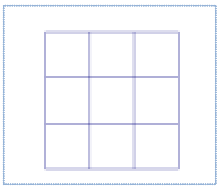
CAPÍTULO 9: LONGITUDES Y ÁREAS.
TEORÍA. Matemáticas 1º y 2º de ESO

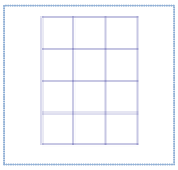
1. TEOREMA DE PITÁGORAS

1.1. Concepto de perímetro y de área de una figura plana

El **perímetro** de una figura plana es la suma de las longitudes de sus lados.
El **área** de una figura plana es lo que mide la región limitada por los lados de la figura.
Las unidades para el perímetro son centímetros (*cm*), decímetros (*dm*), metros (*m*)…
Las unidades para el área son cm^2, dm^2, m^2, …



Ejemplo:
Si tenemos un cuadrado de lado 3 *cm*, su perímetro es 3 + 3 + 3 + 3 = 12 *cm* y su área es 9 cm^2 porque podemos meter en él 9 cuadraditos de lado 1 *cm*:



Ejemplo:
Si tenemos un rectángulo de base 3 *cm* y altura 4 *cm*, su perímetro es 3 + 4 + 3 + 4 = 14 *cm* y su área es 12 cm^2 porque podemos meter en él 12 cuadraditos de lado 1 *cm*:

Actividades resueltas

- Halla los siguientes perímetros y áreas:

El perímetro de un cuadrado de lado 4 *dm*:	4 + 4 + 4 + 4 = 16 *dm*
El área de un cuadrado de lado 4 *km*:	4 · 4 = 16 km^2
El perímetro de un rectángulo de base 4 *m* y altura 5 *dm* en *m*:	4 + 0,5 + 4 + 0,5 = 9 *m*
El área de un rectángulo de base 4 *m* y altura 5 *dm* en m^2:	4 · 0.5 = 2 m^2

Actividades propuestas

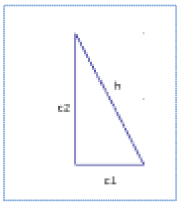
1. Indica la respuesta correcta: El perímetro y el área de un cuadrado de lado 5 *cm* son:
   a) 10 *cm* y 25 cm^2 b) 20 *cm* y 25 cm^2
   c) 20 *cm* y 5 cm^2 d) 20 *cm* y 20 cm^2
2. Indica la respuesta correcta: El perímetro y el área de un rectángulo de base 7 *dm* y altura 3 *cm* son:
   a) 146 *cm* y 210 cm^2 b) 20 *cm* y 49 cm^2
   c) 20 *cm* y 21 cm^2 d) 21 *cm* y 21 cm^2

1.2. Teorema de Pitágoras

En un triángulo rectángulo llamamos **catetos** a los lados incidentes con el ángulo recto e **hipotenusa** al otro lado.

> Recuerda que:
> Un **triángulo** es **rectángulo**, si tiene un ángulo recto.

Teorema de Pitágoras



En un triángulo rectángulo, la hipotenusa al cuadrado es igual a la suma de los cuadrados de los catetos. Es decir,

$$h^2 = c_1^2 + c_2^2$$

- Del teorema de Pitágoras podemos obtener el valor de la hipotenusa de un triángulo rectángulo si conocemos lo que miden los catetos: $h = \sqrt{c_1^2 + c_2^2}$
- También podemos obtener el valor de un cateto a partir de los valores de la hipotenusa y del otro cateto:

$$c_2 = \sqrt{h^2 - c_1^2}$$

Ejemplo:
Si los catetos de un triángulo rectángulo miden 3 *cm* y 4 *cm*, su hipotenusa vale 5 *cm*, ya que:

$$h = \sqrt{3^2 + 4^2} = \sqrt{25} = 5 \text{ cm.}$$

Actividades resueltas

- Si la hipotenusa de un triángulo rectángulo mide 13 *dm* y uno de sus catetos mide 12 *dm*, halla la medida del otro cateto:

Solución: Por el teorema de Pitágoras:

$$c = \sqrt{13^2 - 12^2} = \sqrt{(13-12)\times(13+12)} = \sqrt{25} = 5 \ dm$$

Actividades propuestas

3. ¿Es posible encontrar un triángulo rectángulo cuyos catetos midan 7 y 24 *cm* y su hipotenusa 26 *cm*? Si tu respuesta es

www.yoquieroaprobar.es

Textos Marea Verde

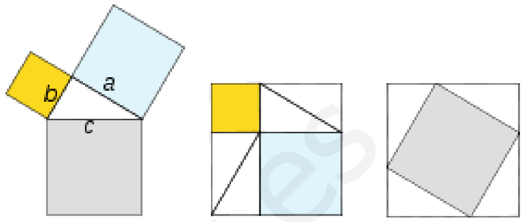
negativa, halla la medida de la hipotenusa de un triángulo rectángulo cuyos catetos miden 7 y 24 *cm*. Utiliza calculadora para resolver esta actividad si te resulta necesaria.

Interpretación del teorema de Pitágoras

Si dibujamos un cuadrado de lado la hipotenusa *h* de un triángulo rectángulo, su área es h^2 (ver el primer ejemplo de 1.1). Si dibujamos dos cuadrados de lados los catetos c_1 y c_2 de ese triángulo rectángulo, sus áreas son c_1^2, c_2^2. Entonces el teorema de Pitágoras dice que el área del primer cuadrado (cuadrado gris de la figura de la izquierda) es igual a la suma de las áreas de los otros dos (cuadrados azul claro y amarillo de la figura de la izquierda).

Existen más de 367 demostraciones diferentes del Teorema de Pitágoras.

Una comprobación gráfica consiste en dibujar dos cuadrados iguales de lado la suma de los catetos *a* y *b* (figuras del centro y de la derecha). En uno se dibujan los cuadrados de lado *a* y *b*, en amarillo y azul en el dibujo. En el otro el cuadrado de lado la hipotenusa (en gris en el dibujo). Observa que quitando 4 triángulos iguales al de partida nos queda que el cuadrado gris es igual a la suma de los cuadrados amarillo y azul.



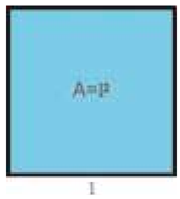
Por tanto: $a^2 + b^2 = c^2$

Actividades propuestas

4. Calcula la longitud de la hipotenusa de los siguientes triángulos rectángulos de catetos:
   a) 4 *cm* y 3 *cm* b) 8 *m* y 6 *m*
   c) 3 *dm* y 7 dm d) 27,3 *km* y 35,8 *km*.
5. Calcula la longitud del cateto que falta en los siguientes triángulos rectángulos de hipotenusa y cateto:
   a) 5 *cm* y 3 *cm* b) 10 *m* y 6 *m*
   c) 25 *dm* y 10 *dm* d) 34,7 *km* y 12,5 *km*
6. Calcula el área de un triángulo equilátero de lado 4 *m*. *Ayuda*: Utiliza el teorema de Pitágoras para calcular la altura.
7. Calcula el área de un hexágono regular de lado 6 *cm*. *Ayuda*: Utiliza el teorema de Pitágoras para calcular su apotema.
8. Calcula el volumen de un tetraedro regular de lado 5 *dm*.
9. Calcula la longitud de la diagonal de un cuadrado de lado 8 *m*.
10. Calcula la longitud de la diagonal de un rectángulo de base 10 *cm* y altura 7 *cm*.

2. PERÍMETROS Y ÁREAS DE POLÍGONOS

2.1. Área del cuadrado y del rectángulo



El **área de un cuadrado** es el cuadrado de uno de sus lados:

$$Área_{\ cuadrado} = lado^2$$

El **área de un rectángulo** es el producto de su base por su altura:

$$Área_{\ rectángulo} = base \cdot altura$$

Ejemplo:

Si tenemos un cuadrado de 13 *dm* de lado, el área de dicho cuadrado es 169 *dm*^{2} ya que:

$$Área_{\ cuadrado} = lado^2 = 13^2 = 169\ dm^2.$$

Actividades resueltas

Baldosa cuadrada

- Calcula el área de la baldosa de la figura de 7 *cm* de lado

Solución: La baldosa de la figura es cuadrada. Por lo tanto:

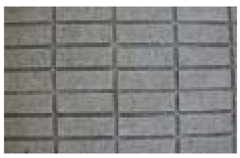
$$Área_{\ cuadrado} = lado^2 = 7^2 = 49\ cm^2.$$

- Calcula el área de un rectángulo de 9 cm de base y 4 cm de altura

Solución: Por tratarse de un rectángulo:

$$Área_{\ rectángulo} = base \cdot altura = 9 \cdot 4 = 36\ cm^2.$$

Actividades propuestas



Baldosas rectángulares

11. Las baldosas de la figura miden 12 *cm* de largo y 6 *cm* de ancho. ¿Qué área ocupa cada una de las baldosas?
12. Mide la base y la altura de tu mesa. ¿De qué figura se trata? ¿Cuánto mide su área?

13. Estas molduras miden 175 cm de ancho y 284 cm de alto. ¿Cuál es el área encerrada?

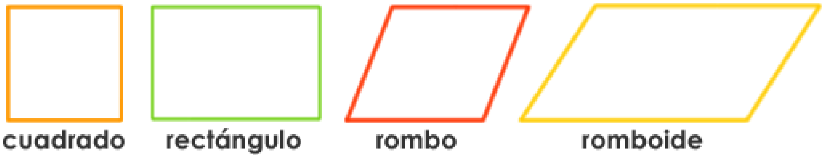
www.yoquieroaprobar.es

Textos Marea Verde

2.2. Área de paralelogramo y del triángulo

Recuerda que:

Un **paralelogramo** es un cuadrilátero (cuatro lados) cuyos lados opuestos son paralelos.
Los cuadrados, los rectángulos y los rombos son paralelogramos.
Los que no son de ninguno de esos tipos se llaman **romboides.**

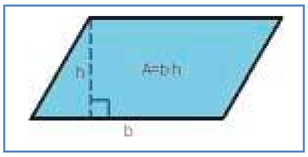


Los paralelogramos tienen las siguientes propiedades:

- Los lados opuestos son iguales
- Sus diagonales se cortan en sus puntos medios
- Tienen un centro de simetría
- Los romboides no tienen eje de simetría

El área de un **paralelogramo** es el producto de su base por su altura, igual que el área de un rectángulo:

$$Área_{Paralelogramo} = base \cdot altura$$

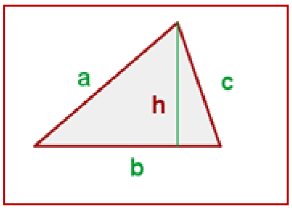


Mira el paralelogramo de la figura. Puedes convertirlo en un rectángulo cortando un triángulo y colocándolo al otro lado.

Si cortas a un paralelogramo por una de sus diagonales obtienes dos triángulos iguales, con la misma base y la misma altura que el paralelogramo. Por tanto su área es la mitad que la del paralelogramo.

El **área de un triángulo** es la mitad del área de un paralelogramo:

$$Área_{triángulo} = \frac{base \cdot altura}{2}$$



Ejemplo 5:

- El área de un triángulo de base b = 5 *cm* y altura h = 8 *cm* es 20 *cm*² ya que:

$$Área_{triángulo} = \frac{base \cdot altura}{2} = \frac{5 \cdot 8}{2} = 20\ cm^2.$$

Actividades resueltas

- La vela de un barco tiene forma triangular. La base de la vela mide 3 metros y su altura son 6 metros, ¿qué superficie ocupa dicha vela?

Solución: Como la vela tiene forma triangular:

$$Área_{triángulo} = \frac{base \cdot altura}{2} = \frac{3 \cdot 6}{2} = 9\ m^2.$$

- Halla los siguientes perímetros y áreas:

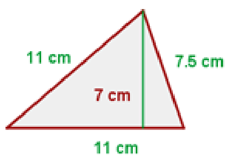
a) Un cuadrado de 4 metros de lado:
Perímetro: La suma de sus cuatro lados: 4 + 4 + 4 + 4 = 16 *m*.
Área: lado · lado = 4 · 4 = 16 m^2.

b) Un rectángulo de 5 metros de ancho y 3 *m* de largo
Perímetro: Suma de sus lados: 5 + 5 + 3 + 3 = 16 *m*.
Área: Largo por ancho = 5 · 3 = 15 m^2.

c)

$$A = \frac{11 \cdot 7}{2} = 38.5\ cm^2$$

Área:

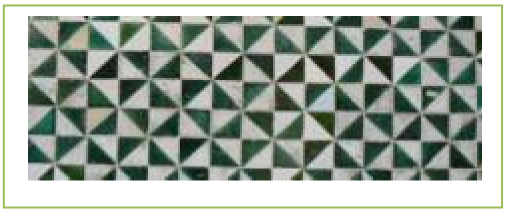


Perímetro: $P = 11 + 11 + 7.5 = 29.5$ cm

Autores: Javier Rodrigo, Raquel Hernández y José Antonio Encabo
Ilustraciones: Banco de Imágenes de INTEF
Textos Marea Verde
www.yoquieroaprobar.es

Actividades propuestas

14. Cada uno de los triángulos de la figura tienen una base de 10 *mm* y una altura de 6 *mm*. ¿Cuánto vale el área de cada triángulo? Si en total hay 180 triángulos, ¿qué área ocupan en total?

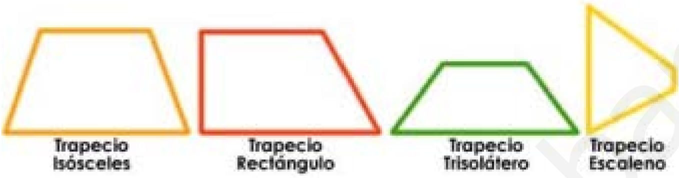


15. La base de un triángulo rectángulo mide 8 *cm*. Si su hipotenusa mide 10 cm, ¿cuál es el área de este triángulo rectángulo? (*Ayuda*: Utiliza el teorema de Pitágoras para calcular el otro cateto. Como los catetos son ortogonales, uno es la base y el otro, la altura)

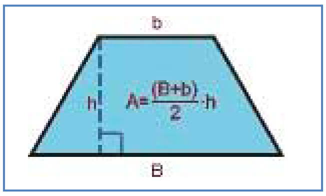
2.3. Área del trapecio, rombo y romboide

Recuerda que:

- Un **trapecio** es un cuadrilátero con dos lados paralelos y dos lados no
- Un trapecio con dos ángulos rectos se llama **rectángulo**
- Un trapecio con los dos lados no paralelos iguales se llama **isósceles**
- Un trapecio con los tres lados desiguales se llama **escaleno**



Imagina un trapecio. Gíralo 180º. Une el primer trapecio con el trapecio que acabas de girar por un lado. ¿Qué obtienes? ¿Es un paralelogramo? Tiene de base, la suma de las bases menor y mayor del trapecio, y de altura, la misma que el trapecio, luego su área es la suma de las bases por la altura. Por tanto el área del trapecio, que es la mitad es la semisuma de las bases por la altura.

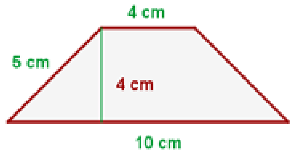


El **área de un trapecio** es igual a la mitad de la suma de sus bases multiplicada por su altura:

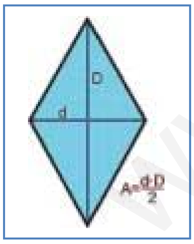
$$A = \frac{(B+b)\cdot h}{2}$$

Ejemplo:

Tenemos el siguiente trapecio cuya base B = 10 *cm*, b = 4 *cm*, h = 4 *cm*, su área es:



$$A = \frac{(10+4)\cdot 4}{2} = 28\ cm^2$$



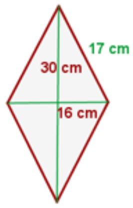
Piensa en un rombo. Está formado por dos triángulos iguales

El **área de un rombo** es el producto de sus diagonales divididas entre 2:

$$A = \frac{D\cdot d}{2}$$

Ejemplo:

Si tenemos un rombo cuyas diagonales son D = 30 *cm* y d = 16 *cm* respectivamente y un lado 17 *cm*, el área será



$$A = \frac{30\cdot 16}{2} = 240\ cm^2$$

Y el perímetro 17 · 4 *cm* al ser todos los lados iguales.

Otra manera de hallar el área de un rombo sería considerar que el rombo con sus dos diagonales forma cuatro triángulos rectángulos iguales de lados: 15 *cm*, (la mitad de la diagonal D), 8 *cm* (la mitad de la diagonal d), pues ambas diagonales se cruzan en el centro del rombo, y de hipotenusa 17 *cm*, el lado del rombo.

El área es: Área de un triángulo multiplicado por 4 triángulos.

Comprobamos que el valor coincide con el anterior:

www.yoquieroaprobar.es

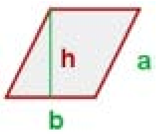
$8 \cdot 15 : 2 = 60 \cdot 4 = 240\ cm^2$.

Ya sabes que el romboide es un caso particular de paralelogramo.

El **área de un romboide** es el producto de su base y su altura:

$$Área_{\ romboide} = base \cdot altura = b \cdot h$$

Ejemplo:



Si tenemos un romboide de 5 *cm* de base y 4 *cm* de altura su área es $5 \cdot 4 = 20\ cm^2$.

El perímetro será: Si el lado vale 4, el perímetro es 5 + 5 + 4 + 4 = 18 *cm*.

Actividades resueltas

- Calcula el área de las siguientes figuras planas:

a) Un trapecio de bases 10 y 4 cm y de altura 3 cm

b) Un rombo de diagonales 16 y 12 cm

Solución:

$$Área_{\ trapecio} = \frac{(B+b)\cdot h}{2} = \frac{(10+4)\cdot 3}{2} = 21\ cm^2.$$

$$Área_{\ rombo} = \frac{D \cdot d}{2} = \frac{16 \cdot 12}{2} = 96\ cm^2.$$

Actividades propuestas

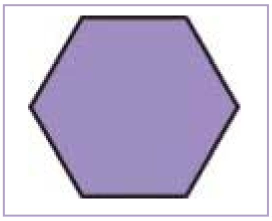
16. En una cometa con forma de rombo, sus diagonales miden 84 y 35 *cm*. ¿Cuánto mide el área de la cometa?
17. Un trapecista está realizando acrobacias sobre un trapecio de bases 1,2 y 0,8 *m* y altura 0,5 *m*. ¿Cuánto mide el área del trapecio que usa el trapecista?
18. Calcula el área de un romboide de 15 *cm* de base y 12 *cm* de altura. Si doblamos las medidas de la base y la altura, ¿cuál es el área del nuevo romboide?

2.4. Área de polígonos regulares

Un polígono regular podemos dividirlo en tantos triángulos iguales como lados tiene el polígono. Cada triángulo tiene de área: (base · altura)/2. La base del triángulo es el lado del polígono, y su altura, la apotema del polígono.

Ejemplo

El hexágono regular de lado 4 *cm* y apotema 3,5 *cm* lo descomponemos en 6 triángulos de base 4 *cm* y altura 3,5 *cm*, por lo que su área es:



$$Área_{\ triángulo} = \frac{4 \cdot 3{,}5}{2} = 7\ cm^2.$$

El área del hexágono es por tanto:

$$Área_{\ hexágono} = \frac{6 \cdot 4 \cdot 3{,}5}{2} = \left(\frac{6 \cdot 4}{2}\right) \cdot 3{,}5 = 42\ cm^2.$$

Al ser $\left(\frac{6 \cdot 4}{2}\right)$ el semiperímetro del hexágono, es decir, la mitad de su perímetro, se puede decir que:

El **área de un polígono regular** es igual al semiperímetro por la apotema.

$$Área = semiperímetro \cdot apotema$$

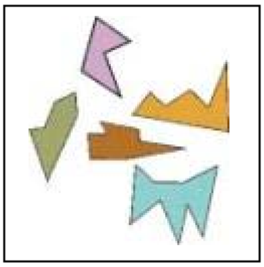
Actividades resueltas

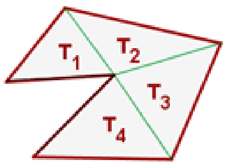
- Calcula las áreas de un triángulo y un hexágono regular de lado 6 *cm*.

Solución: El semiperímetro del triángulo es 9 *cm* y el del hexágono es 18 *cm*. Las apotemas las puedes calcular utilizando el teorema de Pitágoras y valen, para el triángulo y para el hexágono aproximadamente 5,2 *cm*, luego las áreas valen:

$$A_{\ triángulo} = 9 \cdot 5{,}2 = 46{,}8\ cm^2.$$

$$A_{\ hexágono} = 18 \cdot 5{,}2 = 93{,}6\ cm^2.$$





2.5. Área de polígonos irregulares

Los polígonos irregulares son aquellos que no tienen una forma conocida determinada.

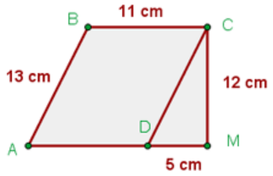
Para calcular el área de un polígono irregular, dividimos la figura en triángulos y cuadriláteros conocidos para poder aplicar las fórmulas aprendidas anteriormente.

$$A = T_1 + T_2 + T_3 + T_4$$

Autores: Javier Rodrigo, Raquel Hernández y José Antonio Encabo
Ilustraciones: Banco de Imágenes de INTEF
BY NC SA
Textos Marea Verde
www.yoquieroaprobar.es

Ejemplo:

Hallar el perímetro y el área de la figura:



AD = BC; AB = DC $\longrightarrow$ Romboide

P = 13 + 11 + 12 + 5 + 11= 52 *cm*

$A = A_R + A_T$

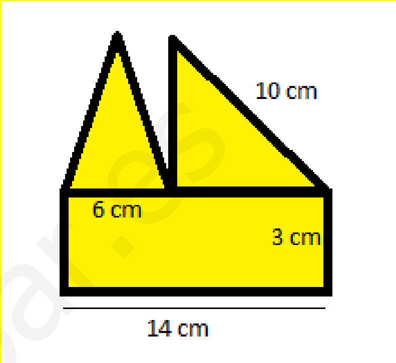
A_R = área del romboide A_T = área del triángulo

$A = 11 \cdot 12 + (12 \cdot 5) : 2 = 162\ cm^2$

Ejemplo:

- El área de esta figura irregular es 84 cm^2. ¿Qué hemos hecho para calcularla?

Dividimos la figura en dos triángulos y un rectángulo y calculamos el área de cada una de las figuras. Previamente utilizamos el teorema de Pitágoras para calcular la altura de los triángulos y obtenemos que mide 6 *cm*.



$$Área_{triángulo\ 1} = \frac{b \cdot h}{2} = \frac{6 \cdot 6}{2} = 18\ cm^2.$$

$$Área_{triángulo\ 2} = \frac{b \cdot h}{2} = \frac{8 \cdot 6}{2} = 24\ cm^2.$$

$$Área_{\ rectángulo} = b \cdot h = 14 \cdot 3 = 42\ cm^2.$$

Para calcular el área total, sumamos las tres áreas obtenidas:

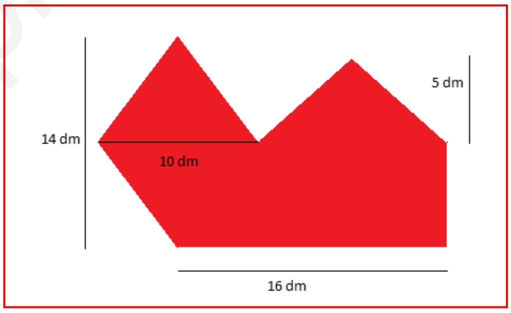
$$A_{\ total} = 18 + 24 + 42 = 84\ cm^2.$$

Actividades resueltas

- Para calcular el área de la figura de la derecha, la dividimos primero en cuadriláteros conocidos.

Tenemos un rombo, un trapecio y un triángulo:

Calculamos el área del rombo, el trapecio y el triángulo:



$$Área_{\ rombo} = \frac{D \cdot d}{2} = \frac{14 \cdot 10}{2} = 70\ dm^2.$$

El trapecio tiene de base mayor 16 dm, de base menor 16 – 5 = 11 dm, y de altura 7 dm, luego:

$$Área_{\ trapecio} = \frac{(B+b) \cdot h}{2} = \frac{(16+11) \cdot 7}{2} = \frac{189}{2}\ dm^2.$$

La base del triángulo mide 11 *dm* y su altura 5 *dm*, luego su área mide:

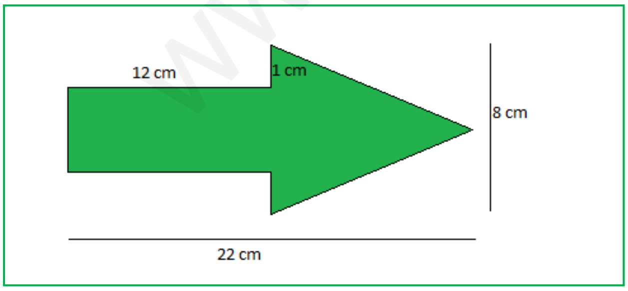
$$Área_{\ triángulo} = \frac{B \cdot h}{2} = \frac{11 \cdot 5}{2} = \frac{55}{2}\ dm^2.$$

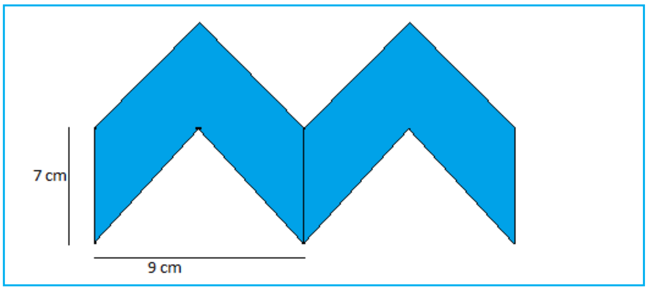
Sumando todas las áreas obtenidas:

$$Área_{\ TOTAL} = 70 + \frac{189}{2} + \frac{55}{2} = 192\ dm^2.$$

Actividades propuestas

19. Calcula el área de los siguientes polígonos irregulares:





2.6. Perímetros de polígonos

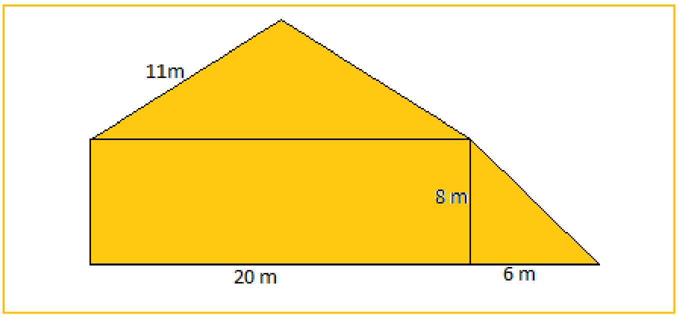
El **perímetro** de un polígono es la suma de las longitudes de todos sus lados

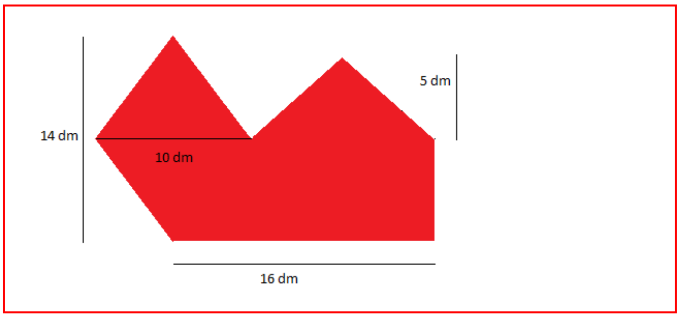
Actividades propuestas

20. Calcula el perímetro del polígono de la figura 1ª:

www.yoquieroaprobar.es

Textos Marea Verde





21. Calcula el perímetro de los polígonos de la actividad 19.
22. Calcula el perímetro del polígono de la figura 2ª:

3. PERÍMETROS Y ÁREAS DE FIGURAS CIRCULARES

3.1. Longitud de una circunferencia

El **número π** (pi) se define como el cociente entre la longitud de la circunferencia y su diámetro.

π = Longitud de la circunferencia / Diámetro

Es un número irracional, con infinitas cifras decimales no periódicas. Una aproximación de **π** es 3,14, otra 3,1416, y otra 3,141592.

Desde la antigüedad más lejana hasta hoy en día los matemáticos siguen investigando sobre él.

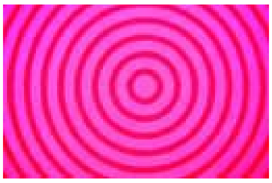
Si una circunferencia tiene un radio *r*, entonces su diámetro mide 2*r*, y su longitud, por la definición de π, mide 2·π·*r*.

Longitud de la circunferencia = 2·π·*r*.

Actividades resueltas

- La circunferencia de radio 3 *cm* tiene una longitud L = 2·π·*r* = 2·π·3 = 6·π ≈ 18,84.

Actividades propuestas



23. Las circunferencias de tamaño real de la ilustración del margen tienen como radio, la menor 2 *cm*, la un poco más oscura siguiente 2,5 *cm*, la clara siguiente 3,5 *cm*, y así, aumenta unas veces medio centímetro y otras, un centímetro. Calcula las longitudes de las 10 primeras circunferencias.
24. Busca 3 objetos redondos, por ejemplo un vaso, una taza, un plato, una botella… y utiliza una cinta métrica para medir su longitud. Mide también su diámetro. Calcula su cociente. Anota las aproximaciones deπ que hayas obtenido.
25. La Tierra es aproximadamente una esfera de radio 6.379 *km*. ¿Cuánto mide el Ecuador?

3.2. Longitud de un arco de circunferencia

Para calcular la longitud de un arco de circunferencia que abarca un ángulo de α grados, debemos tener en cuenta que la circunferencia completa abarca un ángulo de 360 º. Por tanto:

L = 2·**π**·*r*·α/360.

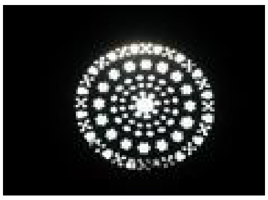
Actividades resueltas

- Las ruedas de un carro miden 60 *cm* de diámetro, y tienen 16 radios. La longitud del arco entre cada radio es L = 2·π·*r*·α/360 = 60·π/16 ≈ 11,78 *cm*.

Actividades propuestas

26. Antiguamente se definía un metro como: *"la diez millonésima parte del cuadrante del meridiano terrestre que pasa por París*". Según esta definición, ¿cuánto mide (en metros) el diámetro terrestre?

27. Hemos medido la distancia entre los pilares del arco de la figura que es de 8'4 *m*. ¿Cuál es la longitud del arco?
28. Un faro gira describiendo un arco de 170º. A una distancia de 5 *km*, ¿cuál es la longitud del arco de circunferencia en el que se ve la luz?
29. El radio de la circunferencia exterior del rosetón de la figura es de 3 *m*, y la de la siguiente figura es de 2,5 *m*.
    a) Calcula la longitud del arco que hay en la greca exterior entre dos figuras consecutivas.
    b) Calcula la longitud de arco que hay en la siguiente greca entre dos figuras consecutivas



3.3. Área del círculo

El área del círculo es igual al producto del número π por el cuadrado del radio.

www.yoquieroaprobar.es

BY NC SA
Textos Marea Verde

A = π·r^2.

Se puede imaginar el área del círculo como a la que se acercan polígonos regulares inscritos en una misma circunferencia de radio *r*, con cada vez más lados. Entonces:

i) La apotema del polígono se aproxima al radio.

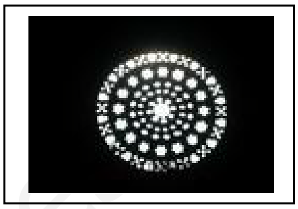
ii) El perímetro del polígono se aproxima a la longitud de la circunferencia.

Por lo tanto, el área de ese polígono, que es igual al semiperímetro por la apotema, es igual a:

$$(2\cdot\pi\cdot r/2)\cdot r = \pi\cdot r^2.$$

Actividades resueltas

- El área de un círculo de radio 7 *cm* es A = 49 π ≈ 153,86 cm^2. Y el de un círculo de 1 *cm* de radio es A = π ≈ 3,14 cm^2.
- El área de un círculo de diámetro 4 m es A = 4 π ≈ 12,56 m^2. Y el de un círculo de 2 *m* de diámetro es A = π ≈ 3,14 m^2.

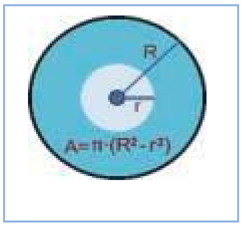


Actividades propuestas

30. Calcula el área encerrada por la circunferencia exterior del rosetón de 3 *m* de radio.

31. Calcula el área encerrada por la circunferencia que rodea a la figura interior sabiendo que su radio es de 1,3 *m*.

32. Dibuja un esquema en tu cuaderno de dicho rosetón y calcula áreas y longitudes.



3.4. Área de la corona circular

El área de una corona circular es igual al área del círculo mayor menos el área del círculo menor.

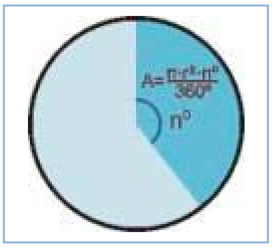
$$A = \pi \cdot R^2 - \pi \cdot r^2 = \pi\cdot(R^2 - r^2)$$

Actividades resueltas

- El área de la corona circular formada por las circunferencias concéntricas de radios 97,5 *cm* y 53,2 *cm* es igual a: A = π(R^2 – r^2) = π·(97,5² – 53,2²) = π·(9506,25 – 2830,24) = π·6676,01 ≈ 20962,6714 cm^2.

Actividades propuestas

33. Calcula el área de la corona circular de radios 7 y 3 *cm*.



3.5. Área del sector circular

El área de un sector circular que abarca un ángulo de *n* grados es igual a:

$$A = \pi\cdot r^2\cdot n/360.$$

Para hallar el **área del segmento circular** restamos al área del sector circular el área del triángulo.

Actividades resueltas

- Para hallar el área del *sector* circular de radio 7 m que abarca un ángulo de 90º, calculamos el área del círculo completo: π·7² = 49 π, y hallamos la proporción:

$$A_S = 49\pi\cdot 90/360 = 12{,}25\ \pi \approx 38{,}465\ m^2.$$

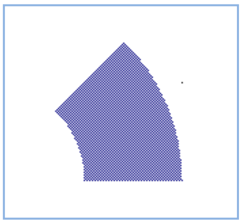
Para hallar el área del *segmento* circular, restamos al área anterior el área del triángulo rectángulo de base 7 *m* y altura 7 *m*, A_T = 7·7/2 = 24,5 m^2. Luego el área del segmento es:

$$A = A_S - A_T = 38{,}465 - 24{,}5 = 13{,}965\ m^2.$$

Actividades propuestas

34. Calcula el área del sector circular y del segmento circular de radio 12 *cm* y que forma un ángulo de 60 º. Observa que para calcular la altura del triángulo necesitas usar el Teorema de Pitágoras.

3.6. Otras áreas



Para hallar el **área de un sector de corona circular** restamos al área del sector circular de mayor radio el área del sector circular de menor radio.

El área de un sector de corona circular formada por las circunferencias concéntricas de radios *r* y *R* que abarca un ángulo de *n* grados es igual a:

$$A = \pi \cdot R^2\cdot (n/360) - \pi \cdot r^2 \cdot (n/360) = \pi \cdot (R^2 - r^2) \cdot n/360.$$

Actividades resueltas

- Para hallar el área del *sector* de corona circular de radios 7 m y 8 m que abarca un ángulo de 90º, calculamos el área de la corona circular completa: π · (8² – 7²) = 15 π, y hallamos la proporción:

$$A_C = 15\ \pi \cdot 90/360 = 3{,}75\ \pi \approx 11{,}78\ m^2.$$

También se puede hallar con la fórmula anterior:

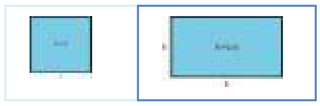
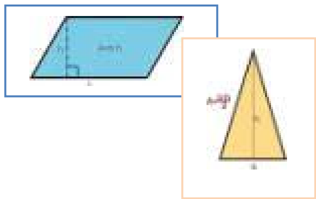
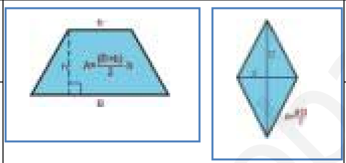
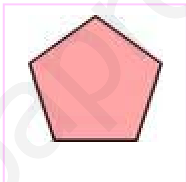
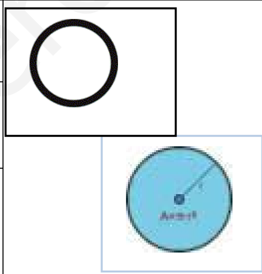
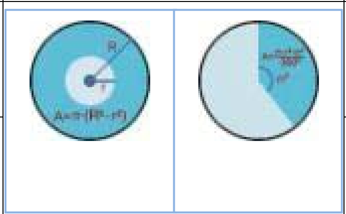
$$A_C = \pi \cdot (8^2 - 7^2) \cdot 90/360 \approx 11{,}78\ m^2.$$

Actividades propuestas

35. Calcula el área del sector de corona circular de radios 10 *cm* y 12 *cm* y que forma un ángulo de 60º.

www.yoquieroaprobar.es

RESUMEN

			Ejemplos
Teorema de Pitágoras	En un triángulo rectángulo, la hipotenusa al cuadrado es igual a la suma de los cuadrados de los catetos: $a^2 = b^2 + c^2$		$25 = 5^2 = 3^2 + 4^2 = 9 + 16$
Área del cuadrado	A = lado^2 = l^2		Si $l = 4$ *cm* $\Rightarrow$ A = 16 cm^2
Área del rectángulo	A = base por altura = $a \cdot b$		Si $a = 3$ *cm*, $b = 5$ *cm* $\Rightarrow$ A = 15 cm^2.
Área del paralelogramo	A = base por altura = $a \cdot b$		a = 7 *m*, b = 9 *m* $\Rightarrow$ A = 63 m^2
Área del triángulo	A = (base por altura)/2 = $a \cdot b/2$		a = 5 m, b = 6 m $\Rightarrow$ A = 15 m^2
Área del trapecio	Área igual a la semisuma de las bases por la altura		B = 7; b = 3; h = 5 $\Rightarrow$ A = 25
Área del rombo	Área igual al producto de las diagonales partido por 2		D = 4, D = 9 $\Rightarrow$ A = 36/2 = 18
Área de un polígono regular	Área es igual al semiperímetro por la apotema		Lado = 6 *cm*, apotema = 5 *cm*, número de lados = 5 $\Rightarrow$ Perímetro = 6 · 5 = 30*cm*; Área = 15 · 5 = 75cm^2.
Perímetro de un polígono	Perímetro es igual a la suma de los lados		
Longitud de la circunferencia	Si el radio es r, la longitud es igual a $2 \cdot \pi \cdot r$.		Radio = 3 *cm* $\Rightarrow$ Longitud = $6\pi \approx 18{,}84$ *cm*. Área = $9\pi \approx 28{,}26$ cm^2. Si $\alpha = 30^o$ y r = 3 *cm* $\Rightarrow$ Longitud del arco = $2 \cdot \pi \cdot 3 \cdot 30/360 = 0{,}5\pi \approx 1{,}57$ *cm*
Longitud de un arco de circunferencia	Si abarca un arco α, longitud es igual a $2 \cdot \pi \cdot r \cdot \alpha/360$		
Área del círculo	Si el radio es *r*, el área es igual a $\pi \cdot r^2$.		
Área de la corona circular	Es la diferencia entre el área del círculo mayor menos la del círculo menor.		R = 7, r = 3 $\Rightarrow$ A = $\pi(7^2 - 3^2) = \pi(49 - 9) = 40\pi \approx 125{,}6$ u^2
Área del sector circular	Si abarca un arco n^o, el área es igual a $\pi \cdot r^2 \cdot n/360$.		R = 4 *cm*, *n* = 60^o $\Rightarrow$ A = $\pi \cdot 16 \cdot 60/360 \approx 8{,}373$ cm^2

www.yoquieroaprobar.es