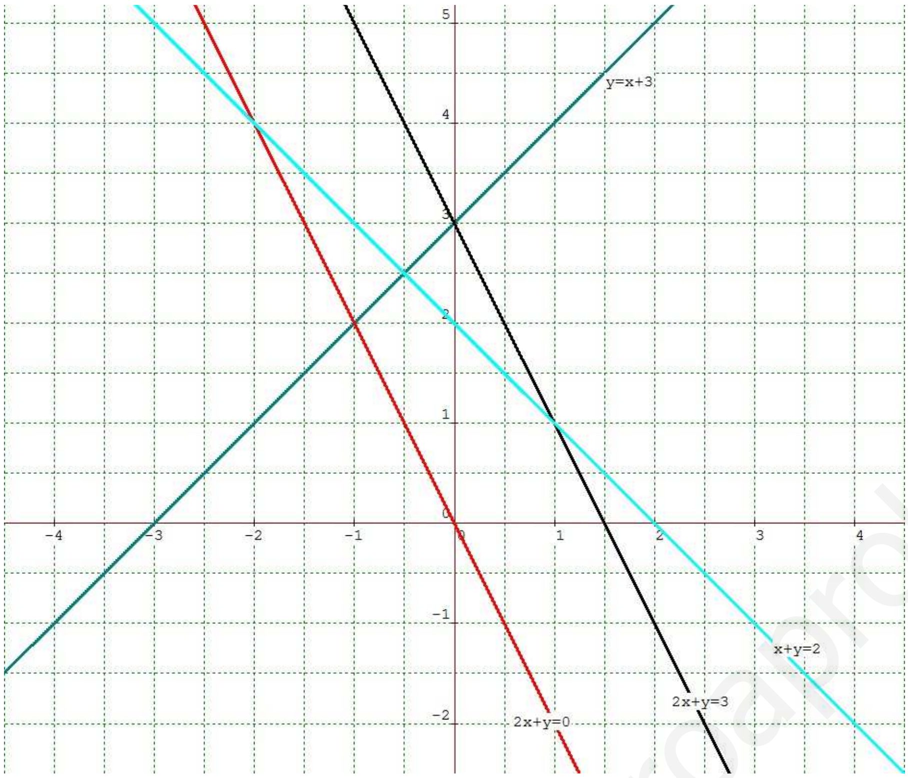
Ejercicio 1.

Dadas las gráficas siguientes, responde a las cuestiones planteadas.



- ¿Cuál es la solución del sistema $\begin{cases} y = x + 3 \\ 2x + y = 3 \end{cases}$?

  Las parejas de valores que son solución de cada ecuación lineal determinan una recta. La solución del sistema es el punto de corte de ambas rectas, $(0\ ,\ 3) \Rightarrow$ *la solución es* $\begin{cases} x = 0 \\ y = 3 \end{cases}$

- Escribe un sistema de ecuaciones cuya solución sea $x = -1$, $y = 2$.

  $\begin{cases} x = -1 \\ y = 2 \end{cases}$ *es solución del sistema* $\begin{cases} 2x + y = 0 \\ y = x + 3 \end{cases}$, *puesto que ambas rectas se cortan en el punto* $(-1, 2)$

- Escribe un sistema de ecuaciones que no tenga solución.

  Un sistema formado por dos rectas paralelas no tiene solución $\Rightarrow$ *será el sistema* $\begin{cases} 2x + y = 0 \\ 2x + y = 3 \end{cases}$

- ¿Cuál es la solución del sistema $\begin{cases} x + y = 2 \\ 2x + y = 0 \end{cases}$?

  El punto de corte es $(-2, 4) \Rightarrow$ *la solución es* $\begin{cases} x = -2 \\ y = 4 \end{cases}$

Ejercicio 2.

Resuelve las siguientes ecuaciones:

$a)\quad 2x^2-5x-3=0$

$$\begin{cases} a=2 \\ b=-5 \\ c=-3 \end{cases} \Rightarrow x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4\cdot a\cdot c}}{2\cdot a} \quad\Rightarrow\quad x=\frac{5\pm\sqrt{(-5)^2-4\cdot 2\cdot(-3)}}{2\cdot 2}=\frac{5\pm\sqrt{49}}{4}=\frac{5\pm 7}{4}=\left\langle \begin{array}{l} \frac{5+7}{4}=3 \\ \frac{5-7}{4}=-\frac{1}{2} \end{array}\right.$$

$$\textit{Las soluciones de la ecuación son } \begin{cases} x=3 \\ x=-\frac{1}{2} \end{cases}$$

$b)\quad (x-2)(x+3)-2(1-x)=-12$

Efectuamos las operaciones:

$$x^2+3x-2x-6-2+2x=-12 \quad\Rightarrow\quad x^2+3x+4=0$$

$$\begin{cases} a=1 \\ b=3 \\ c=4 \end{cases} \Rightarrow x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4\cdot a\cdot c}}{2\cdot a} \quad\Rightarrow\quad x=\frac{-3\pm\sqrt{3^2-4\cdot 1\cdot 4}}{2\cdot 1}=\frac{-3\pm\sqrt{-7}}{2} \Rightarrow \textit{la ecuación no tiene solución real.}$$

Ejercicio 3.

Resuelve, por el método que prefieras, el sistema: $\begin{cases} 2x+3y=4 \\ x-2y=9 \end{cases}$

Vamos a resolverlo por dos métodos:

$\boxed{\textit{Reducción}}$

$$\begin{cases} 2x+3y=4 \\ x-2y=9 \end{cases} \xrightarrow{\textit{multiplicamos la } 2^a \textit{ ecuación por } (-2)} \begin{cases} 2x+3y=4 \\ -2x+4y=-18 \end{cases} \xrightarrow{\textit{sumamos ambas igualdades y obtenemos}} 7y=-14 \Rightarrow y=-2$$

$$\textit{sustituimos en cualquier ecuación} \Rightarrow x-2(-2)=9 \Rightarrow x+4=9 \Rightarrow x=5 \Rightarrow \textit{solución} \begin{cases} x=5 \\ y=-2 \end{cases}$$

$\boxed{\textit{Sustitución}}$

$$\begin{cases} 2x+3y=4 \\ x-2y=9 \end{cases} \xrightarrow{\textit{despejamos x en la } 2^a \textit{ ecuación}} \begin{cases} 2x+3y=4 \\ x=9+2y \end{cases} \xrightarrow{\textit{sustituimos en la } 1^a \textit{ ecuación}} 2(9+2y)+3y=4 \Rightarrow$$

$$18+4y+3y=4 \Rightarrow 7y=-14 \Rightarrow y=-2 \Rightarrow x=9+2(-2) \Rightarrow x=5 \Rightarrow \textit{solución} \begin{cases} x=5 \\ y=-2 \end{cases}$$

Ejercicio 4.

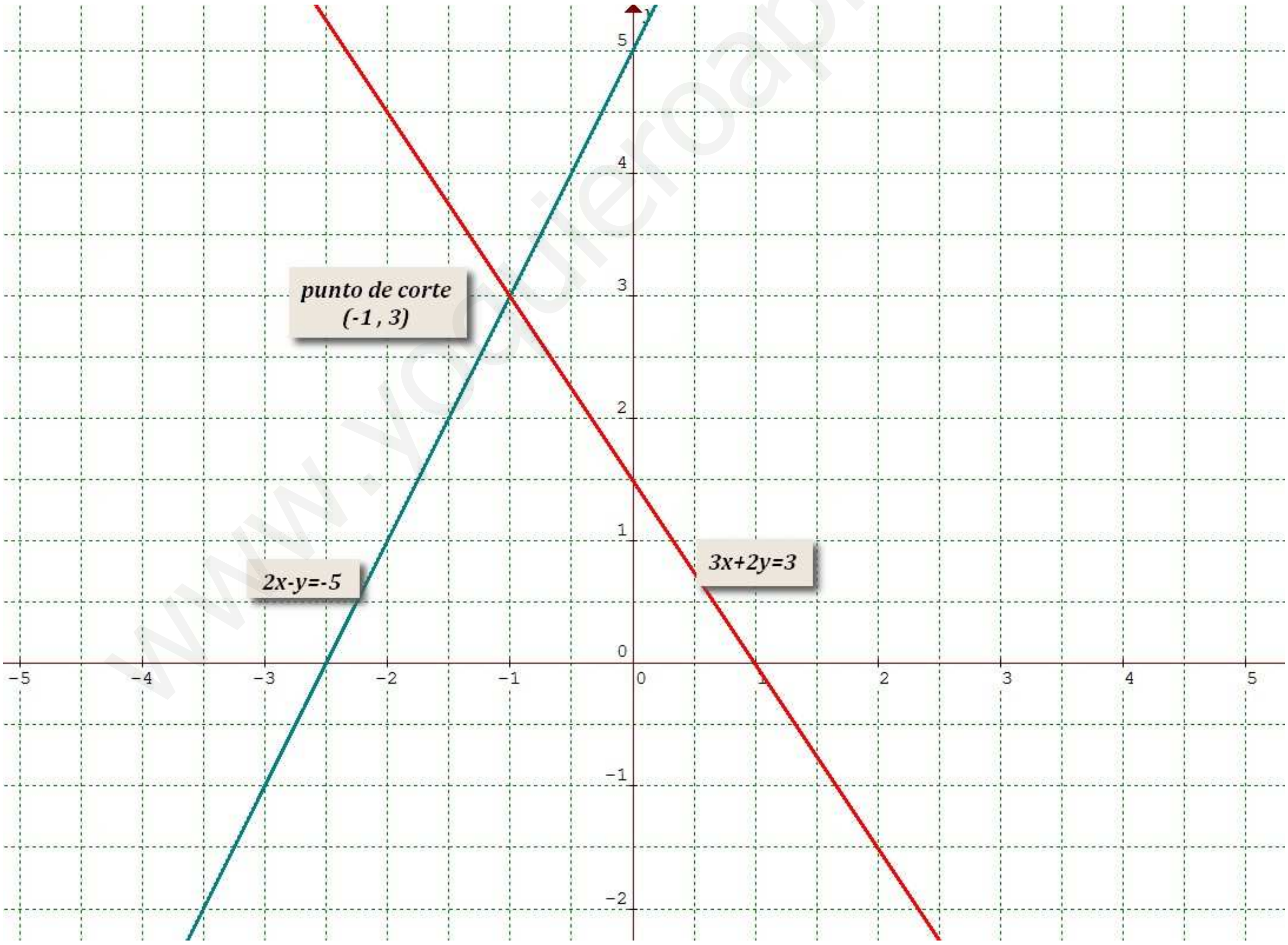
Resuelve gráficamente el sistema $\begin{cases} 3x+2y=3 \\ 2x-y=-5 \end{cases}$.

Despejamos la variable "y" en ambas ecuaciones y damos algunos valores a x.

$$3x+2y=3 \Rightarrow 2y=3-3x \Rightarrow y=\frac{3-3x}{2} \Rightarrow \left\{\begin{array}{cccc} x & y & & punto \\ x=1 & y=0 & \rightarrow & (1,0) \\ x=-1 & y=3 & \rightarrow & (-1,3) \\ x=3 & y=-3 & \rightarrow & (3,-3) \end{array}\right\}$$

$$2x-y=-5 \Rightarrow 2x+5=y \Rightarrow y=2x+5 \Rightarrow \left\{\begin{array}{cccc} x & y & & punto \\ x=0 & y=5 & \rightarrow & (0,5) \\ x=-2 & y=1 & \rightarrow & (-2,1) \\ x=-3 & y=-1 & \rightarrow & (-3,-1) \end{array}\right\}$$

Con esos puntos representamos las rectas y buscamos el punto de corte.



La solución del sistema es $\begin{cases} x=-1 \\ y=3 \end{cases}$

Ejercicio 5.

Calcula el valor de c, sabiendo que $x=-3$ es una solución de la ecuación $3x^2+10x+c=0$. Encuentra entonces la otra solución.

Como $x=-3$ *es una solución de la ecuación* $\Rightarrow$ *para ese valor se cumple la igualdad* $\Rightarrow$

$$\Rightarrow \quad 3\cdot(-3)^2+10\cdot(-3)+c=0 \quad \Rightarrow \quad 27-30+c=0 \quad \Rightarrow \quad c=3$$

Ahora la ecuación es $3x^2+10x+3=0$, *la resolvemos para encontrar la otra solución.*

$$\begin{cases} a=3 \\ b=10 \\ c=3 \end{cases} \Rightarrow x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4\cdot a\cdot c}}{2\cdot a} \quad \Rightarrow \quad x=\frac{-10\pm\sqrt{10^2-4\cdot 3\cdot 3}}{2\cdot 3}=\frac{-10\pm\sqrt{64}}{6}=\frac{-10\pm 8}{6}=\left\langle \begin{array}{l} \frac{-10+8}{6}=-\frac{1}{3} \\ \frac{-10-8}{6}=-3 \end{array} \right.$$

Las soluciones de la ecuación son $\begin{cases} x=-3 \\ x=-\frac{1}{3} \end{cases}$

Ejercicio 6.

Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones por el método que consideres más oportuno:

$$\begin{cases} 3(x-2)-2(y+1)=6-4y \\ 5(x+1)-3y=60 \end{cases}$$

Efectuamos las operaciones para dejar el sistema en la forma general,

$\begin{cases} 3x-6-2y-2=6-4y \\ 5x+5-3y=60 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3x+2y=14 \\ 5x-3y=55 \end{cases}$ *aplicamos, por ejemplo, el método de reducción y*

multiplicamos la 1^a *ecuación por* 3 *y la* 2^a *ecuación por* 2 $\Rightarrow \begin{cases} 9x+6y=42 \\ 10x-6y=110 \end{cases} \Rightarrow$ *sumando ambas igualdades*

obtenemos la ecuación $19x=152 \Rightarrow x=\frac{152}{19}=8$

Aplicamos de nuevo el método de reducción y multiplicamos la 1^a *ecuación por* 5 *y la* 2^a *ecuación por* (-3) $\Rightarrow$

$\Rightarrow \begin{cases} 15x+10y=70 \\ -15x+9y=-165 \end{cases} \Rightarrow$ *sumando ambas igualdades obtenemos la ecuación* $19y=-95 \Rightarrow y=-\frac{95}{19}=-5$

La solución del sistema es $\begin{cases} x=8 \\ y=-5 \end{cases}$

Ejercicio 7.

Un trabajador gana 50 euros en un turno de día y 75 euros en un turno de noche. En un mes ha hecho 22 turnos en total y ha ganado 1 250 euros. ¿Cuántos turnos de día ha hecho? ¿Y de noche?

Definimos las incógnitas que vamos a utilizar:

$x \rightarrow n^{o}$ *de turnos de día trabajados*

$y \rightarrow n^{o}$ *de turnos de noche trabajados*

Las condiciones dan lugar a las siguientes ecuaciones: $\begin{cases} x+y=22 \\ 50x+75y=1250 \end{cases}$

Para resolver el sistema aplicamos, por ejemplo, el método de sustitución.

$$\begin{cases} x+y=22 \\ 50x+75y=1250 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y=22-x \\ 50x+75y=1250 \end{cases} \Rightarrow 50x+75(22-x)=1250 \Rightarrow 50x+1650-75x=1250 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow -25x=-400 \Rightarrow x=\frac{-400}{-25}=16, \quad \textit{entonces} \quad y=22-16=6$$

Solución: ha trabajado $\begin{cases} 16 \textit{ turnos de día} \\ 6 \textit{ turnos de noche} \end{cases}$