Ejercicio nº 1.- Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\begin{cases} 3\cdot(x+2)-5\cdot(y+1)=9 \\ 4x+\dfrac{3+3y}{2}=5 \end{cases}$$

1,5 puntos

Ejercicio nº 2.- He pagado 55,72 € por una camiseta y un pantalón que costaban 70€ entre los dos. En la camiseta me han hecho un 18 % de descuento, y en el pantalón, un 22%. ¿Cuál era el precio original de cada artículo?

1,5 puntos

Ejercicio nº 3.- La distancia por ferrocarril entre Ávila y León es 255 km. Un tren sale de Ávila hacia León a una velocidad constante de 60 km/h. Simultáneamente, sale de León un tren con destino a Ávila a 110 km/h. Calcula el tiempo que tardan en cruzarse.

1,5 puntos

Ejercicio nº 4.- Calcula la pendiente de la recta que pasa por los puntos $A(3,2)$ y $B(-9,-6)$. Después calcula su ordenada en el origen, su ecuación en forma de punto-pendiente, explícita y general. Sin representarla indica si la recta es creciente o decreciente y a qué altura corta al eje Y, justificando tu respuesta.

2 puntos

Ejercicio nº 5.- Escribe la ecuación de la recta en cada caso:

a) Pasa por $P(3,4)$ y $Q(6,4)$. ¿Cómo se llama este tipo de rectas?
b) Pasa por el punto $R(-11,47)$ y su pendiente es 4.
c) Pasa por el punto $S(2,1)$ y su ordenada en el origen es –1.
d) Pasa por el punto $T(-1,3)$ y es paralela a $y=3x+5$.

2 puntos

Ejercicio nº 6.- Representa las rectas $r\equiv 2x+y=4$ y $s\equiv y=x-3$ en los mismos ejes de coordenadas. Calcula, algebraicamente, el punto de corte entre ambas y comprueba que la solución obtenida es coherente con la representación que has hecho.

1,5 puntos

Ejercicio nº 7.- Estás jugando a un video-juego que consiste en rescatar una especie de dragones en peligro de extinción atrapados en una zona pantanosa. Por cada animal recatado te dan 5 puntos, y al finalizar la partida tienes 20 puntos extras. Llama x al número de dragones rescatados e y al número de puntos conseguidos:

a) Haz una tabla de valores suponiendo que consigues rescatar 10, 15 o 20 dragones.
b) Representa la función eligiendo una escala adecuada para los ejes de coordenadas.
c) Calcula su fórmula o expresión analítica.
d) ¿Cuántos animales debes rescatar para alcanzar 215 puntos?

2 puntos

Nota.- Entre los ejercicios 5 y 7, debes elegir uno. El resto son obligatorios.

SOLUCIONES

Ejercicio nº 1.- Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\begin{cases} 3\cdot(x+2)-5\cdot(y+1)=9 \\ 4x+\dfrac{3+3y}{2}=5 \end{cases}$$

Antes de decidir por qué método nos viene bien resolverlo, conviene hacer operaciones y ordenar las ecuaciones:

Ecuación 1 $\rightarrow 3(x+2)-5(y+1)=9 \Rightarrow 3x+6-5y-5=9 \Rightarrow 3x-5y=8$.

Ecuación 2 $\rightarrow 4x+\dfrac{3+3y}{2}=5 \overset{(\times 2)}{\Rightarrow} 8x+3+3y=10 \Rightarrow 8x+3y=7$.

Por el aspecto del sistema de ecuaciones que nos ha quedado, va a resultar interesante resolverlo por reducción:

$$\begin{cases} 3x-5y=8 \\ 8x+3y=7^{(*)} \end{cases} \underset{(\times 5)}{\overset{(\times 3)}{\Rightarrow}} \begin{cases} 9x-15y=24 \\ 40x+15y=35 \end{cases} \overset{\text{SUMANDO: } E_1+E_2}{\Rightarrow} 49x=59 \Rightarrow x=\frac{59}{49} \overset{(*)}{\Rightarrow}$$

$$\overset{(*)}{\Rightarrow} 8\cdot\frac{59}{49}+3y=7 \Rightarrow 3y=7-\frac{472}{49} \Rightarrow 3y=-\frac{129}{49} \Rightarrow y=-\frac{129}{147}=-\frac{43}{49}$$

Solución: $(x,y)=\left(\dfrac{59}{49},-\dfrac{43}{49}\right)$. (1,5 puntos)

Ejercicio nº 2.- He pagado 55,72 € por una camiseta y un pantalón que costaban 70€ entre los dos. En la camiseta me han hecho un 18 % de descuento, y en el pantalón, un 22%. ¿Cuál era el precio original de cada artículo?

Definimos las variables fijándonos en la pregunta:

$x \equiv$ Precio original de la camiseta.
$y \equiv$ Precio original del pantalón.

Planteamos un sistema de ecuaciones; una, utilizando el precio original de las dos prendas, y la otra, considerando el precio rebajado:

$$\begin{cases} x+y=70 \\ 0{,}82x+0{,}78y=55{,}72 \end{cases}$$

Puede resultar sencillo resolverlo por el método de sustitución. Así que, despejamos y en la primera ecuación y la sustituimos en la de abajo:

$$\boxed{y=70-x} \overset{(*)}{\Rightarrow} 0{,}82x+0{,}78\cdot(70-x)=55{,}72 \Rightarrow 0{,}82x+54{,}6-0{,}78x=55{,}72 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 0{,}04x=1{,}12 \Rightarrow x=\frac{1{,}12}{0{,}04}=28 \overset{(*)}{\Rightarrow} y=70-28=42.$$

Redactamos la solución:

Solución: La camista costaba 28 € y el pantalón, 42 €. (1,5 puntos)

Ejercicio nº 3.- La distancia por ferrocarril entre Ávila y León es 255 km. Un tren sale de Ávila hacia León a una velocidad constante de 60 km/h. Simultáneamente, sale de León un tren con destino a Ávila a 110 km/h. Calcula el tiempo que tardan en cruzarse.

Como es un problema de móviles, vamos a colocar todos los datos en una tabla (en cada fila los móviles protagonistas y en cada columna las magnitudes que intervienen):

	Velocidad	Espacio	Tiempo
Tren con destino a León	60	x	y
Tren con destino a Ávila	110	255 - x	y

Ahora, a cada tren le aplicamos la fórmula $e = v \cdot t$ y formamos un sistema:

$$\begin{cases} x = 60y \\ 255 - x = 110y \end{cases} \overset{\text{SUSTITUCIÓN}}{\Rightarrow} 255 - 60y = 110y \Rightarrow 255 = 170y \Rightarrow y = \frac{255}{170} = 1{,}5$$

Pues podemos dar la respuesta de tres formas diferentes, elegimos una:

Solución: Los trenes tardan 1 hora y media en cruzarse. (1,5 puntos)

Ejercicio nº 4.- Calcula la pendiente de la recta que pasa por los puntos $A(3,2)$ y $B(-9,-6)$. Después calcula su ordenada en el origen, su ecuación en forma de punto-pendiente, explícita y general. Sin representarla indica si la recta es creciente o decreciente y a qué altura corta al eje Y, justificando tu respuesta.

Aplicamos la fórmula que nos permite calcular la pendiente de la recta que pasa por dos puntos, teniendo mucho cuidado con los signos negativos:

$$m = \frac{y_1 - y_0}{x_1 - x_0} = \frac{2-(-6)}{3-(-9)} = \frac{8}{12} = \frac{2}{3}$$

Para calcular la ordenada en el origen, tomamos un punto de la recta (por ejemplo, $A(3,2)$) y obligamos a que cumpla la ecuación $r \equiv y = \frac{2}{3}x + n$:

$A(3,2) \in r \Rightarrow 2 = \frac{2}{3} \cdot 3 + n \Rightarrow 2 = 2 + n \Rightarrow n = 0$ → ¡Toma ya, es una función de proporcionalidad!

De nuevo tomamos el punto $A(3,2)$, y escribimos la ecuación en forma de punto-pendiente:

$r \equiv y - 2 = \frac{2}{3} \cdot (x - 3)$ → <u>Ecuación en forma de punto-pendiente</u>.

Para conseguir la ecuación explícita, solamente tenemos que sustituir los valores de m y n:

$r \equiv y = \frac{2}{3}x$ → <u>Ecuación explícita</u>. (No sumes 0 a la expresión, que queda muy feo).

Multiplicamos toda la ecuación por 3 para eliminar denominadores y la ordenamos en el segundo miembro:

$y = \frac{2}{3}x \overset{(\times 3)}{\Rightarrow} 3y = 2x \Rightarrow r \equiv 2x - 3y = 0$ → <u>Ecuación general</u>.

Para acabar el ejercicio ya solo quedan dos detalles:

- La pendiente es $m=\frac{2}{3}$ y al ser positiva sabemos que la recta es creciente.
- La ordenada en el origen es $n=0$ y eso nos permite asegurar que la recta pasa por el origen de coordenadas. (2 puntos)

Ejercicio nº 5.- Escribe la ecuación de la recta en cada caso:

a) Pasa por $P(3,4)$ y $Q(6,4)$. ¿Cómo se llama este tipo de rectas?

b) Pasa por el punto $R(-11,47)$ y su pendiente es 4.

c) Pasa por el punto $S(2,1)$ y su ordenada en el origen es -1.

d) Pasa por el punto $T(-1,3)$ y es paralela a $y=3x+5$.

---

a) Si pasa por los puntos $P(3,4)$ y $Q(6,4)$, su ecuación tiene que ser $r_a \equiv y=4$, y se llama función constante.

b) Si la pendiente es $m=4 \Rightarrow r_b \equiv y=4x+n$.
Como $R(-11,47)\in r_b \Rightarrow 47=4\cdot(-11)+n \Rightarrow n=91 \Rightarrow r_b \equiv y=4x+91$.

c) Si la ordenada en el origen es $n=-1 \Rightarrow r_c \equiv y=mx-1$.
Como $R(2,1)\in r_c \Rightarrow 1=2m-1 \Rightarrow 2=2m \Rightarrow m=1 \Rightarrow r_c \equiv y=x-1$.

d) Si paralela a la recta $y=3x+5$, tiene la misma pendiente es $\Rightarrow m=3 \Rightarrow r_d \equiv y=3x+n$.
Como $T(-1,3)\in r_d \Rightarrow 3=3\cdot(-1)+n \Rightarrow 3=-3+n \Rightarrow n=6 \Rightarrow r_d \equiv y=3x+6$.

(2 puntos)

Ejercicio nº 6.- Representa las rectas $r\equiv 2x+y=4$ y $s\equiv y=x-3$ en los mismos ejes de coordenadas. Calcula, algebraicamente, el punto de corte entre ambas y comprueba que la solución obtenida es coherente con la representación que has hecho..

- Método gráfico.

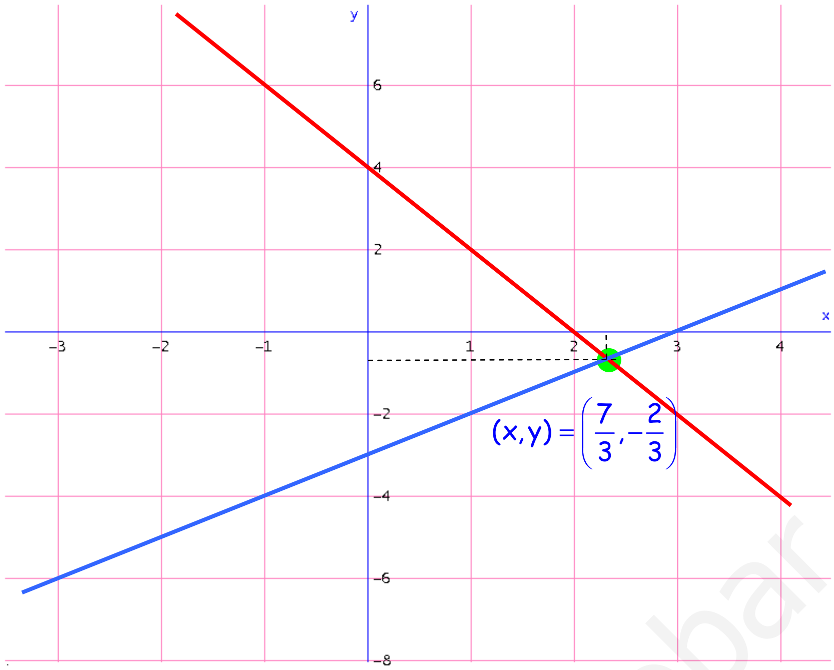
Expresamos la recta $r\equiv 2x+y=4$ en forma explícita, $r\equiv y=-2x+4$, y hacemos una tabla de valores para ella:

x	-1	0	2
y	6	4	0

La recta s ya nos la dan en forma explícita, $s\equiv y=x-3$, así que hacemos directamente una tabla para luego representarla:

x	-2	0	3
y	-5	-3	0

Ya solo queda representarlas en los mismos ejes de coordenadas, localizar el punto de corte entre las rectas, y comprobar que coincide con la solución que obtendremos por el método algebraico:



Método algebraico.

$$\begin{cases} 2x+y=4 \\ y=x-3^{(*)} \end{cases} \overset{\text{SUSTITUCIÓN}}{\Rightarrow} 2x+(x-3)=4 \Rightarrow 3x=7 \Rightarrow x=\frac{7}{3} \overset{(*)}{\Rightarrow} y=\frac{7}{3}-3=-\frac{2}{3}$$

Hemos aplicado el método de sustitución, sustituyendo la y de la segunda ecuación en la ecuación de arriba y hemos conseguido la solución: $(x,y)=\left(\frac{7}{3},-\frac{2}{3}\right)$, que coincide con el punto de corte de ambas rectas.

(1,5 puntos)

Ejercicio nº 7.- Estás jugando a un video-juego que consiste en rescatar una especie de dragones en peligro de extinción atrapados en una zona pantanosa. Por cada animal recatado te dan 5 puntos, y al finalizar la partida tienes 20 puntos extras. Llama x al número de dragones rescatados e y al número de puntos conseguidos:

a) Haz una tabla de valores suponiendo que consigues rescatar 10, 15 o 20 dragones.
b) Representa la función eligiendo una escala adecuada para los ejes de coordenadas.
c) Calcula su fórmula o expresión analítica.
d) ¿Cuántos animales debes rescatar para alcanzar 215 puntos?

---

a) $x \equiv$ Número de dragones rescatados.

$y \equiv$ Puntuación obtenida.

10 dragones $\rightarrow 20+5\cdot 10=$ 70 puntos

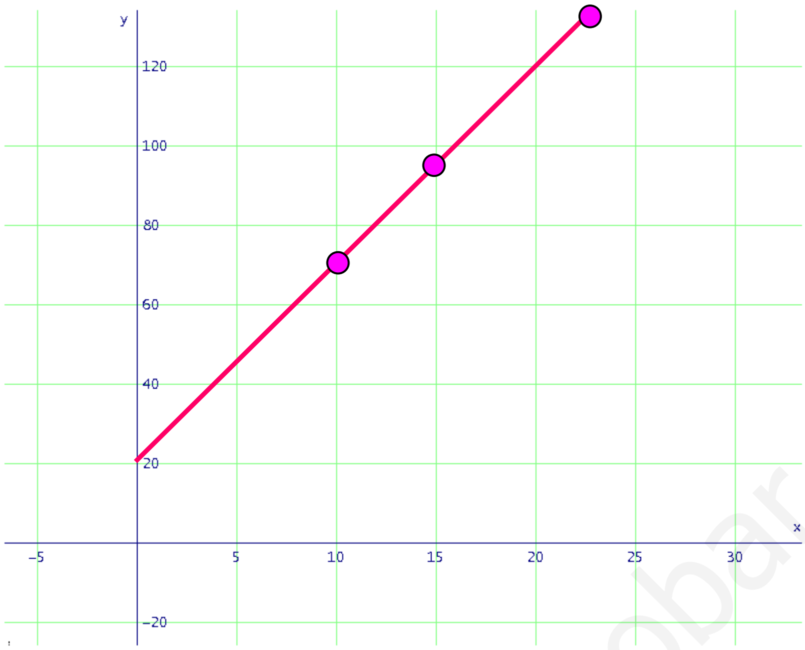
15 dragones $\rightarrow 20+5\cdot 15=$ 95 puntos

20 dragones $\rightarrow 20+5\cdot 20=$ 120 puntos

x	10	15	20
y	70	95	120

b) Vamos a necesitar que el eje de abscisas llegue hasta 20 unidades y que el eje de ordenadas abarque hasta 120 unidades:

Gráfica:



c) Fórmula: Si te fijas en los cálculos que hemos hecho en el apartado anterior, resulta sencillo deducir que para calcular la puntuación total es necesario utilizar la fórmula:

$$y = 5 \cdot x + 20.$$

d) Vamos a utilizar la fórmula del apartado anterior para averiguar el número de dragones rescatados, x, cuando la puntuación, y, ha sido 215:

$$215 = 5x + 20 \Rightarrow 195 = 5x \Rightarrow x = \frac{195}{5} = 39$$

Solución.- Ha rescatado 39 dragones

(2 puntos)