

Examen de Números

Ejercicio n° 1. - Aplica el orden de prioridad de las operaciones para calcular:

a) $\frac{3}{5} - \frac{2}{5} \cdot \left(1 - \frac{1}{3}\right)^2 - 3 \cdot \frac{2}{9}$

b) $\frac{\left(\frac{4}{5} - \frac{2}{3}\right) : \frac{7}{15}}{1 + \frac{14}{5} \cdot \frac{9}{7}}$

2 puntos

Ejercicio n° 2. - La sangre humana se compone de 11/20 de plasma y el resto de corpúsculos (glóbulos rojos, glóbulos blancos, plaquetas). Sabiendo que la sangre de una persona constituye aproximadamente 1/14 de su masa, ¿cuánto pesan los corpúsculos sanguíneos de un individuo de 77 kg?

1 punto

Ejercicio n° 3. - En la histórica ciudad italiana se celebra la final entre el campeón griego y el campeón español. Gran ambiente baloncestístico en el coqueto pabellón, que está lleno a rebosar. La afición griega, siempre ruidosa ocupa 1/3 de la grada; la española, simpática y divertida, 5/8 del resto, y aún sobran 1200 localidades que serán ocupadas por aficionados italianos y de otros países del resto de Europa. ¿Cuál es el aforo del pabellón? ¿Cuántos aficionados son griegos y cuántos españoles?

2 puntos

Ejercicio n° 4. - Aplica las propiedades de las potencias para simplificar:

a) $\left(\frac{5}{11}\right)^{-7} : \left(\frac{5}{11}\right)^3$

b) $\frac{2^3 \cdot 9^{-2} \cdot 8 \cdot 5^2}{3^{-5} \cdot 10^2}$

c) $\left(\frac{a}{b}\right)^{-6} \cdot \frac{a^6}{b^4}$

d) $\left[\left(\frac{1}{6} - \frac{2}{3}\right)^{-1}\right]^{-5}$

2 puntos

Ejercicio n° 5. - Indica cuáles de los siguientes números son racionales y porqué. Expresa en forma de fracción aquellos que sea posible:

$$22,\bar{7}; 2\pi; 6,25; \varphi = \frac{1+\sqrt{5}}{2}; 7,3929292\dots$$

2 puntos

Ejercicio n° 6. - Efectúa las siguientes operaciones con números en notación científica:

a) $(3,214 \cdot 10^{-5}) \cdot (7,2 \cdot 10^{15})$

b) $(4,73 \cdot 10^7) - (7,5 \cdot 10^6)$

1 punto

SOLUCIONES

E.1. Aplica el orden de prioridad de las operaciones para calcular:

$$\text{a) } \left[\frac{1}{2} + \left(\frac{2}{3} \right)^2 \cdot 4 \right] : \left(\frac{2}{3} - \frac{2}{5} \cdot 10 \right) \qquad \text{b) } \frac{\left(\frac{3}{5} - \frac{5}{8} \right) \cdot \frac{20}{7}}{\frac{5}{8} + \frac{5}{12} - \frac{1}{2}}$$

$$\text{a) } \frac{3}{5} - \frac{2}{5} \cdot \left(1 - \frac{1}{3} \right)^2 - 3 \cdot \frac{2}{9} = \frac{3}{5} - \frac{2}{5} \cdot \left(\frac{2}{3} \right)^2 - 3 \cdot \frac{2}{9} = \frac{3}{5} - \frac{2}{5} \cdot \frac{4}{9} - 3 \cdot \frac{2}{9} = \frac{3}{5} - \frac{8}{45} - \frac{2}{3} = \frac{27 - 8 - 30}{45} = -\frac{11}{45}$$

$$\text{b) } \frac{\left(\frac{4}{5} - \frac{2}{3} \right) : \frac{7}{15}}{1 + \frac{14}{5} \cdot \frac{9}{7}} \stackrel{(*)}{=} \frac{\frac{2}{7}}{\frac{23}{5}} = \frac{2 \cdot 5}{7 \cdot 23} = \frac{10}{161}$$

$$\begin{array}{l} \text{(*) Numerador: } \left(\frac{4}{5} - \frac{2}{3} \right) : \frac{7}{15} = \left(\frac{12-10}{15} \right) : \frac{7}{15} = \frac{2}{15} : \frac{7}{15} = \frac{2 \cdot 15}{15 \cdot 7} = \frac{2}{7} \\ \text{(*) Denominador: } 1 + \frac{14}{5} \cdot \frac{9}{7} = 1 + \frac{14 \cdot 9}{5 \cdot 7} = 1 + \frac{2 \cdot 9}{5} = 1 + \frac{18}{5} = \frac{23}{5} \end{array}$$

E.2. La sangre humana se compone de 11/20 de plasma y el resto de corpúsculos (glóbulos rojos, glóbulos blancos, plaquetas). Sabiendo que la sangre de una persona constituye aproximadamente 1/14 de su masa, ¿cuánto pesan los corpúsculos sanguíneos de un individuo de 77 kg?

$$\text{PLASMA} \rightarrow \frac{11}{20}$$

$$\text{CORPÚSCULOS} \rightarrow \text{El resto, es decir, } \frac{9}{20}$$

$$\text{PESO DE LA SANGRE} \rightarrow \frac{1}{14} \text{ de } 77.$$

$$\text{PESO DE LOS CORPÚSCULOS} \rightarrow \frac{9}{20} \text{ de } \frac{1}{14} \text{ de } 77 = \frac{9 \cdot 77}{20 \cdot 14} = 2,475.$$

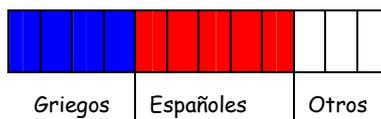
Solución.- Los corpúsculos sanguíneos del individuo pesan 2,475 kg.

E.3. En la histórica ciudad italiana se celebra la final entre el campeón griego y el campeón español. Gran ambiente baloncestístico en el coqueto pabellón, que está lleno a rebosar. La afición griega, siempre ruidosa ocupa 1/3 de la grada; la española, simpática y divertida, 5/8 del resto, y aún sobran 1200 localidades que serán ocupadas por aficionados italianos y de otros países del resto de Europa. ¿Cuál es el aforo del pabellón? ¿Cuántos aficionados son griegos y cuántos españoles?

En la siguiente tabla asignamos fracciones y las reducimos a común denominador

GRIEGOS $\rightarrow \frac{1}{3}$	$\frac{4}{12}$
ESPAÑOLES $\rightarrow \frac{5}{8}$ de $\frac{2}{3} = \frac{5}{8} \cdot \frac{2}{3} = \frac{5}{12}$	$\frac{5}{12}$
OTROS $\rightarrow 1200$ aficionados	$\frac{3}{12}$

La situación es la siguiente:



Si los $\frac{3}{12}$ son 1200 aficionados, cada doceavo será $1200:3$, es decir, 400 aficionados.

Por lo tanto,

AFORO TOTAL $\rightarrow 400 \cdot 12 = 4800$ localidades

GRIEGOS $\rightarrow 400 \cdot 4 = 1600$ aficionados griegos

ESPAÑOLES $\rightarrow 400 \cdot 5 = 2000$ aficionados españoles.

Solución.- En el pabellón hay 1600 hinchas griegos y 2000 españoles. En total caben 4800 espectadores.

E.4. Aplica las propiedades de las potencias para simplificar:

a) $\left(\frac{5}{11}\right)^{-7} : \left(\frac{5}{11}\right)^3$ b) $\frac{2^3 \cdot 9^{-2} \cdot 8 \cdot 5^2}{3^{-5} \cdot 10^2}$ c) $\left(\frac{a}{b}\right)^{-6} \cdot \frac{a^6}{b^4}$ d) $\left[\left(\frac{1}{6} - \frac{2}{3}\right)^{-1}\right]^{-5}$

a) $\left(\frac{5}{11}\right)^{-7} : \left(\frac{5}{11}\right)^3 = \left(\frac{5}{11}\right)^{-7-3} = \left(\frac{5}{11}\right)^{-10} = \left(\frac{11}{5}\right)^{10} = \frac{11^{10}}{5^{10}}$.

b) $\frac{2^3 \cdot 9^{-2} \cdot 8 \cdot 5^2}{3^{-5} \cdot 10^2} = \frac{2^3 \cdot 8 \cdot 5^2 \cdot 3^5}{9^2 \cdot 10^2} = \frac{2^3 \cdot 2^3 \cdot 5^2 \cdot 3^5}{(3^2)^2 \cdot (2 \cdot 5)^2} = \frac{2^6 \cdot 3^5 \cdot 5^2}{3^4 \cdot 2^2 \cdot 5^2} = 2^4 \cdot 3$.

c) $\left(\frac{a}{b}\right)^{-6} \cdot \frac{a^6}{b^4} = \left(\frac{b}{a}\right)^6 \cdot \frac{a^6}{b^4} = \frac{b^6}{a^6} \cdot \frac{a^6}{b^4} = \frac{b^6 \cdot a^6}{a^6 \cdot b^4} = b^2$.

d) $\left[\left(\frac{1}{6} - \frac{2}{3}\right)^{-1}\right]^{-5} = \left(\frac{1-4}{6}\right)^5 = \left(-\frac{3}{6}\right)^5 = \left(-\frac{1}{2}\right)^5 = -\frac{1}{2^5}$.

E.5. Indica cuáles de los siguientes números son racionales y porqué. Expresa en forma de fracción aquellos que sea posible:

$22,\bar{7}$; 2π ; $6,25$; $\varphi = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$; $7,3929292\dots$

- $\{22,\overline{7}; 6,25; 7,3929292\dots\} \in \mathbb{Q}$, es decir, son racionales porque todos ellos se pueden expresar en forma de fracción.

- $\left\{2\pi; \phi = \frac{1+\sqrt{5}}{2}\right\} \notin \mathbb{Q}$, decir, son irracionales: tienen infinitas cifras decimales no periódicas y por lo tanto no se pueden expresar en como fracción de dos números enteros.

- Expresamos como fracción $x = 22,\overline{7}$

$$\begin{array}{r} 10x = 227,\overline{7} \\ - \quad x = 22,\overline{7} \\ \hline 9x = 205 \end{array} \Rightarrow x = \frac{205}{9}.$$

- Expresamos 6,25 en forma de fracción:

$$6,25 = \frac{625}{100} = \frac{125}{20} = \frac{25}{4}.$$

- Finalmente, expresamos como fracción $x = 7,3929292\dots = 7,39\overline{2}$:

$$\begin{array}{r} 1000x = 7392,\overline{92} \\ - \quad 10x = 73,\overline{92} \\ \hline 990x = 7319 \end{array} \Rightarrow x = \frac{7319}{990}.$$

E.6. Efectúa las siguientes operaciones con números en notación científica:

- a) $(3,214 \cdot 10^{-5}) \cdot (7,2 \cdot 10^{15})$ b) $(4,73 \cdot 10^7) - (7,5 \cdot 10^6)$

- a) Por un lado multiplicamos los decimales y por otro las potencias de base 10; después expresamos el resultado en notación científica:

$$(3,214 \cdot 10^{-5}) \cdot (7,2 \cdot 10^{15}) = (3,214 \cdot 7,2) \cdot 10^{5+15} = 23,1408 \cdot 10^{10} = 2,31408 \cdot 10^{11}$$

- b) En primer lugar expresamos los dos números con potencias del mismo exponente (es mejor elegir el mayor de los dos), y después hacemos la resta:

$$(4,73 \cdot 10^7) - (7,5 \cdot 10^6) = 4,73 \cdot 10^7 - 0,75 \cdot 10^7 = 3,98 \cdot 10^7$$