, expresados en millones de euros, vienen dados en función de los años que lleva funcionando por  $I(t) = t^2 - 3t + 5$ ;  $G(t) = t^2 - 4t + 9$ . Calcula sus beneficios:  $B(t) = I(t) - G(t)$ .
10. Efectúa la suma y la resta de los siguientes polinomios:
 
$$P(x) = 7x^4 - 6x^3 + 5x - 3 \quad Q(x) = 7x^4 + 8x^3 - x^2 + 4x + 6$$
 ¿Cuál es el grado del polinomio resultante, en cada caso?
11. Dados los polinomios  $P(x) = 2x^4 - 3x^2 + 5x - 2$ ,  $Q(x) = x^3 - 3x^2 + 4$  y  $R(x) = x^3 + 3x^2 + 1$ . Realiza las siguientes operaciones:
  - a)  $P(x) \cdot Q(x)$ ; b)  $Q(x) \cdot R(x)$ ; c)  $P(x) \cdot [Q(x) + R(x)]$ ; d)  $P(x) - Q(x) \cdot R(x)$
12. Desarrolla las siguientes identidades notables:
  - a)  $(2x - 3)^2$     b)  $(4x^2 + 2x)^2$     c)  $(3x - 5)(3x + 5)$     d)  $(\sqrt{5}x - 1)^2$
  - e)  $(2x^3 + x^2)^2$     f)  $(5x + 7)(5x - 7)$     g)  $(3x^2 - 1)^2$     h)  $(5x - 4)(5x + 4)$

1. Razona con ejemplos las siguientes cuestiones:
  - a) Si se multiplican dos polinomios de grados 8 y 6, respectivamente, ¿qué grado tiene el producto? ¿Y el cociente?
  - b) ¿En qué consiste la propiedad distributiva del producto para la suma? Pon un ejemplo.
  - c) ¿Qué es sacar factor común? Aplíquese al polinomio  $5x^3 + 15x^2 - 35x$ . ¿En qué propiedad se fundamenta este proceso?
2. Efectúa las siguientes divisiones de polinomios:
  - a)  $(3x^4 + 5x^3 - 3x^2 + 6x + 1) : (x^2 - x + 2)$
  - b)  $(x^4 - 3x^3 + 2x^2 - 3x + 5) : (x^2 + x + 5)$
  - c)  $(2x^5 - 4x^3 + 6x^2 - 3) : (x^3 + 1)$
3. Aplica la regla de Ruffini para efectuar las siguientes divisiones. Indica cuál es el cociente y cuál el resto.
  - a)  $(x^4 - 3x^3 + x - 1) : (x + 1)$
  - b)  $(2x^5 - 3x^4 + 4x^3 + x^2 - 2x + 3) : (x - 2)$
  - c)  $(x^3 - 1) : (x + 2)$
  - d)  $(x^4 + x^2 - 2x + 7) : (x - 1)$
  - e)  $(2x^6 - 4x^5 + 3x^2) : (x + 1)$
  - f)  $(x^4 - 2x^3 + 5x^2 - 6x + 3) : (x - 2)$
  - g)  $(3x^3 - 4x^2 + 5x - 6) : (x + 1)$
  - h)  $(x^5 - 3x^3 + x^2 - 1) : (x - 3)$
4. Halla el resto de estas divisiones sin efectuar la división.
  - a)  $(x^3 - 2x^2 - 3) \div (x - 1)$    b)  $(a^3 - 1) \div (a - 1)$    c)  $(2x^4 - 2x^3 + 3x^2 + 5x + 10) \div (x + 2)$
5. Calcula el valor que debe tener  $a$  para que el polinomio  $(a + 1)x^3 - (2a - 1)x^2 + ax - 7$  sea divisible por  $x + 2$ .
6. Calcula el valor de  $m$  en los siguientes polinomios para que sean divisibles por los binomios que se indican:
  - a)  $(5x^4 + mx^3 + 2x - 3) \div (x + 1)$    b)  $(3x^2 - mx + 10) \div (x - 5)$    c)  $(3x^3 - 7x^2 - 9x - m) \div (x - 3)$
7. Factoriza los siguientes polinomios:
  - a)  $2x^4 + 5x^3 - 11x^2 - 20x + 12$    b)  $x^5 + 3x^4 - x^3 - 3x^2$    c)  $3x^4 - 16x^3 + 23x^2 - 6x$
8. Determina, sin realizar ninguna operación, si 5 es una raíz del polinomio  $4x^3 + 7x^2 - 3x + 1$ . Justifica la respuesta.
9. Escribe un polinomio de grado 3 cuyas raíces enteras sean  $-7$ ,  $1$  y  $3$ , y además  $P(-1) = 96$
10. Indica cuáles son las raíces de estos polinomios sin desarrollar las expresiones:
  - a)  $P(x) = 2(x - 2)(x + 3)(x + 1)^2$
  - b)  $Q(x) = 5x(x + 4)(x - 3)(x - 1)$

1. Halla los valores de x para los que el valor numérico de las siguientes fracciones algebraicas es indeterminado:

a)  $\frac{x^2 + 5x - 3}{x^2 - 2x + 1}$    b)  $\frac{x + 4}{(x - 4)(x + 2)}$    c)  $\frac{4x - 1}{(x^2 - 4x + 3)(x^2 + 5)}$

2. Simplifica las siguientes expresiones algebraicas:

a)  $\frac{x^2 - 1}{x + 1}$    b)  $\frac{3x^2 - 6x - 9}{2x - 6}$    c)  $\frac{x^3 - x^2 + 3x - 3}{x^2 - 1}$   
d)  $\frac{x^2 - x - 6}{x - 3}$    e)  $\frac{x^2 - 5x + 4}{x^2 - 8x + 7}$    f)  $\frac{x^2 + 4x + 4}{x^2 - 4}$

3. Halla el valor numérico de estos radicales para  $x = -1$ :

a)  $\sqrt{x^2 - x + 3}$    b)  $\sqrt[3]{3x^3 - 4x^4 + 16}$    c)  $\sqrt[4]{2x^5 - 5x^3 - x + 7}$

4. Opera los siguientes radicales:

a)  $\sqrt{18x} - \sqrt{8x} + 3\sqrt{50x} - \sqrt{98x}$   
b)  $\sqrt{xy^2} - \sqrt{9xy^2} + 5\sqrt{x^2y} - \sqrt{49x^2y}$   
c)  $\sqrt{xy} \cdot \sqrt[3]{x^2y} \cdot \sqrt[4]{2x^3y^2}$

5. Extrae todos los factores posibles de los siguientes radicales:

a)  $\sqrt[4]{243x^7y^4}$    b)  $\sqrt[5]{128x^5y^6}$    c)  $\sqrt[4]{625x^3y^8}$

6. Calcula: a)  $(x - 2\sqrt{x})^2$ ; b)  $(3x - \sqrt{5x})(3x + \sqrt{5x})$ ; c)  $(5x^2 - \sqrt{x})^2$

7. Simplifica al máximo estos radicales e indica cuáles son equivalentes entre sí:

a)  $\sqrt[4]{x^6y^4}$    b)  $\sqrt[8]{x^9y^6}$    c)  $\sqrt[8]{x^4y^{16}}$

8. Realiza las siguientes operaciones y simplifica los resultados:

a)  $\frac{2x}{x-1} + \frac{3x+1}{x-1} - \frac{1-x}{x^2-1}$    d)  $\frac{3x}{x-5} + \frac{1}{x+1}$   
b)  $\frac{4}{1+x} + \frac{x}{1+x^2} + \frac{x+1}{x-1}$    e)  $\frac{2x-1}{3x} \cdot \frac{x+2}{x^2-3x+1}$   
c)  $\frac{3}{2x-4} + \frac{1}{x+2} - \frac{x+10}{2x^2-8}$    f)  $\frac{x^2-x+1}{x^3} : \frac{4x-7}{x+1}$

9. Opera y simplifica:

a)  $\left(\frac{1}{x^3} + \frac{1}{x^2} + \frac{1}{x}\right) \cdot (x^4 + x^3)$    b)  $\left(\frac{1+x}{1-x} - \frac{1-x}{1+x}\right) \cdot \left(\frac{3}{4x} + \frac{x}{4}\right)$   
c)  $\left(x + \frac{x}{x-1}\right) : \left(x - \frac{x}{x-1}\right)$    d)  $\left(\frac{x-2}{x+2} + \frac{x+2}{x-2}\right) \cdot \frac{2x}{x^2+4}$

1. Escribe algebraicamente las siguientes expresiones:  
 a) Producto de dos números cuya suma es 8; b) la suma de dos números enteros consecutivos; c) el producto de dos números consecutivos pares; d) la fracción propia de dos números enteros consecutivos impares; e) un número de dos cifras.

2. Resuelve las siguientes ecuaciones:

$$\begin{array}{lll}
 a) \frac{x-2}{12} - \frac{x+1}{4} = x - \frac{11}{4} & b) \frac{x+1}{3} - \frac{3x-2}{9} = \frac{2x-1}{18} + \frac{5}{9} & c) \frac{x+1}{4} - 2\left(x - \frac{6}{5}\right) = \frac{3x-1}{5} + \frac{x}{2} \\
 d) \frac{x}{3} - \frac{x-2}{12} - x = 3x - \frac{7}{3} & e) \frac{3x+7}{24} - \frac{1-4x}{6} = -4 - x - \frac{2x-5}{3} & f) 2x^2 - 3x = 0 \\
 g) 5x^2 - 14x - 3 = 0 & h) 9x^2 = 4 & i) 5x^2 - 24x - 5 = 0
 \end{array}$$

3. Halla la descomposición factorial de los siguientes polinomios de segundo grado:

$$a) 2x^2 - 5x - 3; \quad b) x^2 - 4x + 4; \quad c) 3x^2 - x - 2; \quad d) 5x^2 - 3x$$

4. Resuelve las siguientes ecuaciones:

$$\begin{array}{lll}
 a) x^2 - 10x + 9 = 0 & b) x^2 - 25 = 0 & c) x^2 - 17x + 16 = 0 \\
 d) x^4 - 8x^2 = 0 & e) x^4 - 26x^2 - 27 = 0 & f) 3x^2 - 18x = 0
 \end{array}$$

5. Escribe una ecuación de segundo grado que tenga por soluciones las que se indican:

$$a) x_1 = -2; x_2 = 3 \quad b) x_1 = 3; x_2 = 4; \quad c) x_1 = x_2 = 3; \quad d) x_1 = -2; x_2 = -6$$

6. Resuelve algebraicamente los siguientes sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas, utilizando el método de sustitución.

$$\begin{array}{ll}
 a) \begin{cases} x + y = 9 \\ 20x - 3y = -4 \end{cases} & b) \begin{cases} 3x - y = 8 \\ -5x + 2y = -3 \end{cases} \\
 c) \begin{cases} \frac{x}{2} + \frac{y}{4} = 3 \\ x + 2y = 12 \end{cases} & d) \begin{cases} x - 3y = 12 \\ 2x + 5y = -9 \end{cases}
 \end{array}$$

7. Resuelve algebraicamente estos sistemas, utilizando el método de reducción.

$$\begin{array}{ll}
 a) \begin{cases} x + 2y = 5 \\ 2x + y = 7 \end{cases} & b) \begin{cases} 3x + 2y = 4 \\ -3x + 2y = 4 \end{cases} \\
 c) \begin{cases} \frac{x}{3} + \frac{y}{5} = 7 \\ \frac{x}{3} - \frac{y}{4} = -2 \end{cases} & d) \begin{cases} 4x - 5y = -3 \\ 2x + 3y = -7 \end{cases}
 \end{array}$$

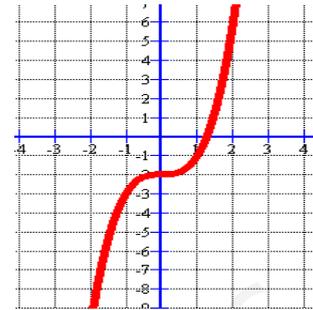
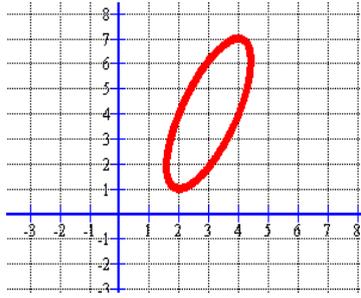
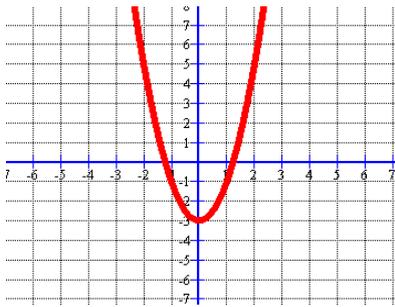
8. Resuelve gráficamente estos sistemas:

$$\begin{array}{ll}
 a) \begin{cases} -2x + y = 3 \\ 2x + y = -1 \end{cases} & b) \begin{cases} x + 3y = 4 \\ 2x - y = 1 \end{cases} \\
 c) \begin{cases} 3x - 2y = 6 \\ 4x + 5y = 8 \end{cases}
 \end{array}$$

9. Halla dos números tales que su suma sea 8 y su producto 15.

10. En una tienda se compraron 37 adornos de porcelana por valor de 629€. Si se quiere obtener un beneficio de 85€, ¿a qué precio se han de vender teniendo en cuenta que 3 de ellos se rompieron?
11. Plantea algebraicamente y resuelve: Halla las dimensiones de un rectángulo de perímetro 14 m y área 10 m<sup>2</sup>.
12. Escribe una ecuación de segundo grado para resolver el siguiente problema: “El cuadrado de un número, menos dicho número más 5 unidades es igual a 17 unidades.
13. Calcula el área de un triángulo cuya base mide x unidades lineales (u. l.) y su altura es 2x-3 u. l.

1. Indica cuáles de las siguientes gráficas son funciones:



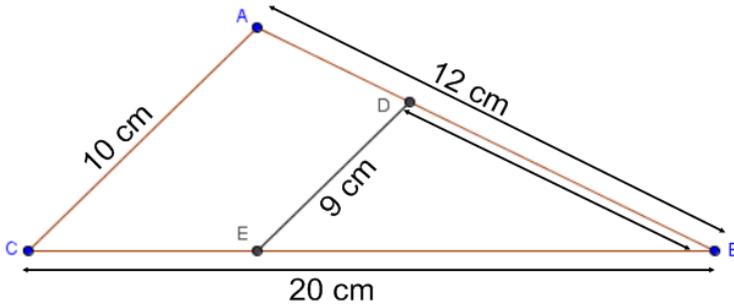
2. Representa gráficamente la función  $y = -2x$ . Halla los puntos de corte con los ejes coordenados y el valor de su pendiente.
3. Escribe la ecuación de una función lineal que pasa por los puntos  $P(2,5)$  y  $Q(-1,4)$ . Indica cuál es el valor de su pendiente y el punto correspondiente a su ordenada en el origen. Representala gráficamente.
4. Representa gráficamente la función cuadrática  $y = x^2 + 6x - 5$ . Halla su vértice, sus puntos de corte con los ejes coordenados y su eje de simetría.
5. Halla la ecuación de la recta que pasa por los puntos  $A(-3,-3)$  y  $B(1,5)$ . Representala gráficamente.
6. Escribe la ecuación de la recta cuya pendiente es  $m = -3$  y pasa por el punto  $A(0,4)$ . Representala gráficamente.
7. Escribe la ecuación de la parábola que corta al eje de abscisas en los puntos  $P(-1,0)$  y  $Q(2,0)$  y para  $x = 3$  toma el valor  $y = 4$ . Representala gráficamente. Indica su vértice, su eje de simetría y el punto de corte con el eje de ordenadas.
8. Resuelve gráficamente los siguientes sistemas de ecuaciones lineales:
 

a) $\begin{cases} 2x - y = 2 \\ x + y = 4 \end{cases}$	b) $\begin{cases} x - y = -3 \\ 3x + y = -5 \end{cases}$	c) $\begin{cases} x + 2y = -1 \\ 2x - y = 8 \end{cases}$
--	--	--
9. Calcula el valor de la pendiente, su ordenada en el origen y el punto de corte con el eje de abscisas de cada una de las siguientes funciones lineales. Representalas gráficamente.
 

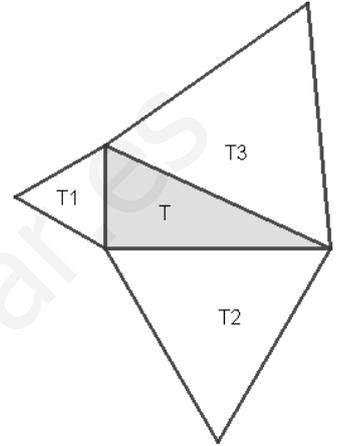
a) $y = 3x - 2$	b) $y = -2x - 1$	c) $y = \frac{2x - 3}{2}$	d) $y = \frac{4 - x}{2}$
-----------------	------------------	---------------------------	--------------------------
10. Halla el vértice, eje de simetría y puntos de corte con los ejes de las siguientes parábolas. Representalas gráficamente.
 

a) $y = x^2 - 4x + 3$	b) $y = -x^2 + 2x - 1$	c) $y = 2x^2 - 6x + 5$	d) $y = x^2 - 2x - 3$
-----------------------	------------------------	------------------------	-----------------------
11. Escribe la ecuación de una parábola cuyo vértice es el punto  $V(-1,2)$  y corta al eje de ordenadas en el punto  $O(0,0)$ . Escribe la ecuación de su eje de simetría y halla los puntos de corte con el eje de abscisas.

1. Calcula las medidas de los segmentos DE y CE:



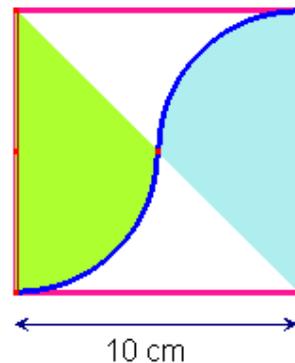
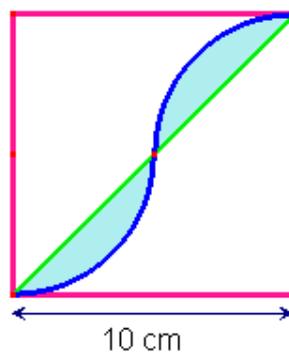
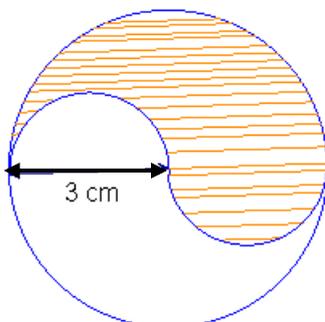
2. La figura muestra cuatro triángulos de áreas T, T1, T2 y T3. El triángulo de área T es rectángulo y los otros tres son equiláteros. ¿Cuál o cuáles de las siguientes igualdades son ciertas?



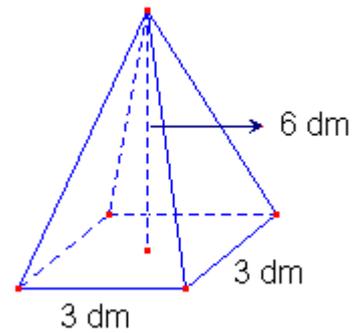
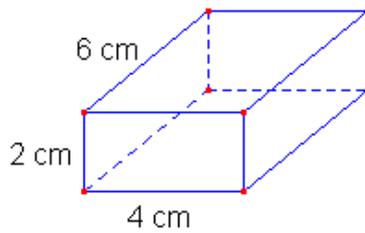
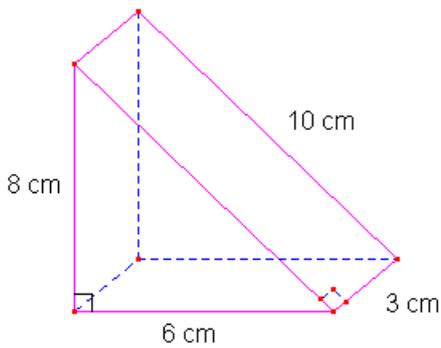
- a)  $T1 + T2 = T3$   
 b)  $(T1)^2 + (T2)^2 = (T3)^2$   
 c)  $T1 + T2 + T3 = 3T$   
 d)  $T1 + T2 = \sqrt{2} T3$

Comprueba tus respuestas para el caso particular en que los lados del triángulo rectángulo de área T, midan 3, 4 y 5 cm.

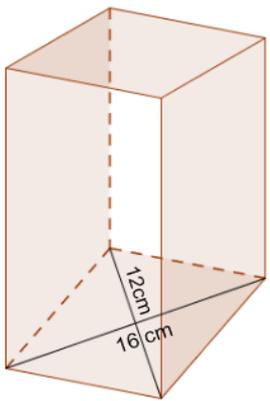
3. Halla la hipotenusa de un triángulo rectángulo isósceles si su área mide  $36 \text{ cm}^2$ .
4. Para un logotipo se han dibujado sobre su cuadrado de lado 1 dm dos círculos, uno inscrito y otro circunscrito. ¿Cuánto miden sus radios?
5. Halla la longitud del lado de un rombo sabiendo que sus diagonales miden 6 y 8 cm.
6. Calcula cuánto mide la diagonal mayor de un rombo sabiendo que su diagonal menor mide 16 cm y que su perímetro mide 68 cm. Halla su área.
7. ¿Cuánto mide la altura de un trapecio isósceles cuyas bases miden 9 y 21 dm y los lados 10 dm? Calcula también su perímetro y su área.
8. Halla la apotema de un hexágono regular de 6 m de lado.
9. Cuánto mide el diámetro de un círculo que tiene un rectángulo inscrito en dicho círculo sabiendo que las dimensiones del rectángulo son 14 y 48 dm?
10. Halla el área de un círculo sabiendo que el área de un cuadrado inscrito en dicho círculo tiene una superficie de  $100 \text{ dm}^2$ .
11. En un triángulo isósceles de 36 m de perímetro, la altura sobre el lado desigual es de 12 m. Halla la medida de sus lados.
11. Halla el área de la región coloreada de cada una de las siguientes figuras:



1. Halla el área total de los siguientes cuerpos geométricos:



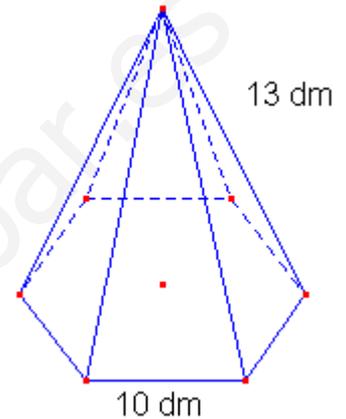
2. Halla el área total de una pirámide hexagonal regular con aristas laterales de 13 cm y aristas de la base de 10 cm.



3. Halla el área total de un prisma recto de 15 cm de altura cuyas bases son rombos de diagonales 16 cm y 12 cm.

4. Calcula el área, el volumen y la diagonal de un cubo de 6 cm de arista.

5. Calcula el área y el volumen de un prisma cuadrangular en el que la arista de la base mide 5 cm menos que su altura que es de 11 cm. ¿Cuánto mide la diagonal de sus caras laterales? ¿Y la diagonal del prisma?



6. Calcula el área y el volumen de un cono recto en el que el radio de la base mide 3 m y su altura es el doble de dicho radio.

7. Calcula el volumen de una esfera cuya superficie es de  $100\pi$  cm<sup>2</sup>

8. Calcula el área y el volumen de una pirámide pentagonal de la que se conocen los siguientes datos: lado de la base  $\ell = 20$  cm ; apotema de la base  $ap = 13$  cm ; altura de la pirámide  $h = 45$  cm .

9. A un tarro de miel que tiene forma cilíndrica se le quiere poner una etiqueta que lo rodee completamente. El diámetro del tarro mide 9 cm y la altura de la etiqueta es de 5 cm. Calcula el área de la etiqueta.

10. Calcula el área y el volumen de una pirámide hexagonal de 18 cm de altura, si su base tiene un perímetro de 42 cm.

11. Calcula el volumen de un cilindro que se obtiene al hacer girar un rectángulo de lados 6 cm y 8 cm sobre su lado mayor.

12. Calcula la altura de un bote de refresco de forma cilíndrica cuyo diámetro de la base mide 7 cm y su capacidad es de 33 cl.

13. Calcula el área total de un prisma hexagonal, si su altura mide 15 cm.

1. Halla el volumen de un cubo del que se sabe que la suma de sus aristas es de 60 cm.
2. La base de un paralelepípedo es un rombo de diagonales 10 cm. y 20 cm. Si su altura es de 15 cm., ¿cuál es su volumen?
3. Halla el volumen de un prisma regular de base hexagonal cuya altura es de 2 m y la arista de la base es de 30 cm.
4. Halla el volumen de un cilindro de altura 1 m y radio de la base  $r = 30$  cm.
5. Calcula el volumen de una pirámide hexagonal sabiendo que el lado de la base es de 30 cm, la apotema de dicha base es de 26 cm. y la altura de la pirámide es de 80 cm.
6. Calcula el volumen de un tronco de cono sabiendo que la medida del radio de la base mayor es de 13 cm, el radio de la base menor es de 6 cm y su altura es de 4 m.
7. Calcula el volumen de un obelisco de  $288 \text{ cm}^2$  de área, si la longitud de la arista de la base es de 6 cm y la apotema de la pirámide es de 4 cm.
8. Obtén la relación que satisfacen los volúmenes de un cono y un cilindro que tienen la misma base y la misma altura.
9. Calcula el volumen de un cilindro que tiene la misma base y la misma altura que un cono de  $90 \text{ cm}^3$  de volumen.
10. Calcula el volumen de los siguientes cuerpos:
  - a) Una pirámide cuadrangular de 3 cm de arista de la base y 8 cm de altura.
  - b) Un ortoedro o paralelepípedo de dimensiones  $6 \times 5 \times 4$  m
  - c) Un cilindro que tiene una base de 12 cm de diámetro y una altura de 15 cm.
  - d) Un cono de radio 5 cm y de generatriz 13 cm.
11. Halla el volumen de un cono cuyo radio de la base es de 14 cm. y su altura de 12 cm.
12. Un bote cilíndrico de 5 cm. de radio y 30 cm. de altura contiene tres pelotas de tenis bien encajadas.  
Calcula el volumen del aire que hay en su interior.

13. Halla el volumen de las siguientes figuras:

