EJERCICIOS PROPUESTOS

2.1 Escribe cada potencia como producto y calcula su valor.

a) $(-7)^3$ b) 4^5 c) $(-8)^3$ d) $(-3)^4$

a) $(-7)^3 = (-7) \cdot (-7) \cdot (-7) = -343$

c) $(-8)^3 = (-8) \cdot (-8) \cdot (-8) = -512$

b) $4^5 = 4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 = 1024$

d) $(-3)^4 = (-3) \cdot (-3) \cdot (-3) \cdot (-3) = 81$

2.2 Expresa como potencias de base negativa.

a) 49 b) -8 c) 16 d) -27

a) $49 = (-7)^2$ b) $-8 = (-2)^3$ c) $16 = (-4)^2$ d) $-27 = (-3)^3$

2.3 Halla las potencias sucesivas de (-1) y explica qué observas.

$(-1)^1 = -1$, $(-1)^2 = 1$, $(-1)^3 = -1$, $(-1)^4 = 1\ldots$

Si el exponente es par, el resultado es 1. Si el exponente es impar, el resultado es -1.

2.4 Escribe como una sola potencia.

a) $2^4 \cdot 2^6$ b) $(-5)^8 : (-5)^3$ c) $[(-9)^2]^3$ d) $(-4)^3 \cdot (-4)^3 : (-4)$

a) $2^4 \cdot 2^6 = 2^{4+6} = 2^{10}$

c) $[(-9)^2]^3 = (-9)^{2 \cdot 3} = (-9)^6$

b) $(-5)^8 : (-5)^3 = (-5)^{8-3} = (-5)^5$

d) $(-4)^3 \cdot (-4)^3 : (-4) = (-4)^{3+3} : (-4) = (-4)^6 : (-4) = (-4)^5$

2.5 Sustituye *a* por el número que corresponda.

a) $(-4)^5 \cdot (-4)^a = (-4)^7$ b) $(-6)^{12} : [(-6)^4]^a = (-6)^4$

a) $(-4)^5 \cdot (-4)^a = (-4)^7 \Rightarrow (-4)^{5+a} = (-4)^7 \Rightarrow 5 + a = 7 \Rightarrow a = 2$

b) $(-6)^{12} : [(-6)^4]^a = (-6)^4 \Rightarrow (-6)^{12} : (-6)^{4 \cdot a} = (-6)^4 \Rightarrow (-6)^{12-4a} = (-6)^4 \Rightarrow 12 - 4a = 4 \Rightarrow a = 2$

2.6 Escribe como una sola potencia.

a) $3^5 \cdot (-7)^5$ b) $(-15)^4 : 5^4$ c) $(-8)^2 \cdot (-4)^2 \cdot 3^2$

a) $3^5 \cdot (-7)^5 = [3 \cdot (-7)]^5 = (-21)^5$

b) $(-15)^4 : 5^4 = [(-15) : 5]^4 = (-3)^4$

c) $(-8)^2 \cdot (-4)^2 \cdot 3^2 = [(-8) \cdot (-4) \cdot 3]^2 = (96)^2$

2.7 Copia y completa.

a) $(-2)^4 \cdot (-3)^4 = (\square)^4$ b) $(-18)^6 : (-9)^6 = 2^{\square}$ c) $(\square)^3 : 5^3 = (-25)^3$ d) $7^2 \cdot (\square)^2 \cdot 2^2 = (-42)^2$

a) $(-2)^4 \cdot (-3)^4 = 6^4$

c) $(-125)^3 : 5^3 = (-25)^3$

b) $(-18)^6 : (-9)^6 = 2^6$

d) $7^2 \cdot (-3)^2 \cdot 2^2 = (-42)^2$

2.8 Sustituye las letras por los números que hagan que las igualdades sean ciertas.

a) $(-6)^9 \cdot (-3)^9 \cdot (-2)^a = (-36)^9$ b) $2^5 \cdot (-8)^5 = (-16)^a$ c) $(-9)^a : 3^4 = (-3)^4$ d) $(-30)^a : (-5)^a = b^2$

a) $a = 9$. En efecto, $(-6)^9 \cdot (-3)^9 \cdot (-2)^9 = [(-6) \cdot (-3) \cdot (-2)]^9 = (-36)^9$

b) $a = 5$. En efecto, $2^5 \cdot (-8)^5 = [2 \cdot (-8)]^5 = (-16)^5$

c) $a = 4$. En efecto, $(-9)^4 : 3^4 = [(-9) : 3]^4 = (-3)^4$

d) $a = 2$, $b = 6$. En efecto, $(-30)^2 : (-5)^2 = [-30 : (-5)]^2 = 6^2$

2.9 Escribe $-216 : 8 \cdot (-5)^3$ en forma de potencia y calcula el resultado.

Descomponiendo 216 y 8 se obtiene: $216 = 2^3 \cdot 3^3$ y $8 = 2^3$. Aplicando en primer lugar la propiedad conmutativa, y posteriormente la asociativa:

$-216 : 8 \cdot (-5)^3 = -(2^3 \cdot 3^3) : 2^3 \cdot (-5)^3 = -(3^3 \cdot 2^3) : 2^3 \cdot (-5)^3 = -3^3 \cdot (2^3 : 2^3) \cdot (-5)^3 = -3^3 \cdot 1 \cdot (-5)^3 =$
$= -3^3 \cdot (-5)^3 = 15^3 = 3375$

2.10 Estudia si son cuadrados perfectos.

a) 64 b) 70 c) 100 d) 225 e) 111

a) Sí es cuadrado perfecto. En efecto, $8^2 = 64$.

b) No es cuadrado perfecto, ya que $8^2 = 64$, $9^2 = 81$ y $64 < 70 < 81$.

c) Sí es cuadrado perfecto. En efecto, $10^2 = 100$.

d) Sí es cuadrado perfecto. En efecto, $15^2 = 225$.

e) No es cuadrado perfecto, ya que $10^2 = 100$, $11^2 = 121$ y $100 < 111 < 121$.

2.11 Calcula la raíz cuadrada exacta de 196.

Se puede resolver por tanteo. En el ejercicio anterior se ha visto que $11^2 = 121$ y $15^2 = 225$.

Como $121 < 196 < 225$, el número buscado ha de ser mayor que 11 y menor que 15.

Probando: $12^2 = 144$, $13^2 = 169$, $14^2 = 196$.

La raíz cuadrada exacta de 196 es 14. Se escribe $\sqrt{196} = 14$.

2.12 Calcula la raíz cuadrada entera y el resto de los siguientes números.

a) 7 b) 39 c) 13 d) 55 e) 110

a) Se observa que $2^2 = 4$ y $3^2 = 9$. Como $4 < 7 < 9$, se tiene que el mayor entero cuyo cuadrado es menor que 7 es 2 y $7 - 2^2 = 3$. La raíz cuadrada entera de 7 es 2, y el resto, 3. Se puede escribir de la siguiente forma: $7 = 2^2 + 3$.

b) Se observa que $6^2 = 36$ y $7^2 = 49$. Como $36 < 39 < 49$, se tiene que el mayor entero cuyo cuadrado es menor que 39 es 6 y $39 - 6^2 = 3$. La raíz cuadrada entera de 39 es 6, y el resto, 3. Se puede escribir de la siguiente forma: $39 = 6^2 + 3$.

c) Se observa que $3^2 = 9$ y $4^2 = 16$. Como $9 < 13 < 16$, se tiene que el mayor entero cuyo cuadrado es menor que 13 es 3 y $13 - 3^2 = 4$. La raíz cuadrada entera de 13 es 3, y el resto, 4. Se puede escribir de la siguiente forma: $13 = 3^2 + 4$.

d) Se observa que $7^2 = 49$ y $8^2 = 64$. Como $49 < 55 < 64$, se tiene que el mayor entero cuyo cuadrado es menor que 55 es 7 y $55 - 7^2 = 6$. La raíz cuadrada entera de 55 es 7, y el resto, 6. Se puede escribir de la siguiente forma: $55 = 7^2 + 6$.

e) Se observa que $10^2 = 100$ y $11^2 = 121$. Como $100 < 110 < 121$, se tiene que el mayor entero cuyo cuadrado es menor que 110 es 10 y $110 - 10^2 = 10$. La raíz cuadrada entera de 110 es 10, y el resto, 10. Se puede escribir de la siguiente forma: $110 = 10^2 + 10$.

2.13 Sustituye la letra *a* para que sean ciertas las igualdades.

a) $\sqrt{25} \cdot \sqrt{4} = \sqrt{a}$

b) $\sqrt{4} \cdot \sqrt{a} = \sqrt{36}$

c) $\sqrt{a} = \sqrt{64} : \sqrt{16}$

d) $\sqrt{8} : \left(\sqrt{a}\right)^3 = 1$

a) $\sqrt{25} \cdot \sqrt{4} = \sqrt{25 \cdot 4} = \sqrt{100} \Rightarrow a = 100$

b) $\sqrt{4} \cdot \sqrt{a} = \sqrt{4 \cdot a} = \sqrt{36} \Rightarrow 4 \cdot a = 36 \Rightarrow a = 9$

c) $\sqrt{a} = \sqrt{64} : \sqrt{16} = \sqrt{64 : 16} = \sqrt{4} = 2 \Rightarrow \sqrt{a} = 2 \Rightarrow a = 4$

d) $\sqrt{8} : \left(\sqrt{a}\right)^3 = \sqrt{8} : \left(\sqrt{a} \cdot \sqrt{a} \cdot \sqrt{a}\right) = \sqrt{8} : \sqrt{a^3} = \sqrt{8 : a^3} = 1 \Rightarrow 8 : a^3 = 1 \Rightarrow a^3 = 8 \Rightarrow a = 2$

2.14 Expresa en forma de potencia.

a) $\sqrt{36^3}$

b) $\sqrt{3^5} \cdot \sqrt{\dfrac{625}{3}}$

c) $\sqrt{64^7}$

d) $\sqrt{32^3} : \sqrt{2^3}$

a) $\sqrt{36^3} = \left(\sqrt{36}\right)^3 = 6^3$

b) $\sqrt{3^5} \cdot \sqrt{\dfrac{625}{3}} = \sqrt{3^5 \cdot \dfrac{625}{3}} = \sqrt{\dfrac{3^5 \cdot 625}{3}} = \sqrt{3^4 \cdot 25^2} = \sqrt{3^4} \cdot \sqrt{25^2} = 3^2 \cdot 5^2 = 15^2$

c) $\sqrt{64^7} = \left(\sqrt{64}\right)^7 = 8^7$

d) $\sqrt{32^3} : \sqrt{2^3} = \sqrt{32^3 : 2^3} = \sqrt{(32 : 2)^3} = \sqrt{16^3} = \left(\sqrt{16}\right)^3 = 4^3$

2.15 Realiza las siguientes operaciones.

a) $3 + 7 \cdot 4 - (-2)^3 + (-6)$

b) $(-10) + 27 : 3^2 \cdot 5 - 2$

c) $4 + (7 - 5)^2 - (-4^2 - 18 : 3) : 2$

d) $6 + \sqrt{9} : 3 + \sqrt{81}$

a) $3 + 7 \cdot 4 - (-2)^3 + (-6) = 3 + 28 - (-8) - 6 = 3 + 28 + 8 - 6 = 39 - 6 = 33$

b) $(-10) + 27 : 3^2 \cdot 5 - 2 = (-10) + 27 : 9 \cdot 5 - 2 = (-10) + 3 \cdot 5 - 2 = (-10) + 15 - 2 = -10 + 15 - 2 = -12 + 15 = 3$

c) $4 + (7 - 5)^2 - (-4^2 - 18 : 3) : 2 = 4 + 2^2 - (-16 - 6) : 2 = 4 + 2^2 - (-22) : 2 = 4 + 4 - (-11) = 4 + 4 - (-11) = 19$

d) $6 + \sqrt{9} : 3 + \sqrt{81} = 6 + 3 : 3 + 9 = 6 + 1 + 9 = 16$

2.16 Calcula.

a) $32 - [1 - (12 - 3^2)]^2 \cdot 6 : 3$

b) $2 + 3 \cdot \sqrt{18 - 3^2} - 1^2$

c) $(-25) + [3 \cdot (-21 : \sqrt{49})]^2$

d) $\left(4^2 - \sqrt{10^2 - 8^2}\right)^3 : [5 \cdot (-2)]^2 \cdot \sqrt{1 - (-24)}$

a) $32 - [1 - (12 - 3^2)]^2 \cdot 6 : 3 = 32 - [1 - (12 - 9)]^2 \cdot 6 : 3 = 32 - [1 - 3]^2 \cdot 6 : 3 = 32 - (-2)^2 \cdot 6 : 3 =$
$= 32 - 4 \cdot 6 : 3 = 32 - 24 : 3 = 32 - 8 = 24$

b) $2 + 3 \cdot \sqrt{18 - 3^2} - 1^2 = 2 + 3 \cdot \sqrt{18 - 9} - 1 = 2 + 3 \cdot \sqrt{9} - 1 = 2 + 3 \cdot 3 - 1 = 2 + 9 - 1 = 11 - 1 = 10$

c) $(-25) + \left[3 \cdot \left(-21 : \sqrt{49}\right)\right]^2 = -25 + [3 \cdot (-21 : 7)]^2 = -25 + [3 \cdot (-3)]^2 = -25 + (-9)^2 = -25 + (-9)^2 = -25 + 81 = 56$

d) $\left(4^2 - \sqrt{10^2 - 8^2}\right)^3 : [5 \cdot (-2)]^2 \cdot \sqrt{1 - (-24)} = \left(16 - \sqrt{100 - 64}\right)^3 : (-10)^2 \cdot \sqrt{1 + 24} = \left(16 - \sqrt{36}\right)^3 : (-10)^2 \cdot \sqrt{25} =$
$= (16 - 6)^3 : 100 \cdot 5 = 10^3 : 100 \cdot 5 = 1000 : 100 \cdot 5 = 10 \cdot 5 = 50$

2.17 Encuentra todos los números comprendidos entre 1 y 10 que se pueden escribir como el resultado de sumar las raíces cuadradas exactas de dos números enteros mayores que 0.

En primer lugar es necesario analizar cuáles son los números enteros entre 1 y 100 que son cuadrados perfectos, ya que solo los cuadrados perfectos tienen raíz cuadrada exacta y únicamente nos interesan aquellos con raíz cuadrada menor o igual que 10. Los cuadrados perfectos entre 1 y 100 son:

$$1^2 = 1,\ 2^2 = 4,\ 3^2 = 9,\ 4^2 = 16,\ 5^2 = 25,\ 6^2 = 36,\ 7^2 = 49,\ 8^2 = 64,\ 9^2 = 81,\ 10^2 = 100$$

A continuación se completa una tabla con la suma de las raíces de los cuadrados perfectos, y se marcan aquellos resultados comprendidos entre 1 y 10.

+	$\sqrt{1}$	$\sqrt{4}$	$\sqrt{9}$	$\sqrt{16}$	$\sqrt{25}$	$\sqrt{36}$	$\sqrt{49}$	$\sqrt{64}$	$\sqrt{81}$	$\sqrt{100}$
$\sqrt{1}$	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
$\sqrt{4}$	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
$\sqrt{9}$	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
$\sqrt{16}$	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
$\sqrt{25}$	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
$\sqrt{36}$	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
$\sqrt{49}$	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
$\sqrt{64}$	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
$\sqrt{81}$	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
$\sqrt{100}$	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20

Los números comprendidos entre 1 y 10 que se pueden escribir como el resultado de sumar las raíces cuadradas exactas de dos números enteros mayores que 0 son {2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10}.

2.18 Si un folio lo doblamos por la mitad, obtenemos 2 partes iguales. Si lo volvemos a doblar, obtenemos 4 partes iguales, y así sucesivamente. ¿Cuántas partes obtendremos si lo doblamos 10 veces?

Doblez n.º	Partes obtenidas
1	2
2	$2 \cdot 2 = 2^2 = 4$
3	$4 \cdot 2 = 2^3 = 8$
4	$8 \cdot 2 = 2^4 = 16$
5	$16 \cdot 2 = 2^5 = 32$
6	$32 \cdot 2 = 2^6 = 64$
7	$64 \cdot 2 = 2^7 = 128$
8	$128 \cdot 2 = 2^8 = 256$
9	$256 \cdot 2 = 2^9 = 512$
10	$512 \cdot 2 = 2^{10} = 1024$

Si se dobla una hoja por la mitad 10 veces, se obtienen 1024 partes iguales.

CÁLCULO MENTAL

2.19 Copia y completa la tabla.

a	**−2**	**−4**	**7**		**−5**
a^2	**4**				
a^3	**−8**			**−27**	

a	**−2**	**−4**	**7**	−3	**−5**
a^2	**4**	16	49	9	25
a^3	**−8**	−64	343	**−27**	−125

2.20 Indica el signo de estas potencias.

a) $(-7)^{12}$ b) $(-8)^{21}$ c) $(-3)^9$ d) $(-2)^{36}$

a) El signo es positivo porque el exponente es par.
b) El signo es negativo porque el exponente es impar.
c) El signo es negativo porque el exponente es impar.
d) El signo es positivo porque el exponente es par.

2.21 ¿Cuáles de los siguientes números son cuadrados perfectos?

24 16 169 50 225 84

Son cuadrados perfectos los siguientes números: $16 = 4^2$, $169 = 13^2$, $225 = 15^2$.
24 no es cuadrado perfecto, puesto que $4^2 = 16$, $5^2 = 25$ y $16 < 24 < 25$.
50 no es cuadrado perfecto, puesto que $7^2 = 49$, $8^2 = 64$ y $49 < 50 < 64$.
84 no es cuadrado perfecto, puesto que $9^2 = 81$, $10^2 = 100$ y $81 < 84 < 100$.

2.22 Calcula la raíz cuadrada entera y el resto de los siguientes números.

a) 3 b) 10 c) 75

a) Como $1^2 = 1 < 3 < 2^2 = 4$ y $3 = 1^2 + 2$, se tiene que la raíz cuadrada entera de 3 es 1, y el resto, 2.
b) Como $3^2 = 9 < 10 < 4^2 = 16$ y $10 = 3^2 + 1$, se tiene que la raíz cuadrada entera de 10 es 3, y el resto, 1.
c) Como $8^2 = 64 < 75 < 9^2 = 81$ y $75 = 8^2 + 11$, se tiene que la raíz cuadrada entera de 75 es 8, y el resto, 11.

2.23 ¿Qué números enteros elevados al cuadrado dan como resultado cada uno de los siguientes?

a) 9 b) 64 c) 144

a) 3 y −3, ya que $3^2 = 9$ y $(-3)^2 = 9$

b) 8 y − 8, ya que $8 = 64$ y $(-8)^2 = 64$

c) 12 y − 12, ya que $12^2 = 144$ y $(-12)^2 = 144$

2.24 Calcula.

a) $\sqrt{900}$ **b)** $\sqrt{3600}$ **c)** $\sqrt{10\,000}$

a) $\sqrt{900} = \sqrt{9 \cdot 100} = \sqrt{9} \cdot \sqrt{100} = 3 \cdot 10 = 30$

b) $\sqrt{3600} = \sqrt{36 \cdot 100} = \sqrt{36} \cdot \sqrt{100} = 6 \cdot 10 = 60$

c) $\sqrt{10\,000} = \sqrt{100 \cdot 100} = \sqrt{100} \cdot \sqrt{100} = 10 \cdot 10 = 100$

2.25 Sustituye *a* por el número que hace que la igualdad sea cierta.

a) $(-4)^3 \cdot (-4)^a = (-4)^8$ **c)** $(3^a)^5 = 3^{10}$

b) $14^4 : a^4 = 7^4$ **d)** $(-2)^4 : (-2)^3 = (-2)^a$

a) $(-4)^3 \cdot (-4)^a = (-4)^{3+a} = (-4)^8 \Rightarrow 3 + a = 8 \Rightarrow a = 5$

b) $14^4 : a^4 = (14 : a)^4 = 7^4 \Rightarrow 14 : a = 7 \Rightarrow a = 2$

c) $(3^a)^5 = 3^{a \cdot 5} = 3^{10} \Rightarrow 5 \cdot a = 10 \Rightarrow a = 2$

d) $(-2)^4 : (-2)^3 = (-2)^{4-3} = (-2)^a \Rightarrow 4 - 3 = a \Rightarrow a = 1$

2.26 Razona si son ciertas estas igualdades.

a) $(-6)^3 \cdot (-6)^3 = (-6)^6$

b) $(-6)^3 \cdot (-6)^3 = 36^3$

a) La igualdad es cierta. En efecto, $(-6)^3 \cdot (-6)^3 = (-6)^{3+3} = (-6)^6$

b) La igualdad es cierta. En efecto, $(-6)^3 \cdot (-6)^3 = [(-6)\cdot(-6)]^3 = 36^3$

2.27 Escribe como producto de raíces y calcula.

a) $\sqrt{121 \cdot 16}$ **b)** $\sqrt{81 \cdot 100 \cdot 25}$ **c)** $\sqrt{225 \cdot 196}$

a) $\sqrt{121 \cdot 16} = \sqrt{121} \cdot \sqrt{16} = 11 \cdot 4 = 44$

b) $\sqrt{81 \cdot 100 \cdot 25} = \sqrt{81} \cdot \sqrt{100} \cdot \sqrt{25} = 9 \cdot 10 \cdot 5 = 450$

c) $\sqrt{225 \cdot 196} = \sqrt{225} \cdot \sqrt{196} = 15 \cdot 14 = 210$

2.28 Calcula.

a) $41 + 3^2 - 25$ **c)** $5^2 - 4^2 : 8$

b) $2^3 + \sqrt{49} \cdot 3^2$ **d)** $[(-2)^3]^2 - [5 + (-3)] \cdot (-2)$

a) $41 + 3^2 - 25 = 41 + 9 - 25 = 50 - 25 = 25$

b) $2^3 + \sqrt{49} \cdot 3^2 = 8 + 7 \cdot 9 = 8 + 63 = 71$

c) $5^2 - 4^2 : 8 = 25 - 16 : 8 = 25 - 2 = 23$

d) $[(-2)^3]^2 - [5 + (-3)] \cdot (-2) = (-8)^2 - 2 \cdot (-2) = 64 + 4 = 68$

EJERCICIOS PARA ENTRENARSE

Potencias

2.29 Escribe en forma de potencia estos productos.

a) $-8 \cdot (-8) \cdot (-8)$ **c)** $9 \cdot (-3) \cdot (-3)$

b) $-2 \cdot 16$ **d)** $-125 \cdot 25$

a) $-8 \cdot (-8) \cdot (-8) = (-8)^3$

b) $-2 \cdot 16 = -2 \cdot 2^4 = -2^5$

c) $9 \cdot (-3) \cdot (-3) = 3^2 \cdot (-3)^2 = 3^4$

d) $-125 \cdot 25 = (-5)^3 \cdot 5^2 = (-5)^5$

2.30 Calcula.

a) $(-10)^4$ **b)** $(-6)^3$ **c)** -8^2 **d)** $(-2)^7$

a) $(-10)^4 = -10 \cdot (-10) \cdot (-10) \cdot (-10) = 10\,000$

b) $(-6)^3 = -6 \cdot (-6) \cdot (-6) = -216$

c) $-8^2 = -8 \cdot 8 = -64$

d) $(-2)^7 = (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) = -128$

2.31 Copia y completa estas frases.

a) Una potencia de base negativa y exponente ......, es un número positivo.

b) Todas las potencias de exponente par son números ......

a) Una potencia de base negativa y exponente *PAR* es un número positivo.

b) Todas las potencias de exponente par son números *POSITIVOS*.

2.32 Escribe cada número como potencia de dos formas distintas.

a) 4 **b) 16** **c) 25** **d) 121**

a) $4 = 2^2 = (-2)^2$ b) $16 = 4^2 = (-4)^2$ c) $25 = 5^2 = (-5)^2$ d) $121 = 11^2 = (-11)^2$

Operaciones con potencias

2.33 Escribe como una única potencia.

a) $(-7)^3 \cdot (-7) \cdot (-7)^6$ **d)** $6^9 : (-3)^9$

b) $(-4)^8 : (-4)^7$ **e)** $(-5)^6 \cdot (-10)^6 \cdot 4^6$

c) $[(-2)^5]^2 \cdot (-2)^3$ **f)** $(-15)^8 : (3^2)^4$

a) $(-7)^3 \cdot (-7) \cdot (-7)^6 = (-7)^{3+1+6} = (-7)^{10}$

b) $(-4)^8 : (-4)^7 = (-4)^{8-7} = (-4)^1 = -4$

c) $[(-2)^5]^2 \cdot (-2)^3 = (-2)^{2 \cdot 5} \cdot (-2)^3 = (-2)^{10+3} = (-2)^{13}$

d) $6^9 : (-3)^9 = [6 : (-3)]^9 = (-2)^9$

e) $(-5)^6 \cdot (-10)^6 \cdot 4^6 = [(-5) \cdot (-10) \cdot 4]^6 = 200^6$

f) $(-15)^8 : (3^2)^4 = (-15)^8 : 3^8 = (-15 : 3)^8 = (-5)^8$

2.34 ¿Es cierto que $[(-9)^4]^3 = [(-9)^3]^4$**? Razona tu respuesta.**

Sí, es cierto. En efecto:

$[(-9)^4]^3 = (-9)^4 \cdot (-9)^4 \cdot (-9)^4 = (-9)^{4+4+4} = (-9)^{12}$ y $[(-9)^3]^4 = (-9)^3 \cdot (-9)^3 . (-9)^3 \cdot (-9)^3 = (-9)^{3+3+3+3} = (-9)^{12}$

2.35 Sustituye las letras por los números que correspondan.

a) $4^9 \cdot a^9 = (-16)^9$

b) $-32 : a^b = (-2)^2$

c) $(-5)^2 \cdot (-5)^a = b^6$

d) $[(-2)^a]^3 : (-2)^{11} = -2$

a) $a = -4$. En efecto, $4^9 \cdot (-4)^9 = (-4 \cdot 4)^9 = (-16)^9$

b) $a = -2$, $b = 3$. En efecto, $-32 : (-2)^3 = (-2)^5 : (-2)^3 = (-2)^{5-3} = (-2)^2$

c) $a = 4$, $b = -5$. En efecto, $(-5)^2 \cdot (-5)^4 = (-5)^{4+2} = (-5)^6$

d) $a = 4$. En efecto, $[(-2)^4]^3 : (-2)^{11} = (-2)^{4 \cdot 3} : (-2)^{11} = (-2)^{12} : (-2)^{11} = (-2)^{12-11} = (-2)^1 = (-2)$

2.36 Calcula utilizando operaciones con potencias.

a) $(-4)^3 : (-4) \cdot 4^2$ **b) $-2^{13} : [(-2) \cdot (-2)^5 \cdot 2^7]$**

a) $(-4)^3 : (-4) \cdot 4^2 = (-4)^{3-1} \cdot 4^2 = (-4)^2 \cdot 4^2 = 4^2 \cdot 4^2 = 4^4 = 256$

b) $-2^{13} : [(-2) \cdot (-2)^5 \cdot 2^7] = -2^{13} : [(-2)^{5+1} \cdot 2^7] = -2^{13} : [(-2)^6 \cdot 2^7] = -2^{13} : (2^6 \cdot 2^7) =$
$= -2^{13} : 2^{6+7} = -2^{13} : 2^{13} = -1$

Cuadrados perfectos y raíces cuadradas

2.37 Escribe para cada número el cuadrado perfecto anterior y el posterior.

a) 60 **b) 23** **c) 94** **d) 110**

a) $7^2 = 49 < 60 < 8^2 = 64$
b) $4^2 = 16 < 23 < 5^2 = 25$
c) $9^2 = 81 < 94 < 10^2 = 100$
d) $10^2 = 100 < 110 < 11^2 = 121$

2.38 Escribe todos los cuadrados perfectos que hay entre 200 y 300.

x	x^2
14	$14^2 = 196$
15	$15^2 = 225$
16	$16^2 = 256$
17	$17^2 = 289$
18	$18^2 = 324$

Los cuadrados perfectos entre 200 y 300 son: 225, 256 y 289.

2.39 Razona si son ciertas estas afirmaciones.

a) La raíz cuadrada exacta de un cuadrado perfecto es él mismo.

b) El resto de una raíz cuadrada exacta es 0.

a) Falso, por ejemplo: $\sqrt{25} \neq 25$ ya que $\sqrt{25} = 5$
b) Verdadero.

2.40 Encuentra un número cuyo cuadrado sea 256. ¿Cómo se llama la operación que permite calcular el número anterior?

La operación se llama raíz cuadrada: $\sqrt{256} = \pm 16$. Los números cuyos cuadrados son 256 son 16 y -16.

2.41 Indica si las raíces cuadradas de los siguientes números son exactas o enteras.

a) 68 **b) 169** **c) 36** **d) 82**

a) Entera: $8^2 = 64 < 68 < 9^2 = 81$. La raíz cuadrada es 8, y el resto, 4.
b) Exacta: $13^2 = 169$. La raíz cuadrada es 13.
c) Exacta: $6^2 = 36$. La raíz cuadrada es 6.
d) Entera: $9^2 = 81 < 82 < 10^2 = 100$. La raíz cuadrada es 9, y el resto, 1.

2.42 Halla la raíz cuadrada entera y el resto de:

a) 13 **b) 58** **c) 92** **d) 140**

a) Se observa que $3^2 = 9$ y $4^2 = 16$. Como $9 < 13 < 16$, el mayor entero cuyo cuadrado es menor que 13 es 3, y $13 - 3^2 = 4$. La raíz cuadrada entera de 13 es 3, y el resto, 4. Se puede escribir de la siguiente forma: $13 = 3^2 + 4$.

b) Se observa que $7^2 = 49$ y $8^2 = 64$. Como $49 < 58 < 64$, el mayor entero cuyo cuadrado es menor que 58 es 7 y $58 - 7^2 = 9$. La raíz cuadrada entera de 58 es 7, y el resto 9. Se puede escribir de la siguiente forma: $58 = 7^2 + 9$.

c) Se observa que $9^2 = 81$ y $10^2 = 100$. Como $81 < 92 < 100$, se tiene que el mayor entero cuyo cuadrado es menor que 92 es 9 y $92 - 9^2 = 11$. La raíz cuadrada entera de 92 es 9, y el resto 11. Se puede escribir de la siguiente forma: $92 = 9^2 + 11$.

d) Se observa que $11^2 = 121$, y $12^2 = 144$. Como $121 < 140 < 144$, el mayor entero cuyo cuadrado es menor que 140 es 11, y $140 - 11^2 = 19$. La raíz cuadrada entera de 140 es 11, y el resto, 19. Se puede escribir de la siguiente forma: $140 = 11^2 + 19$.

2.43 Calcula un número tal que su raíz cuadrada entera es 15 y el resto 40.

El número buscado es $a = 15^2 + 40 = 225 + 40 = 265$.

Regla de cálculo de la raíz cuadrada

2.44 Escribe un número cuya raíz cuadrada tenga estas cifras.

a) 1 cifra **b) 3 cifras** **c) 4 cifras**

Para saber cuántas cifras tiene la raíz cuadrada de un número, basta separar el radicando en grupos de dos cifras empezando por la derecha. El número de grupos obtenidos coincide con el número de cifras de la raíz.

a) Cualquier número de una o dos cifras. Ejemplo: 25

b) Cualquier número de cinco o seis cifras. Ejemplo: 49 729

c) Cualquier número de siete u ocho cifras. Ejemplo: 1 752 976

2.45 Calcula estas raíces.

a) $\sqrt{769}$ **b) $\sqrt{1500}$** **c) $\sqrt{7585}$** **d) $\sqrt{62\,413}$**

Indica el resto para cada caso.

a)
$$\begin{array}{r|l} \sqrt{7.69} & 27 \\ \hline -4 & 47 \cdot 7 = 329 \\ \hline 369 & \\ -329 & \\ \hline 40 & \\ & \rightarrow \text{RESTO: } 40 \end{array}$$

c)
$$\begin{array}{r|l} \sqrt{75.85} & 87 \\ \hline -64 & 167 \cdot 7 = 1169 \\ \hline 1185 & \\ -1169 & \\ \hline 0016 & \\ & \rightarrow \text{RESTO: } 16 \end{array}$$

b)
$$\begin{array}{r|l} \sqrt{15.00} & 38 \\ \hline -9 & 68 \cdot 8 = 544 \\ \hline 600 & \\ -544 & \\ \hline 56 & \\ & \rightarrow \text{RESTO: } 56 \end{array}$$

d)
$$\begin{array}{r|l} \sqrt{6.24.13} & 249 \\ \hline -4 & 44 \cdot 4 = 176 \\ \hline 224 & 489 \cdot 9 = 4401 \\ -176 & \\ \hline 04813 & \\ -4401 & \\ \hline 0412 & \rightarrow \text{RESTO: } 412 \end{array}$$

2.46 Comprueba de dos formas diferentes que la raíz cuadrada entera de 234 es 15 y el resto es 9.

Un modo de comprobarlo es realizar la raíz cuadrada con el algoritmo estudiado en el tema:

$$\begin{array}{r|l} \sqrt{2.34} & 15 \\ \hline -1 & 25 \cdot 5 = 125 \\ \hline 134 & \\ -125 & \\ \hline 009 & \rightarrow \text{RESTO} \end{array}$$

Otro modo es comprobar que $15^2 = 225 < 234 < 16^2 = 256$ y $225 + 9 = 234$.

Operaciones con raíces cuadradas

2.47 **Escribe como una sola raíz y calcula.**

a) $\sqrt{40} \cdot \sqrt{10}$

b) $\sqrt{256} : \sqrt{16}$

a) $\sqrt{40} \cdot \sqrt{10} = \sqrt{40 \cdot 10} = \sqrt{400} = 20$

b) $\sqrt{256} : \sqrt{16} = \sqrt{256 : 16} = \sqrt{16} = 4$

2.48 **Escribe como producto y cociente de raíces cuadradas y calcula.**

a) $\sqrt{25 \cdot 36 : 9}$

b) $\sqrt{100 : 4 \cdot 49}$

a) $\sqrt{25 \cdot 36 : 9} = \sqrt{25} \cdot \sqrt{36} : \sqrt{9} = 5 \cdot 6 : 3 = 30 : 3 = 10$

b) $\sqrt{100 : 4 \cdot 49} = \sqrt{100} : \sqrt{4} \cdot \sqrt{49} = 10 : 2 \cdot 7 = 5 \cdot 7 = 35$

2.49 **Escribe como producto de dos raíces y calcula.**

a) $\sqrt{8100}$

b) $\sqrt{441}$

c) $\sqrt{10\,000}$

d) $\sqrt{1225}$

a) $\sqrt{8100} = \sqrt{81 \cdot 100} = \sqrt{81} \cdot \sqrt{100} = 9 \cdot 10 = 90$

b) $\sqrt{441} = \sqrt{49 \cdot 9} = \sqrt{49} \cdot \sqrt{9} = 7 \cdot 3 = 21$

c) $\sqrt{10\,000} = \sqrt{100 \cdot 100} = \sqrt{100} \cdot \sqrt{100} = 10 \cdot 10 = 100$

d) $\sqrt{1225} = \sqrt{49 \cdot 25} = \sqrt{49} \cdot \sqrt{25} = 7 \cdot 5 = 35$

2.50 **Descompón $\sqrt{4356}$ en producto de tres raíces y después halla su valor.**

Descomponiendo el radicando en factores primos se obtiene: $4356 = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 11^2$

Por tanto, $\sqrt{4356} = \sqrt{2^2 \cdot 3^2 \cdot 11^2} = \sqrt{2^2} \cdot \sqrt{3^2} \cdot \sqrt{11^2} = 2 \cdot 3 \cdot 11 = 66$

2.51 **Calcula.**

a) $\left(\sqrt{3^2}\right)^6$

b) $\left(\sqrt{2^2}\right)^5$

c) $\left(\sqrt{6^2}\right)^3$

a) $\left(\sqrt{3^2}\right)^6 = 3^6 = 729$

b) $\left(\sqrt{2^2}\right)^5 = 2^5 = 32$

c) $\left(\sqrt{6^2}\right)^3 = 6^3 = 216$

2.52 **Expresa el radicando como el cuadrado de un número y luego calcula.**

a) $\sqrt{7^4}$

b) $\sqrt{64 \cdot 9}$

c) $\sqrt{81^3}$

a) $\sqrt{7^4} = \sqrt{49^2} = 49$

b) $\sqrt{64 \cdot 9} = \sqrt{8^2 \cdot 3^2} = \sqrt{(8 \cdot 3)^2} = \sqrt{24^2} = 24$

c) $\sqrt{81^3} = \sqrt{(9^2)^3} = \sqrt{(9^3)^2} = \sqrt{729^2} = 729$

Jerarquía de las operaciones

2.53 **Realiza las siguientes operaciones.**

a) $(-5) + 3 \cdot 4 - 2^5$

b) $3 + 4 \cdot (8^2 - 5 \cdot 12)^2$

c) $6^2 - 24 : 6 : 2$

d) $\sqrt{100 - 36} : \sqrt{16} - \sqrt{25} + 1$

a) $(-5) + 3 \cdot 4 - 2^5 = (-5) + 12 - 32 = -25$

b) $3 + 4 \cdot (8^2 - 5 \cdot 12)^2 = 3 + 4 \cdot (64 - 60)^2 = 3 + 4 \cdot 4^2 = 3 + 4 \cdot 16 = 3 + 64 = 67$

c) $6^2 - 24 : 6 : 2 = 36 - 24 : 6 : 2 = 36 - 4 : 2 = 36 - 2 = 34$

d) $\sqrt{100 - 36} : \sqrt{16} - \sqrt{25} + 1 = \sqrt{64} : 4 - 5 + 1 = 8 : 4 - 5 + 1 = 2 - 5 + 1 = -2$

2.54 **Calcula.**

a) $[3^2]^4 + [(-2) - (-5)^2] : 3$

b) $(-4) \cdot \sqrt{9 + 4^2} - (-6)^3 : 12$

c) $[(8^2 - 1) : 3^2]^2 + 5 \cdot [34 + (-17)]$

d) $4^2 : 8 + 2^3 + (-12) : \sqrt{(-5) + 7 \cdot 3} - \sqrt{4}$

a) $(3^2)^4 + [(-2) - (-5)^2] : 3 = 3^8 + [(-2) - 25] : 3 = 3^8 + (-27) : 3 = 3^8 + (-9) = 3^8 - 9 = 6552$

b) $(-4) \cdot \sqrt{9 + 4^2} - (-6)^3 : 12 = (-4) \cdot \sqrt{9 + 16} - (-216) : 12 = (-4) \cdot \sqrt{25} - (-18) = (-4) \cdot 5 + 18 = -20 + 18 = -2$

c) $[(8^2 - 1) : 3^2]^2 + 5 \cdot [34 + (-17)] = [(64 - 1) : 9]^2 + 5 \cdot 17 = (63 : 9)^2 + 85 = 7^2 + 85 = 49 + 85 = 134$

d) $4^2 : 8 + 2^3 + (-12) : \sqrt{(-5) + 7 \cdot 3} - \sqrt{4} = 16 : 8 + 8 + (-12) : \sqrt{16} - \sqrt{4} = 2 + 8 + (-12) : 4 - 2 =$
$= 2 + 8 + (-3) - 2 = 2 + 8 - 3 - 2 = 10 - 5 = 5$

PROBLEMAS PARA APLICAR

2.55 **Expresa en forma de potencia de base 10 las siguientes medidas.**

a) 1000 kg

b) 10 000 m²

c) 1 000 000 m

d) 1 m³

a) $1000 \text{ kg} = 10^3 \text{ kg}$

b) $10\,000 \text{ m}^2 = 10^4 \text{ m}^2$

c) $1\,000\,000 \text{ m} = 10^6 \text{ m}$

d) $1 \text{ m}^3 = 10^0 \text{ m}^3$

2.56 **La capacidad de almacenamiento de un ordenador se mide en *bytes* y sus múltiplos.**

1 *kilobyte* = 1 kb = 2^{10} bytes

1 *megabyte* = 1 Mb = 2^{10} kb

1 *gigabyte* = 1 Gb = 2^{10} Mb

Calcula a cuántos *bytes* equivalen 1 Mb y 1 Gb.

1 Mb $= 2^{10}$ kb $= 2^{10} \cdot 2^{10}$ *bytes* $= 2^{10+10}$ *bytes* $= 2^{20}$ *bytes*

1 Gb $= 2^{10}$ Mb $= 2^{10} \cdot 2^{10}$ kb $= 2^{10} \cdot 2^{10} \cdot 2^{10}$ *bytes* $= 2^{10+10+10} = 2^{30}$ *bytes*

2.57 Los alumnos de 2.º de un centro escolar van a sembrar azucenas y tulipanes en el patio. Quieren colocarlos formando cuadrados y tienen 8 bulbos de azucenas y 20 de tulipanes.

a) ¿Cuál es el máximo cuadrado que pueden formar con cada tipo de planta? ¿Cuántas les sobran?

b) ¿Cuál es el mínimo número de bulbos que deben plantar para conseguir los cuadrados sin que sobre ninguno?

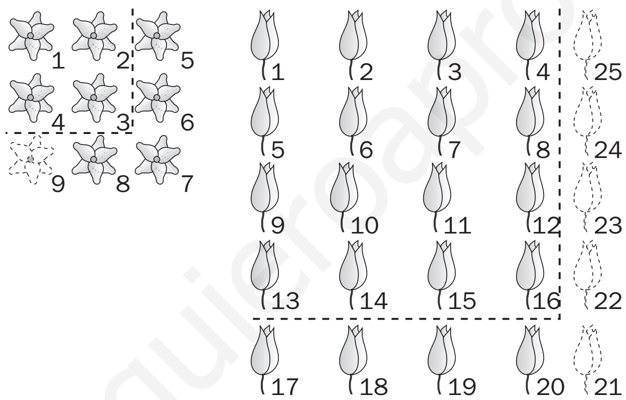
a) El problema se resuelve calculando la raíz cuadrada entera y el resto de 8 y 20, ya que la raíz cuadrada entera de un número dado es el mayor número entero cuyo cuadrado es menor que el número dado.

Como $2^2 = 4 < 8 < 3^2 = 9$, la raíz cuadrada entera de 8 es 2, y el resto, 4. Por tanto, el máximo cuadrado que pueden formar con las azucenas es un cuadrado de lado 2, para el que consumen $2^2 = 4$ azucenas. Les sobran $8 - 4 = 4$ azucenas.

Como $4^2 = 16 < 20 < 5^2 = 25$, la raíz cuadrada entera de 20 es 4, y el resto, 4. Por tanto, el máximo cuadrado que pueden formar con los tulipanes es un cuadrado de lado 4, para el que consumen $4^2 = 16$ tulipanes. Les sobran $20 - 16 = 4$ tulipanes.

b) El mínimo número de bulbos que hay que plantar para conseguir cuadrados sin que sobre ninguno es el menor entero cuadrado perfecto que es mayor que el número de bulbos. En el caso de las azucenas se tiene que $2^2 = 4 < 8 < 3^2 = 9$, luego se necesitan 9 bulbos. En el caso de los tulipanes, se tiene que $4^2 = 16 < 20 < 5^2 = 25$, luego se necesitan 25 tulipanes.

Ambos apartados del problema se pueden ilustrar con el siguiente dibujo.



2.58 El cociente de dos potencias de igual exponente es $(-6)^4$, y el divisor, $(-2)^4$. Calcula el dividendo.

En una división exacta, el dividendo es igual al producto del divisor por el cociente. Por tanto, el dividendo es:

$$(-6)^4 \cdot (-2)^4 = [(-6) \cdot (-2)]^4 = 12^4$$

En efecto, $12^4 : (-2)^4 = [12 : (-2)]^4 = (-6)^4$

2.59 ¿A qué número hay que elevar 100 para obtener 10^{12}?

En primer lugar, es necesario calcular $10^{12} = 1\,000\,000\,000\,000$. En total aparecen 12 ceros en el número.

Para la resolución del ejercicio se puede observar en primer lugar qué sucede al elevar 100 a potencias sucesivas.

$100^1 = 100$ (dos ceros)

$100^2 = 10\,000$ (cuatro ceros)

$100^3 = 1\,000\,000$ (seis ceros)

…

Es decir, obtenemos un 1 seguido del doble de ceros de lo indicado en el exponente. Por ello, para obtener 12 ceros, el exponente habrá de ser 6. En efecto, $100^6 = 1\,000\,000\,000\,000$.

2.60 En un cultivo había 128 bacterias. Pasado un tiempo se han convertido en 1024. Si se duplican cada hora, ¿cuántas horas han pasado?

La siguiente tabla muestra la evolución del número de bacterias en función de las horas transcurridas.

Horas transcurridas	Número de bacterias
0	128
1	$128 \cdot 2 = 256$
2	$256 \cdot 2 = 128 \cdot 2 \cdot 2 = 128 \cdot 2^2 = 512$
3	$512 \cdot 2 = 128 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 128 \cdot 2^3 = 1024$

Se observa que al cabo de 3 horas se obtienen 1024 bacterias.

Otro modo de resolver el problema es el siguiente:

Como cada hora se duplica el número de bacterias, cada hora el número de bacterias se multiplica por 2. Al cabo de cierto número de horas se obtienen 1024 bacterias. Por tanto: $128 \cdot 2^{\square} = 1024 \Rightarrow 2^{\square} = 1024 : 128 = 8$, y como $2^3 = 8$, se comprueba que el número de horas transcurridas es 3.

2.61 En una clase de Educación Vial, un grupo de 2.° de ESO va a construir las señales informativas que tengan forma cuadrada. Deben hacerlas de forma que su área sea de 355 216 milímetros cuadrados.
¿Cuántos centímetros debe medir el lado?

El área del cuadrado se calcula elevando al cuadrado la longitud del lado: $A_c = \text{lado}^2$

Como el área es de 355 216 mm^2, se tiene que $355\,216 = l^2 \Rightarrow l = \sqrt{355\,216} = 596$ mm.

Por último, basta expresar la medida obtenida en cm: $596 : 10 = 59{,}6$ cm ha de medir el lado.

2.62 ¿Cuál es el menor número de años que deben transcurrir desde 2007 para que el año sea un cuadrado perfecto?
¿Cuántos años del tercer milenio son cuadrados perfectos?

El ejercicio consiste en buscar el menor cuadrado perfecto mayor que 2007. Se resuelve por tanteo.

En primer lugar, se observa que $30^2 = 900$, $40^2 = 1600$, $50^2 = 2500$. Por tanto, el menor número que elevado al cuadrado es mayor que 2007 está entre 40 y 50.

Calculando los valores de los sucesivos cuadrados en dicho intervalo: $41^2 = 1681$; $42^2 = 1764$; $43^2 = 1849$; $44^2 = 1936$; $45^2 = 2025$. El menor numero mayor que 2007 y cuadrado perfecto es 2025.

Por tanto, desde 2007 tienen que pasar $2025 - 2007 = 18$ años.

Para calcular cuáles son los cuadrados perfectos del tercer milenio, es necesario ver cuáles son los cuadrados perfectos entre 2001 y 3000.

x	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	~~55~~
x^2	2025	2116	2209	2304	2401	2500	2601	2704	2809	2916	~~3025~~

10 años del tercer milenio son cuadrados perfectos

2.63 Halla el número de CD que tiene Pablo sabiendo que es la menor cantidad que hay que restar a 8561 para obtener un cuadrado perfecto.

En primer lugar se calcula la raíz cuadrada entera de 8561. Se tiene que $8561 = 92^2 + 97$.

Por tanto, $8561 - 97 = 92^2$, que es cuadrado perfecto. El número de CD de Pablo es 97.

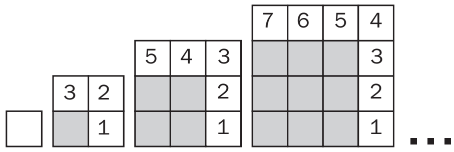
2.64 Se quiere alambrar una parcela cuadrada de 1225 metros cuadrados de superficie.
¿Cuántos metros de tela metálica hay que comprar?

Para saber cuántos metros de tela metálica hay que comprar es necesario calcular el perímetro de la parcela.

Como $A_c = l^2$, la medida del lado se obtiene calculando la raíz cuadrada de 1225. El lado del cuadrado mide $\sqrt{1225} = 35$ m. Por tanto, el perímetro mide $4 \cdot 35 = 140$ m. Es necesario comprar 140 metros de tela metálica.

2.65 Se quiere construir un cuadrado con cuadraditos de 1 centímetro de lado. ¿Cuántos centímetros mide el lado del cuadrado si se hace con 121 cuadraditos?
¿Qué relación existe entre el número de cuadrados que añades y la medida del lado?

El área del cuadrado son 121 cm^2, y el lado, $\sqrt{121} = 11$ cm. La figura muestra cómo construir gráficamente el cuadrado. Se observa que en cada paso, para que el lado del cuadrado aumente 1 cm hay que añadir el doble de cuadraditos que componen el lado del cuadrado anterior más 1.



2.66 El número de páginas de un libro es un cuadrado perfecto más 13, y si se le suma 20, se obtiene el cuadrado perfecto siguiente.
¿Cuántas páginas tiene el libro?

En el ejercicio anterior se ha visto que *si a un cuadrado perfecto se le suma el doble de su raíz exacta más 1, se obtiene el cuadrado perfecto siguiente*. Inicialmente se tiene un cuadrado perfecto. Si se le suman $13 + 20 = 33$, se obtiene el cuadrado perfecto siguiente. Por tanto, 33 será el doble de la raíz del cuadrado inicial más 1.

Como $33 = 16 \cdot 2 + 1$, la raíz del cuadrado inicial es 16, y el cuadrado, $16^2 = 256$.

Por tanto, el libro ha de tener $256 + 13 = 269$ páginas. Para comprobarlo, basta ver que $269 + 20 = 289 = 17^2$.

R E F U E R Z O

Potencias

2.67 Escribe en forma de producto y luego calcula las potencias.

a) $(-4)^5$ **b) $(-3)^6$** **c) 5^3** **d) $(-2)^9$**

a) $(-4)^5 = (-4) \cdot (-4) \cdot (-4) \cdot (-4) \cdot (-4) = -1024$

b) $(-3)^6 = (-3) \cdot (-3) \cdot (-3) \cdot (-3) \cdot (-3) \cdot (-3) = 729$

c) $5^3 = 5 \cdot 5 \cdot 5 = 125$

d) $(-2)^9 = (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) = -512$

2.68 Expresa en forma de potencia el resultado de las siguientes operaciones.

a) $(-3)^4 \cdot (-3)^6 \cdot 3$ **d) $[(-5)^3]^7$**

b) $(-8)^7 : 8^2$ **e) $64 : (-4)^3$**

c) $(-2)^5 \cdot 3^5$ **f) $(-10)^3 \cdot (-2)^3 \cdot 5^3$**

a) $(-3)^4 \cdot (-3)^6 \cdot 3 = 3^4 \cdot 3^6 \cdot 3 = 3^{4+6+1} = 3^{11}$

b) $(-8)^7 : 8^2 = -8^7 : 8^2 = -8^{7-2} = -8^5$

c) $(-2)^5 \cdot 3^5 = [(-2) \cdot 3]^5 = (-6)^5$

d) $[(-5)^3]^7 = (-5)^{7 \cdot 3} = (-5)^{21}$

e) $64 : (-4)^3 = 4^3 : (-4)^3 = -4^3 : 4^3 = -1$

f) $(-10)^3 \cdot (-2)^3 \cdot 5^3 = [(-10) \cdot (-2) \cdot 5]^3 = 100^3$

2.69 Escribe en forma de potencia.

a) $[(-4)^6]^5 \cdot (-4)^6$

b) $[(-40)^3]^4 : [(-20)^6]^2$

a) $[(-4)^6]^5 \cdot (-4)^6 = (-4)^{6 \cdot 5} \cdot (-4)^6 = (-4)^{30} \cdot (-4)^6 = (-4)^{30+6} = (-4)^{36}$

b) $[(-40)^3]^4 : [(-20)^6]^2 = (-40)^{3 \cdot 4} : (-20)^{6 \cdot 2} = (-40)^{12} : (-20)^{12} = [(-40) : (-20)]^{12} = 2^{12}$

Cuadrados perfectos y raíces cuadradas

2.70 Estudia si son cuadrados perfectos los siguientes números.

a) 72 **b) 225** **c) 289** **d) 120**

a) No es cuadrado perfecto, ya que $8^2 = 64 < 72 < 9^2 = 81$
b) Sí es cuadrado perfecto: $225 = 15^2$
c) Sí es cuadrado perfecto: $289 = 17^2$
d) No es cuadrado perfecto, ya que $10^2 = 100 < 120 < 11^2 = 121$

2.71 La raíz cuadrada exacta de un número es 21. ¿Cuál es el número?

El número es $21^2 = 441$.

2.72 Halla la raíz cuadrada entera y el resto de los siguientes números.

a) 56 **b) 67** **c) 109** **d) 124**

a) Se observa que $7^2 = 49$ y $8^2 = 64$. Como $49 < 56 < 64$, se tiene que el mayor entero cuyo cuadrado es menor que 56 es 7 y $56 - 7^2 = 7$. La raíz cuadrada entera de 56 es 7, y el resto 7. Se puede escribir de la siguiente forma: $56 = 7^2 + 7$.
b) Se observa que $8^2 = 64$ y $9^2 = 81$. Como $64 < 67 < 81$, se tiene que el mayor entero cuyo cuadrado es menor que 67 es 8, y $67 - 8^2 = 3$. La raíz cuadrada entera de 67 es 8, y el resto, 3. Se puede escribir de la siguiente forma: $67 = 8^2 + 3$.
c) Se observa que $10^2 = 100$ y $11^2 = 121$. Como $100 < 109 < 121$, se tiene que el mayor entero cuyo cuadrado es menor que 109 es 10, y $109 - 10^2 = 9$. La raíz cuadrada entera de 109 es 10, y el resto, 9. Se puede escribir de la siguiente forma: $109 = 10^2 + 9$.
d) Se observa que $11^2 = 121$ y $12^2 = 144$. Como $121 < 124 < 144$, se tiene que el mayor entero cuyo cuadrado es menor que 124 es 11, y $124 - 11^2 = 3$. La raíz cuadrada entera de 124 es 11, y el resto, 3. Se puede escribir de la siguiente forma: $124 = 11^2 + 3$.

Regla de cálculo de la raíz cuadrada

2.73 Sin resolver, indica cuántas cifras tiene la raíz cuadrada de los siguientes números.

a) 957 **b) 5843** **c) 18 302** **d) 508 270**

Basta separar el radicando en grupos de dos cifras empezando por la derecha. El número de grupos obtenidos coincide con el de cifras de la raíz.

a) 9.57 ⇒ 2 cifras b) 58.43 ⇒ 2 cifras c) 1.83.02 ⇒ 3 cifras d) 50.82.70 ⇒ 3 cifras

2.74 Calcula estas raíces.

a) $\sqrt{32}$ **c)** $\sqrt{3028}$ **e)** $\sqrt{4275}$

b) $\sqrt{184}$ **d)** $\sqrt{15\,340}$ **f)** $\sqrt{36\,045}$

a)

$\sqrt{32}$	5
−25	
7	→ RESTO

c)

$\sqrt{30.28}$	55
−25	105 · 5 = 525
528	
−525	
3	→ RESTO

e)

$\sqrt{42.75}$	65
−36	125 · 5 = 625
675	
−625	
50	→ RESTO

b)

$\sqrt{1.84}$	13
−1	23 · 3 = 69
084	
−69	
15	→ RESTO

d)

$\sqrt{1.53.40}$	123
−1	22 · 2 = 44
053	243 · 3 = 729
44	
0940	
729	
211	→ RESTO

f)

$\sqrt{3.60.45}$	189
1	28 · 8 = 224
260	369 · 9 = 3321
−224	
03645	
−3321	
0324	→ RESTO

Operaciones con raíces cuadradas

2.75 **Copia y añade en cada hueco el número que falta.**

a) $\sqrt{36} \cdot \sqrt{4} = \sqrt{\square}$

b) $\sqrt{\square} : \sqrt{\square} = \sqrt{400 : 100}$

a) $\sqrt{36} \cdot \sqrt{4} = \sqrt{36 \cdot 4} = \sqrt{144}$

b) $\sqrt{400} : \sqrt{100} = \sqrt{400 : 100}$

2.76 **Escribe como producto de raíces y calcula.**

a) $\sqrt{100 \cdot 49}$

b) $\sqrt{9 \cdot 16 \cdot 144}$

a) $\sqrt{100 \cdot 49} = \sqrt{100} \cdot \sqrt{49} = 10 \cdot 7 = 70$

b) $\sqrt{9 \cdot 16 \cdot 144} = \sqrt{9} \cdot \sqrt{16} \cdot \sqrt{144} = 3 \cdot 4 \cdot 12 = 144$

2.77 **Transforma en cociente de raíces y calcula.**

a) $\sqrt{256 : 64}$

b) $\sqrt{400 : 25}$

a) $\sqrt{256 : 64} = \sqrt{256} : \sqrt{64} = 16 : 8 = 2$

b) $\sqrt{400 : 25} = \sqrt{400} : \sqrt{25} = 20 : 5 = 4$

2.78 **Expresa como potencia de una raíz y calcula.**

a) $\sqrt{4^2}$

b) $\sqrt{(2^4)^2}$

c) $\sqrt{(3^2)^3}$

a) $\sqrt{4^2} = \sqrt{4 \cdot 4} = \sqrt{4} \cdot \sqrt{4} = \left(\sqrt{4}\right)^2 = 2^2 = 4$

b) $\sqrt{(2^4)^2} = \sqrt{2^4 \cdot 2^4} = \sqrt{2^4} \cdot \sqrt{2^4} = \left(\sqrt{2^4}\right)^2 = \left(\sqrt{16}\right)^2 = 4^2 = 16$

c) $\sqrt{(3^2)^3} = \sqrt{3^2 \cdot 3^2 \cdot 3^2} = \sqrt{3^2} \cdot \sqrt{3^2} \cdot \sqrt{3^2} = \left(\sqrt{3^2}\right)^3 = \left(\sqrt{9}\right)^3 = 3^3 = 27$

2.79 **Escribe en una sola raíz cuadrada.**

a) $\sqrt{16} \cdot \sqrt{4}$

b) $\left(\sqrt{2^4}\right)^2 : \sqrt{32}$

a) $\sqrt{16} \cdot \sqrt{4} = \sqrt{16 \cdot 4} = \sqrt{64}$

b) $\left(\sqrt{2^4}\right)^2 : \sqrt{32} = \sqrt{2^4} \cdot \sqrt{2^4} : \sqrt{32} = \sqrt{2^4 \cdot 2^4} : \sqrt{32} = \sqrt{2^{4+4} : 32} = \sqrt{2^8 : 2^5} = \sqrt{2^{8-5}} = \sqrt{2^3} = \sqrt{8}$

Jerarquía de las operaciones

2.80 **Calcula.**

a) $1^2 + 5^2$

b) $(1 + 5)^2$

c) $2^3 + \sqrt{81} : 3$

d) $10^2 + (-4) \cdot 5^2 - 5^3$

a) $1^2 + 5^2 = 1 + 25 = 26$

b) $(1 + 5)^2 = 6^2 = 36$

c) $2^3 + \sqrt{81} : 3 = 8 + 9 : 3 = 8 + 3 = 11$

d) $10^2 + (-4) \cdot 5^2 - 5^3 = 100 + (-4) \cdot 25 - 125 = 100 - 100 - 125 = -125$

2.81 Realiza las siguientes operaciones.

a) $(-5)^7 \cdot 4^7 : (-10)^7$ **c)** $3 \cdot (5^2 - 4) : \sqrt{49}$

b) $(-9)^3 \cdot 9^2 : [(-9)^2]^2$ **d)** $[32 : (-2)^3]^2 + 4$

a) $(-5)^7 \cdot 4^7 : (-10)^7 = (-20)^7 : (-10)^7 = 2^7 = 128$

b) $(-9)^3 \cdot 9^2 : [(-9)^2]^2 = -9^3 \cdot 9^2 : (-9)^{2 \cdot 2} = -9^{3+2} : 9^4 = -9^5 : 9^4 = -9$

c) $3 \cdot (5^2 - 4) : \sqrt{49} = 3 \cdot (25 - 4) : 7 = 3 \cdot 21 : 7 = 63 : 7 = 9$

d) $[32 : (-2)^3]^2 + 4 = [32 : (-8)]^2 + 4 = (-4)^2 + 4 = 16 + 4 = 20$

AMPLIACIÓN

2.82 ¿Existe un número entero que elevado al cuadrado dé −1? ¿Y −4? ¿Y −9?
Escribe la conclusión que obtienes para el cálculo de raíces cuadradas de radicando negativo.

Todo número entero con potencia par es positivo. Por tanto, ningún número elevado al cuadrado puede dar un número negativo.
La raíz cuadrada de un número dado es otro número que elevado al cuadrado da el primero. Como ningún número elevado al cuadrado puede ser negativo, no se pueden calcular raíces cuadradas de números negativos.

2.83 El cubo de un cuadrado perfecto, ¿es otro cuadrado perfecto?

Sí, el cubo de un cuadrado perfecto es un cuadrado perfecto. Obsérvese el siguiente ejemplo:
4 es un cuadrado perfecto, ya que $4 = 2^2$. El cubo de 4 es $4^3 = 64$, que es un cuadrado perfecto, ya que $64 = 8^2$.
La razón es la siguiente: $4^3 = (2^2)^3 = (2^3)^2$
El resultado es general: un cuadrado perfecto es de la forma a^2. Su cubo es de la forma $(a^2)^3 = (a^3)^2$, luego es un cuadrado perfecto.

2.84 Escribe como suma de dos cuadrados perfectos los siguientes números.

a) 17 **b)** 29 **c)** 41 **d)** 109

a) $17 = 16 + 1 = 4^2 + 1^2$

b) $29 = 25 + 4 = 5^2 + 2^2$

c) $41 = 25 + 16 = 5^2 + 4^2$

d) $109 = 100 + 9 = 10^2 + 3^2$

2.85 Sustituye *a* por el número que corresponda.

a) $[(-2)^a]^3 : 2^{12} = 1$ **b)** $(a^3)^3 : 7^9 = -1$

a) $a = 4$. En efecto $[(-2)^4]^3 : 2^{12} = (-2)^{4 \cdot 3} : 2^{12} = (-2)^{12} : 2^{12} = 2^{12} : 2^{12} = 1$

b) $a = -7$. En efecto $(-7^3)^3 : 7^9 = (-7)^{3 \cdot 3} : 7^9 = -7^9 : 7^9 = -1$

2.86 ¿En qué números terminan los cuadrados perfectos?

Los cuadrados perfectos terminan en 0, 1, 4, 5, 6 ó 9. Una forma de verlo es la siguiente:
Un número cualquiera puede acabar en 0,1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9. Veamos para cada caso en qué termina su cuadrado:

		□	1
×		□	1
		□	1
	□	□	
	□	□	1

		□	2
×		□	2
		□	4
	□	□	
	□	□	4

		□	3
×		□	3
		□	9
	□	□	
	□	□	9

		□	4
×		□	4
		□	6
	□	□	
	□	□	6

		□	5
×		□	5
		□	5
	□	□	
	□	□	5

		□	6
×		□	6
		□	6
	□	□	
	□	□	6

		□	7
×		□	7
		□	9
	□	□	
	□	□	9

		□	8
×		□	8
		□	4
	□	□	
	□	□	4

		□	9
×		□	9
		□	1
	□	□	
	□	□	1

		□	0
×		□	0
		□	0
	□	□	
	□	□	0

2.87 Razona si son verdaderas o falsas las siguientes afirmaciones.

a) La suma de dos cuadrados perfectos es un cuadrado perfecto.

b) El producto de dos cuadrados perfectos es un cuadrado perfecto.

a) En general es falso. Por ejemplo, $4^2 + 5^2 = 16 + 25 = 41$, y 41 no es cuadrado perfecto.

b) Cierto, ya que $a^2 \cdot b^2 = (a \cdot b)^2$, que es cuadrado perfecto. Con un ejemplo concreto: $4^2 \cdot 5^2 = (4 \cdot 5)^2 = 20^2$.

2.88 Escribe primero en forma de potencia y después calcula.

a) $49^2 \cdot (-343) : [(-7)^3]^2$

b) $(-15)^7 : [3^5 \cdot (-5)^5]$

c) $32^2 : (2^2)^3 \cdot 1024$

d) $9^2 \cdot [(3^2)^3 : 81]$

a) $49^2 \cdot (-343) : [(-7)^3]^2 = (-7^2)^2 \cdot (-7)^3 : (-7)^{3 \cdot 2} = (-7)^4 \cdot (-7)^3 : (-7)^{3 \cdot 2} = (-7)^{4+3-6} = -7^1 = -7$

b) $(-15)^7 : [3^5 \cdot (-5)^5] = (-15)^7 : (-15)^5 = (-15)^{7-5} = (-15)^2 = 225$

c) $32^2 : (2^2)^3 \cdot 1024 = (2^5)^2 : 2^{2 \cdot 3} \cdot 1024 = 2^{10} : 2^6 \cdot 2^{10} = 2^{10-6+10} = 2^{14} = 16\,384$

d) $9^2 \cdot [(3^2)^3 : 81] = (3^2)^2 \cdot [3^{2 \cdot 3} : 3^4] = 3^{2 \cdot 2} \cdot [3^{2 \cdot 3} : 3^4] = 3^4 \cdot [3^6 : 3^4] = 3^4 \cdot 3^{6-4} = 3^4 \cdot 3^2 = 3^{4+2} = 3^6 = 729$

2.89 Expresa como el cuadrado de una raíz y luego calcula.

a) $\sqrt{25 \cdot 3^4}$

b) $\sqrt{2^6 \cdot 49}$

c) $\sqrt{100^3 : 64}$

a) $\sqrt{25 \cdot 3^4} = \sqrt{5^2 \cdot 3^4} = \sqrt{(5 \cdot 3^2)^2} = \sqrt{(5 \cdot 3^2) \cdot (5 \cdot 3^2)} = \sqrt{5 \cdot 3^2} \cdot \sqrt{5 \cdot 3^2} = \left(\sqrt{5 \cdot 3^2}\right)^2 = \left(\sqrt{45}\right)^2 = 45$

b) $\sqrt{2^6 \cdot 49} = \sqrt{2^6 \cdot 7^2} = \sqrt{(2^3 \cdot 7)^2} = \sqrt{(2^3 \cdot 7) \cdot (2^3 \cdot 7)} = \sqrt{2^3 \cdot 7} \cdot \sqrt{2^3 \cdot 7} = \left(\sqrt{2^3 \cdot 7}\right)^2 = \left(\sqrt{56}\right)^2 = 56$

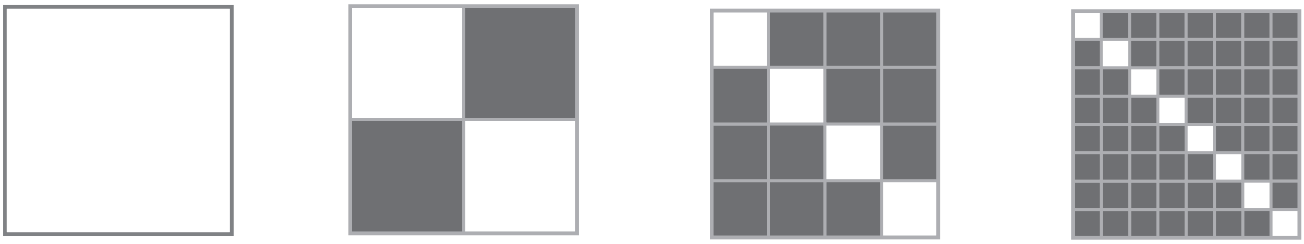
c) $\sqrt{100^3 : 64} = \sqrt{(10^2)^3 : 8^2} = \sqrt{(10^3)^2 : 8^2} = \sqrt{[(10^3) : 8]^2} = \sqrt{[(10^3) : 8] : [(10^3) \cdot 8]} =$

$= \sqrt{10^3 : 8 \cdot} \sqrt{10^3 : 8 \cdot} = \left(\sqrt{10^3 : 8}\right)^2 = \left(\sqrt{125}\right)^2 = 125$

2.90 Cuadrados y etapas

Los siguientes dibujos muestran la evolución de una figura geométrica formada por azulejos cuadrados.

1.ª etapa **2.ª etapa** **3.ª etapa** **4.ª etapa**



a) Cuenta el número total de azulejos que hay en cada una de las cuatro etapas. ¿Qué observas?
b) Cuenta el número de azulejos blancos que hay en cada una de las cuatro etapas. ¿Qué observas?
c) Calcula el número de azulejos azules en cada una de las cuatro etapas.
d) Con la ayuda de los apartados anteriores, completa la siguiente tabla con los azulejos que habrá en las etapas siguientes.

	Totales	Blancos	Azules
1.ª etapa			
2.ª etapa			
3.ª etapa			
4.ª etapa			
5.ª etapa			
6.ª etapa			
7.ª etapa			

e) ¿Cuántos azulejos azules habrá en la décima etapa?

a) Etapa 1ª: 1 azulejo; etapa 2ª: 4 azulejos; etapa 3ª: 16 azulejos; etapa 4ª: 64 azulejos.
Se observa que en cada etapa el número de azulejos se obtiene elevando 4 al número de etapa menos 1. En efecto: etapa 1ª: $4^0 = 1$ azulejo; etapa 2ª: $4^1 = 4$ azulejos; etapa 3ª: $4^2 = 16$ azulejos; etapa 4ª: $4^3 = 64$ azulejos.

b) Etapa 1ª: 1 azulejo blanco; etapa 2ª: 2 azulejos blancos; etapa 3ª: 4 azulejos blancos; etapa 4ª: 8 azulejos blancos.
Se observa que en cada etapa, el número de azulejos blancos se obtiene elevando 2 al número de etapa menos 1. En efecto: etapa 1ª: $2^0 = 1$ azulejo blanco; etapa 2ª: $2^1 = 2$ azulejos blancos; etapa 3ª: $2^2 = 4$ azulejos blancos; etapa 4ª: $2^3 = 8$ azulejos blancos.

c) Etapa 1ª: 0 azulejos azules; etapa 2ª: 2 azulejos azules; etapa 3ª: 12 azulejos azules; etapa 4ª: 56 azulejos azules.

d)

	Totales	Blancos	Azules
1.ª etapa	$4^0 = 1$	$2^0 = 1$	$1 - 1 = 0$
2.ª etapa	$4^1 = 4$	$2^1 = 2$	$4 - 2 = 2$
3.ª etapa	$4^2 = 16$	$2^2 = 4$	$16 - 4 = 12$
4.ª etapa	$4^3 = 64$	$2^3 = 8$	$64 - 8 = 56$
5.ª etapa	$4^4 = 256$	$2^4 = 16$	$256 - 16 = 240$
6.ª etapa	$4^5 = 1024$	$2^5 = 32$	$1024 - 32 = 992$
7.ª etapa	$4^6 = 4096$	$2^6 = 64$	$4096 - 64 = 4032$

e) En la décima etapa habrá $4^9 = 262\,144$ azulejos totales, $2^9 = 512$ azulejos blancos y $262\,144 - 512 = 261\,632$ azulejos azules.

2.A1 Escribe en forma de potencia.

a) $-4 \cdot (-4) \cdot (-4) \cdot (-4)$ **b) $-9 \cdot (-9) \cdot (-9)$**

a) $-4 \cdot (-4) \cdot (-4) \cdot (-4) = (-4)^4$ b) $-9 \cdot (-9) \cdot (-9) = (-9)^3$

2.A2 Calcula.

a) $(-8)^3$ **b) $(-6)^4$** **c) -5^2** **d) $-(-3)^5$**

a) $(-8)^3 = (-8) \cdot (-8) \cdot (-8) = -512$

b) $(-6)^4 = (-6) \cdot (-6) \cdot (-6) \cdot (-6) = 1296$

c) $-5^2 = -5 \cdot 5 = -25$

d) $-(-3)^5 = -[(-3) \cdot (-3) \cdot (-3) \cdot (-3) \cdot (-3)] = -(-243) = 243$

2.A3 Estudia si son cuadrados perfectos y, en su caso, calcula su raíz cuadrada.

a) 316 **b) 441** **c) 625** **d) 279**

a) No es cuadrado perfecto, ya que $17^2 = 289 < 316 < 324 = 18^2$.

b) $441 = 21^2$; por tanto, es cuadrado perfecto y $\sqrt{441} = 21$.

c) $625 = 25^2$; por tanto, es cuadrado perfecto y $\sqrt{625} = 25$.

d) No es cuadrado perfecto, ya que $16^2 = 256 < 279 < 289 = 17^2$.

2.A4 ¿Cuántas cifras tiene la raíz cuadrada de los siguientes números?

a) 3 **b) 18** **c) 314** **d) 5601** **e) 82 435** **f) 139 007**

a) 1 b) 1 c) 2 d) 2 e) 3 f) 3

2.A5 Calcula la raíz cuadrada entera y el resto.

a) 72 **b) 130** **c) 250** **d) 420** **e) 905** **f) 1349**

a) Puesto que $8^2 = 64 < 72 < 9^2 = 81$, se tiene que $72 = 8^2 + 8$. La raíz cuadrada entera de 72 es 8, y el resto, 8.

b) Puesto que $11^2 = 121 < 130 < 12^2 = 144$, se tiene que $130 = 11^2 + 9$. La raíz cuadrada entera de 130 es 11, y el resto, 9.

c) Puesto que $15^2 = 225 < 250 < 16^2 = 256$, se tiene que $250 = 15^2 + 25$. La raíz cuadrada entera de 250 es 15, y el resto, 25.

d) Puesto que $20^2 = 400 < 420 < 21^2 = 441$, se tiene que $420 = 20^2 + 20$. La raíz cuadrada entera de 420 es 20, y el resto, 20.

e) Puesto que $30^2 = 900 < 905 < 31^2 = 961$, se tiene que $905 = 30^2 + 5$. La raíz cuadrada entera de 905 es 30, y el resto, 5.

f) Puesto que $36^2 = 1296 < 1349 < 37^2 = 1369$, se tiene que $1349 = 36^2 + 53$. La raíz cuadrada entera de 1349 es 36, y el resto, 53.

2.A6 Halla el número tal que su raíz cuadrada entera es 124 y el resto es 19.

El número buscado es $a = 124^2 + 19 = 15\,395$.

2.A7 Escribe como una única potencia:

a) $7^4 \cdot (-7)^9$ **b) $(3^4)^2 : 3^6$** **c) $(-5)^3 : (-5)$** **d) $18^6 \cdot (-2)^6$**

a) $7^4 \cdot (-7)^9 = (-7)^4 \cdot (-7)^9 = (-7)^{13}$

b) $(3^4)^2 : 3^6 = 3^{4 \cdot 2} : 3^6 = 3^8 : 3^6 = 3^{8-6} = 3^2$

c) $(-5)^3 : (-5) = (-5)^3 : (-5)^1 = (-5)^{3-1} = (-5)^2$

d) $18^6 \cdot (-2)^6 = [18 \cdot (-2)]^6 = (-36)^6$

2.A8 Expresa cada raíz como producto de dos raíces cuadradas exactas y calcula.

a) $\sqrt{2500}$ **b) $\sqrt{1600}$** **c) $\sqrt{36}$**

a) $\sqrt{2500} = \sqrt{25 \cdot 100} = \sqrt{25} \cdot \sqrt{100} = 5 \cdot 10 = 50$

b) $\sqrt{1600} = \sqrt{16 \cdot 100} = \sqrt{16} \cdot \sqrt{100} = 4 \cdot 10 = 40$

c) $\sqrt{36} = \sqrt{9 \cdot 4} = \sqrt{9} \cdot \sqrt{4} = 3 \cdot 2 = 6$

2.A9 **Escribe cada raíz como cociente de dos raíces cuadradas y calcula.**

a) $\sqrt{64 : 16}$ **b)** $\sqrt{441 : 49}$ **c)** $\sqrt{900 : 36}$

a) $\sqrt{64 : 16} = \sqrt{64} : \sqrt{16} = 8 : 4 = 2$

b) $\sqrt{441 : 49} = \sqrt{441} : \sqrt{49} = 21 : 7 = 3$

c) $\sqrt{900 : 36} = \sqrt{900} : \sqrt{36} = 30 : 6 = 5$

2.A10 **Calcula.**

a) $[(-4)^2]^5 + (-36) : \sqrt{9}$ **b)** $300 - \left[\sqrt{121} + (-3)^2\right] + 12^2 : 2^4$

a) $[(-4)^2]^5 + (-36) : \sqrt{9} = 16^5 + (-36) : 3 = 16^5 - 12 = 1\,048\,564$

b) $300 - \left[\sqrt{121} + (-3)^2\right] + 12^2 : 2^4 = 300 - (11 + 9) + 144 : 16 = 300 - 20 + 9 = 280 + 9 = 289$

M U R A L D E M A T E M Á T I C A S

Jugando con las matemáticas

Sumas de cuadrados

Diofanto fue un famoso matemático de la antigua Grecia que enunció el siguiente problema:

"Todo número entero positivo puede ser escrito como la suma de cuatro números elevados al cuadrado"
Por ejemplo: $15 = 1^2 + 1^2 + 2^2 + 3^2$
¿Sabrías hacer tú lo mismo con los números 26, 39, y 58?

Una pista: puedes usar el 0.

$26 = 5^2 + 1^2 + 0^2 + 0^2$
$39 = 6^2 + 1^2 + 1^2 + 1^2$
$58 = 7^2 + 3^2 + 0^2 + 0^2$