Ejercicio nº 1.- Aplica el orden de prioridad de las operaciones para calcular:

$$\left[\frac{64}{3}-\frac{2}{3}:\left(\frac{1}{5}-\frac{1}{6}\right)\right]\cdot\left(\frac{3}{2}-\frac{3}{4}\right)^{2}$$

Ejercicio nº 2.- Un estudiante está tres horas sentado frente a su mesa de trabajo. Dedica un 20% de este tiempo a ordenar sus cuadernos, y los 3/8 a "la meditación transcendental". Averigua qué fracción de las tres horas le queda para estudiar. ¿Cuántos minutos son?

Ejercicio nº 3.- Aplica las propiedades de las potencias y deja el resultado en forma de potencias de exponente positivo:

$$\frac{5^{-3}\cdot 2^{10}\cdot 7^{5}}{7^{2}\cdot 5^{-2}\cdot 8}$$

Ejercicio nº 4.- a) Calcula la fracción generatriz del número $72{,}5\widehat{6}$.
b) Calcula $3\cdot\sqrt{75}+5\cdot\sqrt{27}-3\cdot\sqrt{12}$

Ejercicio nº 5.- Efectúa la siguiente operación y expresa el resultado en notación científica: $2{,}5731\cdot 10^{14}-1{,}48\cdot 10^{12}$.

Ejercicio nº 6.- Un grupo de amigas decide celebrar un cumpleaños en "El Exquisito", uno de los mejores restaurantes de la ciudad. El total de lo consumido en la cena suma 480 euros, pero como son amigas de la dueña, les hace un descuento del 25 %. Además hay que aumentar la factura con un 16 % de IVA. ¿Cuál es el precio final de la cena? ¿Cuál es el índice de variación total? ¿Qué variación ha sufrido el precio inicial?

Ejercicio nº 7.- Escribe los 4 primeros términos de la sucesión $h_n=\dfrac{h_{n-1}+2\cdot h_{n-2}}{3}$, sabiendo que $h_1=1$ y $h_2=3$.

Ejercicio nº 8.- De una progresión aritmética conocemos el primer término, a_1= 120, y el tercero, a_3 = 160. Calcula la diferencia y la suma de los 100 primeros términos.

Ejercicio nº 9.- Cada año, un ordenador portátil que costó 600 euros, pierde un 15 % de su valor respecto a lo que valía el año anterior.

a) Escribe su precio al cabo de 1, 2, 3 y 4 años.
b) ¿Qué tipo de progresión forman estos precios?
c) ¿Cuál es su razón?
d) ¿Cuál es su precio al cabo de *n* años?

<u>Nota importante</u>.- Los siete primeros ejercicios valen 1 punto. Los ejercicios 8 y 9 valen 1,5 puntos cada uno. Puedes resolver el examen por el orden que consideres conveniente.

SOLUCIONES

E.1. Aplica el orden de prioridad de las operaciones para calcular:

$$\left[\frac{64}{3}-\frac{2}{3}:\left(\frac{1}{5}-\frac{1}{6}\right)\right]\cdot\left(\frac{3}{2}-\frac{3}{4}\right)^2$$

$$\left[\frac{64}{3}-\frac{2}{3}:\left(\frac{1}{5}-\frac{1}{6}\right)\right]\cdot\left(\frac{3}{2}-\frac{3}{4}\right)^2=\left[\frac{64}{3}-\frac{2}{3}:\left(\frac{6-5}{30}\right)\right]\cdot\left(\frac{6-3}{4}\right)^2=\left[\frac{64}{3}-\frac{2}{3}:\left(\frac{1}{30}\right)\right]\cdot\left(\frac{3}{4}\right)^2=$$

$$=\left[\frac{64}{3}-\frac{2\cdot 30}{3}\right]\cdot\frac{9}{16}=\left[\frac{64}{3}-\frac{60}{3}\right]\cdot\frac{9}{16}=\frac{4}{3}\cdot\frac{9}{16}=\frac{4\cdot 9}{3\cdot 16}=\boxed{\frac{3}{4}}.$$

E.2. Un estudiante está tres horas sentado frente a su mesa de trabajo. Dedica un 20% de este tiempo a ordenar sus cuadernos, y los 3/8 a "la meditación trascendental". Averigua qué fracción de las tres horas le queda para estudiar. ¿Cuántos minutos son?

Aunque se mezclen porcentajes y fracciones, el problema es sencillo. Por comodidad, vamos a trabajar con 180 minutos en lugar de las 3 horas:

- ORDENAR APUNTES $\rightarrow$ 20% de 180 ó $\frac{1}{5}$, es decir, $0,2\cdot 180=36$ minutos.
- MEDITACIÓN TRASCENDENTAL $\rightarrow \frac{3}{8}$ de $180=\frac{3\cdot 180}{8}=67,5$ minutos.
- ESTUDIAR $\rightarrow 180-36-67,5=76,5$ minutos.

Y ahora vamos a ver qué fracción representa el tiempo dedicado al estudio

- ORDENAR APUNTES Y MEDITAR: $\frac{1}{5}+\frac{3}{8}=\frac{8+15}{40}=\frac{23}{40}$
- ESTUDIAR: $1-\frac{23}{40}=\frac{40-23}{40}=\frac{17}{40}$

Ya podemos redactar la solución:

Solución.- La fracción que representa el tiempo de estudio es 17/40, lo que supone un total de 76,5 minutos ó 1 h. 06 min. $30''$.

E.3. Aplica las propiedades de las potencias y deja el resultado en forma de potencias de exponente positivo:

$$\frac{5^{-3}\cdot 2^{10}\cdot 7^5}{7^2\cdot 5^{-2}\cdot 8}$$

En primer lugar expresaremos todas las potencias con exponente positivo, después dividiremos las potencias que tienen la misma base, y, finalmente, nos aseguraremos de dejar el resultado con potencias de exponente positivo:

$$\frac{5^{-3}\cdot 2^{10}\cdot 7^5}{7^2\cdot 5^{-2}\cdot 8}=\frac{5^2\cdot 2^{10}\cdot 7^5}{7^2\cdot 5^3\cdot 2^3}=2^7\cdot 5^{-1}\cdot 7^3=\boxed{\frac{2^7\cdot 7^3}{5}}.$$

E.4. a) Calcula la fracción generatriz del número $72,5\widehat{6}$.
b) Calcula $3\cdot\sqrt{75}+5\cdot\sqrt{27}-3\cdot\sqrt{12}$

---

a) Expresamos como fracción $x = 72,5\widehat{6}$

$$\begin{array}{rrcl} & 100\cdot x & = & 7256,\widehat{6} \\ - & 10\cdot x & = & 725,\widehat{6} \\ \hline & 90\cdot x & = & 6531 \end{array} \quad \Rightarrow \quad \boxed{x=\frac{6531}{90}=\frac{2177}{30}}.$$

b) Es necesario extraer factores de la raíz para poder efectuar los cálculos:

$$3\cdot\sqrt{75}+5\cdot\sqrt{27}-3\cdot\sqrt{12}=3\cdot\sqrt{5^2\cdot 3}+5\cdot\sqrt{3^2\cdot 3}-3\cdot\sqrt{2^2\cdot 2}=3\cdot 5\sqrt{3}+5\cdot 3\sqrt{3}-3\cdot 2\sqrt{2}=$$

$$=15\sqrt{3}+15\sqrt{3}-6\sqrt{2}=\boxed{24\sqrt{2}}.$$

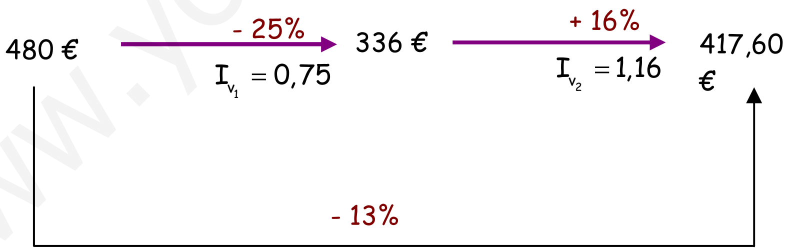
E.5. Efectúa la siguiente operación y expresa el resultado en notación científica: $2,5731\cdot 10^{14}-1,48\cdot 10^{12}$.

Resulta menos trabajosa la operación se convertimos en potencias de 10 con mayor exponente, así que multiplicamos y dividimos por 10^2 el segundo término:

$$2,5731\cdot 10^{14}-1,48\cdot 10^{12}=2,5731\cdot 10^{14}-0,0148\cdot 10^{14}=\boxed{2,5583\cdot 10^{14}}.$$

E.6. Un grupo de amigas decide celebrar un cumpleaños en "El Exquisito", uno de los mejores restaurantes de la ciudad. El total de lo consumido en la cena suma 480 euros, pero como son amigas de la dueña, les hace un descuento del 25 %. Además hay que aumentar la factura con un 16 % de IVA. ¿Cuál es el precio final de la cena? ¿Cuál es el índice de variación total? ¿Qué variación ha sufrido el precio inicial?

Se trata de un encadenamiento porcentual, que resumimos en el siguiente esquema:



$$I_{V_T}=0,75\cdot 1,16=0,87$$

A un descuento del 25% le corresponde un índice de variación de 0,75; para aplicar un aumento del 16% utilizaremos 1,16 como índice de variación. Por otra parte, cada cantidad se consigue multiplicando la anterior por I_V.

Así que todas las respuestas están en el esquema y sólo nos queda redactar la solución:

Solución.- La cena ha costado 417,60 euros; el índice de variación total es 0,87; y la variación porcentual es una rebaja del 13%.

Descomponemos los radicandos en factores primos y los expresamos como potencias de exponente tres para poder sacarlos del radical, luego sólo queda sumar:

$$\sqrt[3]{16}+5\cdot\sqrt[3]{2}-\sqrt[3]{54}=\sqrt[3]{2^3\cdot 2}+5\cdot\sqrt[3]{2}-\sqrt[3]{3^3\cdot 3}=2\cdot\sqrt[3]{2}+5\cdot\sqrt[3]{2}-3\cdot\sqrt[3]{3^3}=4\cdot\sqrt[3]{2}.$$

E.7. Escribe los 4 primeros términos de la sucesión $h_n=\dfrac{h_{n-1}+2\cdot h_{n-2}}{3}$, sabiendo que $h_1=1$ y $h_2=3$.

Se trata de una sucesión recurrente y, por lo tanto, para conseguir un término es preciso conocer los anteriores. Aplicamos la fórmula para obtener el tercer y cuarto término:

$$\boxed{h_n=\frac{h_{n-1}+2\cdot h_{n-2}}{3}}\Rightarrow\begin{cases} h_3=\dfrac{h_{3-1}+2\cdot h_{3-2}}{3}=\dfrac{h_2+2\cdot h_1}{3}=\dfrac{3+2\cdot 1}{3}=\dfrac{5}{3} \\ h_4=\dfrac{h_{4-1}+2\cdot h_{4-2}}{3}=\dfrac{h_3+2\cdot h_2}{3}=\dfrac{\frac{5}{3}+2\cdot 3}{3}=\dfrac{\frac{5}{3}+6}{3}=\dfrac{\frac{23}{3}}{3}=\dfrac{23}{9}\end{cases}$$

Y ahora los colocamos en la sucesión:

$$(h_n)=\left\{1,\ 3,\ \frac{5}{3},\ \frac{23}{3},\ldots\right\}.$$

E.8. De una progresión aritmética conocemos el primer término, $a_1=120$, y el tercero, $a_3=160$. Calcula la diferencia y la suma de los 100 primeros términos.

En primer lugar, calculamos la diferencia resolviendo la ecuación:

$$a_1+2d=a_3\Rightarrow 120+2d=160\Rightarrow 2d=40\Rightarrow d=\frac{40}{2}=20$$

Con este dato conseguimos el término general y el que ocupa la posición 100:

$$a_n=120+(n-1)\cdot 20\Rightarrow a_{100}=120+(100-1)\cdot 20=120+1980=2100$$

Ya solo queda aplicar la fórmula de la suma:

$$S_n=\frac{(a_1+a_n)\cdot n}{2}\Rightarrow S_{100}=\frac{(120+2100)\cdot 100}{2}=\frac{222000}{2}=111000.$$

E.9. Cada año, un ordenador portátil que costó 600 euros, pierde un 15 % de su valor respecto a lo que valía el año anterior.

a) Escribe su precio al cabo de 1, 2, 3 y 4 años.
b) ¿Qué tipo de progresión forman estos precios?
c) ¿Cuál es su razón?
d) ¿Cuál es su precio al cabo de *n* años?

---

a) PRIMER AÑO: 600 €.
SEGUNDO AÑO: $600\cdot 0{,}85=$ 510 €.
TERCER AÑO: $510\cdot 0{,}85=$ 433,50 €.
CUARTO AÑO: $433{,}50\cdot 0{,}85=$ 368,48 €.
QUINTO AÑO: $368{,}48\cdot 0{,}85=$ 313,20 €.

b) Se trata de una progresión geométrica.

c) La razón es $r = 0,85$.

d) Nos están pidiendo el término general de la sucesión: $a_n = 600 \cdot 0,85^{n-1}$.