Tratamiento de la diversidad

La Educación Secundaria Obligatoria se organiza de acuerdo con los principios de educación común y de atención a la diversidad del alumnado. Las medidas de atención a la diversidad de nuestro proyecto están orientadas a responder a las necesidades educativas concretas del alumnado y a la consecución de las competencias básicas y los objetivos del curso.

Atender a la diversidad del alumnado y conseguir una mejora de sus resultados académicos puede requerir la adopción de medidas como agrupamientos flexibles, apoyo en grupos ordinarios, desdoblamientos, adaptaciones del currículo, etc.

Para contribuir en esta tarea, nuestro proyecto presenta una serie de medidas cuya finalidad es preventiva o compensadora; en un momento dado, cualquier alumno puede precisarlas.

Las actividades que se proponen en este material se organizan en dos fichas de trabajo por cada unidad. Plantean cuestiones que permiten asociar diversos contenidos previamente estudiados y ejercitar diferentes destrezas. Tanto las fichas de **refuerzo** como las de **ampliación** son recursos dirigidos a desarrollar en los estudiantes las competencias básicas.

Al principio de cada unidad se encuentra un esquema de los contenidos tratados en ella, con actividades específicas para cada contenido. Y al final, ofrecemos las soluciones de todas las actividades.

Divisibilidad y números enteros

Nombre y apellidos: ....

Curso: .... **Fecha:** ....

DIVISIBILIDAD Y NÚMEROS ENTEROS

DIVISIBILIDAD

PARA CALCULAR EL MÁXIMO COMÚN DIVISOR DE VARIOS NÚMEROS

- Se descomponen en factores primos.
- Se toman los factores comunes, elevados al ....

EJEMPLO: máx.c.d. (168, 180)

168	2	180	2
84	2		

$168 = 2^3 \cdot 3 \cdot 7$

$180 = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5$

máx.c.d. (168, 180) =

PARA CALCULAR EL MÍNIMO COMÚN MÚLTIPLO DE VARIOS NÚMEROS

- Se descomponen en factores primos.
- Se toman todos los factores primos, elevado cada uno al ....

EJEMPLO: mín.c.m. (60, 72)

60		72	

60 =

72 =

mín.c.m. (60, 72) =

OPERACIONES CON NÚMEROS ENTEROS

SUMAS Y RESTAS CON PARÉNTESIS

- Al suprimir un paréntesis precedido del signo más, los signos interiores ....

EJEMPLO:

8 + (4 – 2 – 7 + 1) =

- Al suprimir un paréntesis precedido del signo menos, ...

EJEMPLO:

7 – (6 – 3 – 5 + 4) =

MULTIPLICACIÓN Y DIVISIÓN

REGLA DE LOS SIGNOS:

+ · + = +	+ : + = +
+ · – =	+ : – =
– · + =	– : + =
– · – =	– : – =

EJEMPLOS:

(+3) · (+4) =   (–15) : (+3) =

(–2) · (–5) =   (+20) : (–4) =

OPERACIONES COMBINADAS

En las expresiones con operaciones combinadas hemos de atender:

- Primero, a las operaciones que están dentro de los paréntesis.
- Después, ...
- Por último, ...

EJEMPLO:

4 · (–5) – 3 · (8 – 6 – 4) = 4 · (–5) – 3 · (   ) =

=

Divisibilidad y números enteros

Nombre y apellidos: ....

Curso: .... **Fecha:** ....

BORDILLOS PARA LAS CALLES

Tu madre acaba de empezar a trabajar en el departamento de producción de una empresa que se dedica a fabricar los bloques con los que se construyen los bordillos de las aceras. El primer trabajo que le encargan es estudiar el sistema de producción, por si puede optimizarse la fabricación y así ahorrar costes. Como todavía no tienes muchos deberes de clase, te pide que le ayudes con los cálculos.

1 En primer lugar, te enseña una tabla que confeccionó el encargado anterior, pero alguien de la oficina tiró café sobre ella y se han borrado algunos números. La tabla muestra datos sobre las cuatro líneas de producción de la empresa. Como es un trabajo fácil, tu madre te dice que la completes.

LÍNEAS	A	B	C	D
N.º DE PIEZAS QUE HACE (CAPACIDAD)	6	2 · (PIEZAS DE A – 1) =	12	$\frac{6 \cdot (\text{PIEZAS DE C})}{4} =$
TIEMPO EN QUE LAS HACE (MINUTOS)	10	12	15	15

"¿Son iguales todas las líneas, mamá?", le preguntas a tu madre. "Solo tienes que mirar bien la tabla. Por ejemplo: ¿cuántas veces es mayor la capacidad de la línea D que la capacidad de la línea A? ¿Y cuántas veces es mayor la de la línea C que la de la línea A?".

2 Después de recibir una llamada urgente de su jefe, tu madre te dice que una constructora acaba de hacerles un pedido de 3 600 bloques y necesita calcular cuántas piezas hace cada línea en 1 hora. Mientras ella está con otros cálculos, te pide que estos los hagas tú.

3 Y ahora, con los cálculos anteriores, ¿cuántas piezas hacen las cuatro líneas juntas en 1 hora?

Nombre y apellidos: ....

4 Un dato importante para el informe de tu madre es averiguar cuánto tardaría cada una de las cuatro líneas en producir ella sola los 3 600 bloques del pedido. ¿Puedes darle los datos?

5 El jefe vuelve a llamar: "Paralice lo que esté haciendo; necesito unos datos urgentes sobre el pedido de la constructora". Y envía por fax una tabla que tú puedes completar, fijándote bien en que en ella aparecen grupos de bloques con distintas longitudes.

N.° DE BORDILLOS	LONGITUD POR UNIDAD	LONGITUD TOTAL EN CENTÍMETROS	LONGITUD TOTAL EN METROS
1 450	120 cm		
1 000		60 000	
600	40 cm		
	30 cm	16 500	
		TOTAL	

6 No hay forma de trabajar: le siguen llegando informaciones y preguntas por el fax. Ahora, el encargado del almacén necesita saber cómo distribuir en palés 50 bloques de una longitud y 60 bloques de otra longitud, sin mezclar las dos clases. El número de bloques por palé debe ser el mayor posible y el mismo para las dos clases de bloques. Tu madre te pide que calcules cuántos bordillos deben poner en cada palé y cuántos palés harán falta.

7 Volviendo a las líneas de producción, recuerda que la línea A saca una tanda de bloques cada 10 minutos, y la línea B, una cada 12 minutos. Tu madre te dice que ambas líneas han coincidido a las 10 h 30 min en sus últimas tandas. ¿A qué hora volverán a coincidir?

Divisibilidad y números enteros

Nombre y apellidos: ....

Curso: .... **Fecha:** ....

UNA VISITA A LA GRANJA

La primera excursión del año es a una granja de gallinas. Allí, el guía os explica el funcionamiento de algunas secciones. Al llegar a la zona donde se envasan los huevos, os da datos de las tres envasadoras que utilizan: no todas trabajan todos los días, cada una utiliza unos envases distintos... "¡Vaya lío!", dices después de un rato. "¿No podría darnos esos datos en una tabla?", le preguntas al guía. "Claro que sí, perdonad. Precisamente aquí tengo una de uso interno. Echadle un vistazo", te contesta.

EMPAQUETADORA	DÍAS QUE FUNCIONA	UTILIZA ENVASES DE...	HUEVOS ENVASADOS
A	Lunes	6 unidades	7 200 cada día
B	Martes	12 unidades	7 200 cada día
C	Miércoles	24 unidades	7 200 cada día

1 Junto a la empaquetadora A, os dice que el lunes pasado esta máquina utilizó 1 200 envases. Como esta parte de las matemáticas te gusta, mientras os dirigíais a las otras dos máquinas, le dices a tu compañera cuántos envases utilizaron las máquinas B y C el martes y el miércoles, respectivamente. ¿Cuántos fueron?

2 Parece que has ido demasiado deprisa. El guía os cuenta que el miércoles la máquina C se averió cuando había envasado 1 800 huevos, y tuvieron que poner en funcionamiento la máquina B hasta completar los 7 200 huevos. En ese momento tu amiga te susurra: "A ver, lumbrera, ¿cuántos envases utilizó cada máquina?".

3 Los viernes y los sábados funcionan todas las máquinas a la vez. Para ayudar al personal, se encienden unos pilotos de control con intervalos de 3 minutos para la máquina A, 5 minutos para la B y 9 minutos para la C. El sábado pasado, María estuvo atenta y vio que a las 10 h 45 min se encendieron los tres pilotos a la vez. "¿A qué hora se volvieron a encender?", le preguntas. "No lo recuerdo. ¿Por qué no lo calculáis vosotros?".

Nombre y apellidos: ....

Vista la zona de producción, pasáis a ver la de administración y ventas. Allí os deja el guía y os acompaña una de las administrativas.

4 "Perdone", interrumpe uno de tus compañeros, "¿podría decirnos cómo son de rápidas las máquinas empaquetadoras?". Tras pensar un momento contesta: "Envasan 1 200 huevos cada hora. En contabilidad anotan esa cantidad, descomponiéndola en factores primos. Haced vosotros esa descomposición".

5 La encargada de transporte acaba de averiguar que para enviar 2 160 huevos a un supermercado solo le quedan cajas de cartón de 24 cm de altura y una base que mide 60 cm × 60 cm. ¿Cuántas cajas tiene que pedir? "A lo mejor podemos ayudar", te ofreces tú, "pero necesitamos saber cuánto mide cada envase". Divertida por tu oferta, te dice: "Este envío es de envases de una docena, que miden 30 cm de largo, 10 cm de ancho y 8 cm de alto. ¿Te vale con estos datos?". Claro que te vale. Ya le puedes decir cuántos envases irán en cada caja y cuántas cajas necesitará.

6 "Oiga, ¿y todos los huevos son iguales?", pregunta una de tus compañeras. "No, claro que no. Nosotros producimos huevos de categoría A y huevos de categoría B. Precisamente ahora estaba preparando un envío. Tal vez podáis ayudarme: tengo que enviar 480 huevos de categoría A y 720 huevos de categoría B en envases de una docena y con esos envases llenar cajas. Las cajas deben ser de igual tamaño, lo más grandes que sea posible, y no se pueden mezclar huevos distintos en la misma caja. ¿Cuántas docenas debemos poner en cada caja y cuántas cajas necesitamos?".

Soluciones

Ficha de trabajo A (Refuerzo)

1

LÍNEAS	A	B	C	D
N.º DE PIEZAS QUE HACE (CAPACIDAD)	6	10	12	18
TIEMPO EN QUE LAS HACE (MINUTOS)	10	12	15	15

La capacidad de la línea D es 3 veces mayor que la capacidad de la línea A. La de la línea C es 2 veces mayor que la de la línea A.

2 A: 36 bloques/hora

B: 50 bloques/hora

C: 48 bloques/hora

D: 72 bloques/hora

3 En una hora, las cuatro líneas producen 206 bloques.

4 A: 100 h

B: 72 h

C: 75 h

D: 50 h

5

N.º DE BORDILLOS	LONGITUD POR UNIDAD	L. TOTAL EN CENTÍMETROS	L. TOTAL EN METROS
1 450	120 cm	174 000	1 740
1 000	60 cm	60 000	600
600	40 cm	24 000	240
550	30 cm	16 500	165
		TOTAL	2 745

6 Como máx.c.d. (50, 60) = 10, deben poner 10 bloques en cada palé. Necesitarán 11 palés.

7 Como mín.c.m. (10, 12) = 60 minutos, coincidirán otra vez a las 11 h 30 min.

Ficha de trabajo B (Ampliación)

1 B: 600 envases

C: 300 envases

2 B: 450 envases

C: 75 envases

3 Como mín.c.m. (3, 5, 9) = 45 minutos, los pilotos volvieron a coincidir a las 11 h 30 min.

4 En una hora envasan $1\,200 = 2^4 \cdot 3 \cdot 5^2$ huevos.

5 Podrá meter 36 envases en cada caja y necesitará 5 cajas.

6 Como máx.c.d. (480, 720) = 240 huevos, en cada caja podrán meter 20 envases de una docena. Con este dato, necesitarán 2 cajas para los huevos de categoría A y 3 cajas para los de categoría B.

Sistema de numeración decimal y sistema sexagesimal

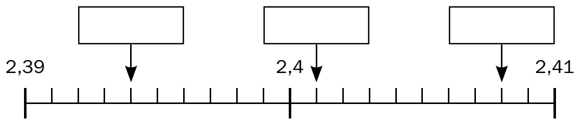
Nombre y apellidos: ....

Curso: .... **Fecha:** ....

SISTEMA DE NUMERACIÓN DECIMAL

LOS DECIMALES EN LA RECTA NUMÉRICA

Entre dos decimales cualesquiera hay ....
....



APROXIMACIÓN DE DECIMALES

El **redondeo** consiste en ....
....

EJ.: 2,738406
→ A LAS CENTÉSIMAS:
→ A LAS MILÉSIMAS:

OPERACIONES CON NÚMEROS DECIMALES

SUMA Y RESTA

$$\begin{array}{r} 2{,}41 \\ +\ 5{,}028 \\ \hline \end{array} \qquad \begin{array}{r} 3{,}2 \\ -\ 1{,}283 \\ \hline \end{array}$$

MULTIPLICACIÓN

$$\begin{array}{r} 2{,}05 \\ \times\ 1{,}7 \\ \hline \end{array}$$

DIVISIÓN

$$3{,}8 \quad \underline{|\ 0{,}45\quad}$$

SISTEMA SEXAGESIMAL

PASO DE COMPLEJO A INCOMPLEJO

EJEMPLO: Pasar a segundos 1 h 25 min 34 s.

1 h = 1 × 3 600 s =
25 min = 25 × 60 s =
34 s = =

1 h 25 min 34 s ⟶

PASO DE INCOMPLEJO A COMPLEJO

EJEMPLO: Pasar a horas, minutos y segundos 8084 s.

$$\begin{array}{llll} 8084 & \underline{|60} & & \\ 208 & 134 & \underline{|60} & \\ \ \ 284 & \ \ 14 & 2 & \\ \ \ \ \ 44 & & & \end{array}$$

8 084 s
134 min — 44 s
h — min — s

OPERACIONES EN FORMA COMPLEJA

SUMA

$$\begin{array}{rrr} 13° & 24' & 38'' \\ +\ 15° & 47' & 52'' \\ \hline ° & ' & '' \\ \\ ° & ' & '' \end{array}$$

RESTA

$$\begin{array}{rrr} 26° & 15' & 34'' \\ -\ 18° & 40' & 56'' \\ \hline \end{array}$$

1° = 60' 1' = 60''

$$\begin{array}{rrr} 25° & 74' & 94'' \\ -\ 18° & 40' & 56'' \\ \hline ° & ' & '' \end{array}$$

COCIENTE

$$\begin{array}{llll} 45°\ {}_{\times 60} & 16' & 24'' & \underline{|8\qquad\quad} \\ 5° \xrightarrow{} & 300' & & 5°\ 39'\quad '' \\ & \overline{316'} & & \\ & \underline{\qquad}\ {}_{\times 60} & & \\ & 4' \rightarrow \underline{\qquad} & & \end{array}$$

Sistema de numeración decimal y sistema sexagesimal

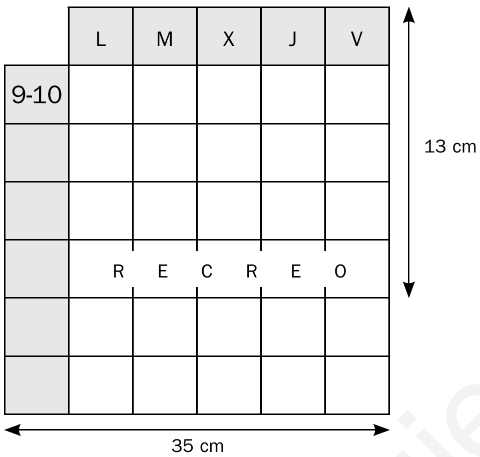
Nombre y apellidos: ....

Curso: .... **Fecha:** ....

HORARIO DE CLASE

Todos los años, dos alumnos de tu clase confeccionan un horario para colgar en el tablón de anuncios. Este año te ha tocado a ti ser uno de ellos. Os reunís tú y tu compañera con vuestro tutor, quien os dará las indicaciones precisas para elaborarlo.

1 "A ver, aquí tenéis un esquema, con algunas medidas, de cómo debéis hacerlo; las demás las tendréis que calcular vosotros:



a) Todas las columnas deben ser igual de anchas. ¿Cuánto debe medir cada una (redondead a las décimas)?

b) Todas las filas han de ser igual de altas. ¿Cuánto debe medir cada una? ¿Qué alto total tendrá el horario?".

2 "Rectifico. Como seguramente empezaréis a dibujar el horario por la izquierda, al redondear la medida de las columnas, os sobrará algo de los 35 cm. Dádselo a la columna del viernes. ¿Cuánto medirá ahora?".

Una vez completado el horario, el profesor os pide ayuda con otro tema: la jefa de estudios tiene que elaborar un informe y necesita los datos que os pide a continuación:

3 Las sesiones de clase están repartidas indicando la hora inicial y la final, pero ella necesita la duración de cada sesión en minutos. Completad la tabla:

	HORARIO	MINUTOS
1.ª SESIÓN DEL DÍA	8:30 – 9:20	
2.ª SESIÓN DEL DÍA	9:20 – 10:15	
3.ª SESIÓN DEL DÍA	10:15 – 11:10	
RECREO	11:10 – 11:50	
4.ª SESIÓN DEL DÍA	11:50 – 12:40	
5.ª SESIÓN DEL DÍA	12:40 – 13:35	

Nombre y apellidos: ....

4 Para poder comparar el tiempo dedicado a ciertas asignaturas, tenéis que completar esta tabla:

	HORARIO	MINUTOS	HORAS Y MINUTOS
MATEMÁTICAS	2 días: 11:50 – 12:40 2 días: 12:40 – 13:35		
LENGUA CAST. Y LITERATURA	3 días: 9:20 – 10:15 1 día: 8:30 – 9:20		
EDUCACIÓN FÍSICA	2 días: 10:15 – 11:10		
CIENCIAS DE LA NATURALEZA	3 días: 13:35 – 14:30		

5 Debe indicar cuánto tiempo más corresponde a la asignatura de Matemáticas que a la de Educación Física en una semana. Como no ha decidido aún cómo elaborará finalmente el informe, quiere el dato en minutos y en forma compleja.

6 "Otra más, chicos. ¿Cúanto tiempo más hay de Lengua Castellana que de Ciencias Naturales, en una semana?".

7 "Bueno, hemos llegado al final. Para que veáis que no todo son clases, el informe también pide unos datos sobre los recreos. Necesito que me digáis los minutos que duran todos los recreos de una semana. Y, por si acaso, escribidlo también en forma compleja".

Sistema de numeración decimal y sistema sexagesimal

Nombre y apellidos: ....

Curso: .... **Fecha:** ....

LA COMPRA DEL SÁBADO

Este sábado, Irene y su padre, Jorge, han decidido ir juntos a la compra. Normalmente, no lo hacen, pero después de la experiencia lo repetirán; se lo han pasado muy bien haciéndose preguntas el uno al otro y contestándolas.

1 Al llegar compraron una revista que costó 1,80 €. Irene pidió un paquete de chicles e insistió en pagarlos ella. “Papá, ¿cuánto cuesta mi parte?”, le dijo. “Pues no sé, no he mirado las vueltas, pero la dependienta me dijo que costaba un sexto del precio de la revista”. ¿Cuánto costó el paquete de chicles?

2 Mientras Jorge compraba, Irene iba cronometrando el tiempo con su nuevo reloj. “Papá, hemos estado 0,5 horas en la frutería y 0,45 horas en la pescadería. ¿A que no sabes cuántos minutos faltan para que la suma sea una hora?” Ocupado en guardar las compras, Jorge retrasa su respuesta. ¿Puedes contestar tú a Irene?

3 Después de insistir en la pregunta, su padre contraataca: “A ver, listilla, ya que te gusta hacer preguntas sobre tiempo, respóndeme a estas:

a) Si en la pescadería hubiéramos estado una novena parte más de tiempo, ¿cuántos minutos habríamos estado en total comprando pescado?

b) Y, si en la frutería hubiéramos estado una quinta parte más de tiempo, ¿cuántos minutos nos hubiéramos entretenido comprando la fruta?”.

4 Irene se encuentra con su compañera Elisa y se entretiene hablando con ella. Jorge, curioso, les pregunta de qué hablaban. “Oh, de nada”, le contesta a Irene. “Están elaborando un trabajo que expondrán en clase el próximo viernes y dice que entre ella y sus dos compañeros, en tres días, le han dedicado 11,25 horas. ¿Tú sabes cuántos minutos, más o menos, ha dedicado Elisa al trabajo cada día?”.

Nombre y apellidos: ....

5 Mientras esperan para pagar, Irene cronometra el tiempo que el chico de la caja tarda en atender al cliente que va delante de ellos: 4,25 minutos. "Vale", le responde su padre, "¿y cuánto tardaría en cobrar a 72 clientes?". Jorge está de broma, pero Irene se lo toma en serio y lo calcula. ¿Qué le contestó a su padre?

6 Mientras van hacia el coche, a Jorge se le cae uno de los tiques de compra sobre un charco y se borran algunas cifras. Ahora no podrá comprobar con calma qué ha comprado y cuánto le ha costado, pero Irene le echa un vistazo y piensa que puede completarlo fácilmente. Ayuda a Irene a completar todos los datos de la compra de la frutería.

	CANTIDAD	PRECIO (€/kg)	DESCUENTO (€/kg)	IMPORTE (€)	REDONDEO (CENTÉSIMAS)
TOMATES	2,5 kg	1,80			
CALABACINES	750 g	0,95		0,7125	
PEPINOS	1,25 kg	0,85			
PATATAS		0,45		2,475	
NARANJAS	3,5 kg	2,20			
MANZANAS	1 350 g	1,35		1,8225	
MELOCOTONES	1,75 kg		0,15	2,625	
				IMPORTE TOTAL	

OFERTA: por compras superiores a un kilo de tomates, de naranjas y de melocotones, se descuentan del precio marcado 0,15 €/kg.

7 Por último, Irene ha tomado nota de las horas de entrada y de salida del aparcamiento para ver cuánto tienen que pagar. Una vez hechos sus cálculos, quiere comprobar que no han engañado a su padre.

9:52	Estacionan el coche.
12:15	Recogen el coche.
TARIFAS	• 1,50 euros por la primera hora. • 1,15 euros por cada media hora o cada fracción de hora.

"Papá, ¿cuánto tiempo ha estado aparcado el coche?". Responde a Irene según los datos de la tabla.

"¿Y cuánto te han cobrado?".

Soluciones

Ficha de trabajo A (Refuerzo)

1 a) Cada columna debe medir 5,8 cm, y cada fila, 2,6 cm. El alto total será de 18,2 cm.

2 6 cm

3

	HORARIO	MINUTOS
1.ª SESIÓN DEL DÍA	8:30 – 9:20	50
2.ª SESIÓN DEL DÍA	9:20 – 10:15	55
3.ª SESIÓN DEL DÍA	10:15 – 11:10	55
RECREO	11:10 – 11:50	40
4.ª SESIÓN DEL DÍA	11:50 – 12:40	50
5.ª SESIÓN DEL DÍA	12:40 – 13:35	55

4

	HORARIO	min	h y min
MATEMÁTICAS	2 días: 11:50 – 12:40 2 días: 12:40 – 13:35	210	3 h 30 min
LENG. CAST. Y LITERATURA	3 días: 9:20 – 10:15 1 día: 8:30 – 9:20	215	3 h 35 min
E. FÍSICA	2 días: 10:15 – 11:10	110	1 h 50 min
CC. DE LA NAT.	3 días: 13:35 – 14:30	165	2 h 45 min

5 1 h 40 min, es decir, 100 minutos más a la semana.

6 Hay 50 minutos más.

7 Los cinco recreos de una semana suman 200 minutos, que expresados en forma compleja son 3 h 20 min.

Ficha de trabajo B (Ampliación)

1 El paquete de chicles cuesta 0,30 €.

2 3 min

3 a) 30 min

b) 36 min

4 75 min

5 Para atender a 72 clientes ha necesitado 306 minutos que, expresados en forma compleja, son 5 h 6 min.

6

	CANTIDAD	PRECIO (€/kg)	DTO. (€/kg)	IMPORTE (€)
TOMATES	2,5 kg	1,80	0,15	4,13
CALABACINES	750 g	0,95	0	0,71
PEPINOS	1,25 kg	0,85	0	1,06
PATATAS	5,5 kg	0,45	0	2,48
NARANJAS	3,5 kg	2,20	0,15	7,18
MANZANAS	1 350 g	1,35	0	1,82
MELOCOTONES	1,75 kg	1,65	0,15	2,63
			IMPORTE TOTAL	20,01

7 El coche ha estado aparcado 2 h 23 min, y han pagado 4,95 €.

Las fracciones

Nombre y apellidos: ....

Curso: .... **Fecha:** ....

FRACCIONES

PROPIEDAD FUNDAMENTAL DE LAS FRACCIONES

Si se multiplican o se dividen los dos términos de una fracción por el mismo número, ...

....

EJEMPLOS: $\frac{4}{6} = \frac{4 \cdot 2}{6 \cdot 2} = —$ $\frac{4}{6} = \frac{4 : 2}{6 : 2} = —$

SIMPLIFICACIÓN DE FRACCIONES

Simplificar una fracción es sustituirla por ....

....

EJEMPLOS: $\frac{15}{20} = —$ $\frac{12}{30} = —$

REDUCCIÓN DE FRACCIONES A COMÚN DENOMINADOR

- Se calcula el mínimo común múltiplo de los denominadores.
- Se multiplican los dos miembros de cada fracción por ....

EJEMPLO: $\frac{3}{4}, \frac{4}{5}, \frac{7}{10} \to$ mín.c.m $(4, 5, 10) = 20$

$\frac{3 \cdot 5}{4 \cdot 5}, \frac{4 \cdot 4}{5 \cdot 4}, \frac{7 \cdot 2}{10 \cdot 2} \to \frac{15}{20}, —, —$

OPERACIONES CON FRACCIONES

SUMA Y RESTA

Para sumar o restar fracciones se reducen a ....

....

EJEMPLO:

$\frac{3}{4} + \frac{4}{5} - \frac{7}{10} =$

MULTIPLICACIÓN

$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d}$

EJEMPLO:

$\frac{2}{5} \cdot \frac{3}{4} =$

DIVISIÓN

$\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a \cdot d}{b \cdot c}$

EJEMPLO:

$\frac{4}{5} : \frac{3}{10} =$

POTENCIAS DE NÚMEROS RACIONALES

POTENCIA DE UN PRODUCTO

$(a \cdot b)^n =$

EJEMPLO: $(2 \cdot 4)^5 =$

POTENCIA DE UN COCIENTE

$\left(\frac{a}{b}\right)^n =$

EJEMPLO: $\left(\frac{4}{2}\right)^3 =$

PRODUCTO DE POTENCIAS DE LA MISMA BASE

$a^m \cdot a^n =$

EJEMPLO: $2^3 \cdot 2^5 =$

COCIENTE DE POTENCIAS DE LA MISMA BASE

$a^m : a^n =$

EJEMPLO: $3^6 : 3^4 =$

POTENCIA DE UNA POTENCIA

$(a^m)^n =$

EJEMPLO: $(5^2)^3 =$

POTENCIAS DE EXPONENTE NEGATIVO

$a^{-n} =$

EJEMPLO: $2^{-3} =$

Las fracciones

Nombre y apellidos: ....

Curso: .... **Fecha:** ....

EL NEGOCIO DEL CAFÉ

Este año estás participando en la revista de tu instituto. Te han encargado que escribas un reportaje sobre el mundo de la hostelería y decides pasar toda una tarde en la cafetería de al lado de tu casa junto a Sofía y Carmen, las dueñas.

1 "¿Y cuál de vosotras tarda más tiempo en llegar aquí?", les preguntas. "Pues yo", dice Sofía, "necesito 16 minutos para recorrer los 2/3 del trayecto". "Y yo", interviene Carmen, "tardo 18 minutos en recorrer los 4/5". "Oye, ¿no podéis decírmelo de otra forma?", les comentas. "Venga, no te quejes, tú sabes responder a la pregunta". ¿Cuál de las dos tarda más tiempo en llegar a la cafetería?

2 El primer cliente de la tarde les pide un café con leche. "Carmen, ¿cuánto café echáis en cada taza?", le preguntas. "El café ocupa 1/3 de la capacidad de la taza", contesta.

a) Te gustaría preguntar qué fracción ocupa la leche, pero prefieres pensarlo tú mismo. ¿Cuál es esa fracción?

b) Le dices a Sofía que ya sabes las fracciones de café y de leche, pero necesitas el dato en centilitros. Ella te dice que una taza contiene 12 *cl*, y que calcules tú el resto.

3 Después, un cliente compró 2/5 de kilo de café natural y 1/4 de café "mezcla". "Oye, ¿y de cuál de los dos tipos ha comprado más?", le preguntas a Carmen. "Te lo digo si me dices qué fracción de kilo y cuántos gramos ha comprado en total", te responde. Contesta tú a las dos preguntas que os habéis planteado el uno al otro.

4 Al rato reciben una llamada telefónica de otro cliente que les pide, en dos paquetes separados, las siguientes cantidades de café. Ahora, es Sofía la que te pide que les digas cuántos gramos tendrá cada paquete.

PAQUETE A: 2/3 de 3/2 de kg

☐ 500 g ☐ 1 000 g ☐ 750 g

PAQUETE B: 2/3 de 3/4 de kg

☐ 400 g ☐ 750 g ☐ 500 g

Nombre y apellidos: ....

5 Aprovechan un rato en que no tienen clientes para resolver contigo algunas dudas. “Oye, ¿por qué no me dices cuánto pesan 32 paquetes de café de 1/4 de kg cada uno?”, te pregunta Sofía. Respóndele.

6 Comprobando una caja de infusiones (té, menta, manzanilla), Sofía observa que se han roto 12 paquetes, que representan las 2/7 partes del total. “¿Cuántos paquetes había en la caja?”, le pregunta Carmen. Ayuda a Sofía con la respuesta.

7 “Por cierto, Sofía, ¿cuánto dinero ganasteis ayer?”, preguntas. “Ayer, déjame pensar... Ah, sí. Ayer ganamos 520 euros”, te contesta. “¿Y hoy?”. “Hasta ahora hemos vendido 1/5 más que ayer; haz tú la cuenta”.

8 La señal luminosa de la cafetera se ha encendido, porque el agua está en su nivel mínimo: 2/10 de su capacidad. Carmen le añade 4 litros para llenarla. “Y antes de que me lo preguntes tú, lo hago yo: ¿cuántos litros de agua hay en el depósito lleno?”.

9 Te fijas en que en el termo de la leche caliente caben 4 litros. Sofía te dice que cada vaso de leche tiene una capacidad de 1/8 de litro. Carmen te dice que hasta ahora han servido 24 vasos de leche. Ante tanto dato, solo te queda preguntar cuántos litros les quedan en el termo, pero como sabes que no te van a contestar, haces tú la cuenta. ¿Cuántos litros de leche quedan?

Las fracciones

Nombre y apellidos: ....

Curso: .... **Fecha:** ....

VOLUNTARIADO EN LA BIBLIOTECA

Este año, el instituto ha implantado un plan para la biblioteca del centro. Cada semana, dos alumnos deben pasar los recreos allí ayudando a la bibliotecaria. Esta semana te toca a ti, y te dispones a hacer lo que te diga la encargada.

1 Mientras revisas un libro de Historia, se te ocurre preguntarle cuántos libros de Historia hay en la biblioteca. "Pues no sé. Mira, en total hay 6 200 libros. Según un compañero tuyo que me ayudó la otra semana, en el primer trimestre consultasteis 72 libros de Historia, que representan los 2/5 del total de los libros de Historia. Haz tú la cuenta".

2 La bibliotecaria está diseñando un plan de animación a la lectura y necesita unos datos. Solo tienes que rellenar la tabla siguiente, sabiendo que ha habido un total de 180 usuarios.

	1.° Y 2.° ESO	3.°, 4.° ESO Y 1.° BACHILLERATO	2.° BACHILLERATO
FRACCIÓN	15/45 del total	16/30 del total	
N.° DE ALUMNOS			

3 En otro rato, la bibliotecaria te pregunta cuántos libros hay en una estantería concreta. Quieres gastarle una broma y le dices: "Pues en el primer estante hay 12 libros; en cada uno de los dos siguientes hay el doble menos la mitad de libros que en el anterior y, por último, en el cuarto hay el doble menos la tercera parte de los que hay en el tercero". ¿Puedes ayudarla con los cálculos?

4 Tenéis que preparar un lote de 36 libros que habéis donado. La encargada te dice que prepares 3 cajas para ello. Cuando le preguntas cuántos libros metes en cada caja, se acuerda de la faena que le hiciste antes y te contesta:

a) "En la primera caja mete 5/9 de 36".

b) "En la segunda, 2^{-2} de 36".

c) "Y en la tercera, (5/36) + (1/18) de 36".

¿Cuántos libros debes meter en cada caja?

Nombre y apellidos: ....

5 Uno de tus compañeros, Alberto, está leyendo un libro para hacer un trabajo de clase. El libro tiene 192 páginas. Te cuenta que ayer leyó 3/8 del libro, que hoy ha leído 3/4 de las páginas que le faltaban y que espera acabar de leer todo el libro mañana. "¿Y cuántas páginas leerás mañana?", le preguntas. ¿Qué contesta Alberto?

6 Por curiosidad, estás leyendo un libro sobre cómo se "fabrican" los libros. En él se dice que el papel más común tiene un grosor de $12 \cdot 10^{-2}$ mm. Como estás aburrido, te dedicas a calcular el grosor del libro que estás leyendo, que tiene 250 hojas. ¿Cuál es ese grosor?

7 Tienes que colocar unos libros en una estantería. Todos los libros tienen el mismo tamaño y ahora mismo están vacías las 3/5 partes de la estantería. "Prueba a poner 42 libros más", te dice la encargada. Lo haces y ves que ahora están ocupadas las 3/4 partes de la estantería. ¿Cuántos libros habrá en la estantería cuando la ocupes totalmente?

8 Por último, la bibliotecaria te pide que le ayudes con las facturas. En el último año se gastaron 2 160 € en comprar material. Al hacer el pedido, se pagaron los 3/15 del total. Cuando se recibió, se pagó 1/12 de lo que quedaba y el resto se pagó en 6 mensualidades. La encargada quiere que hagas un informe económico, respondiendo a las siguientes preguntas:

a) ¿Cuántos euros se pagaron al recibir los libros?

b) ¿Qué fracción del total representan los 6 pagos mensuales?

c) ¿Cuánto se pagó en cada mensualidad?

Soluciones

Ficha de trabajo A (Refuerzo)

1 Sofía tarda 24 min, y Carmen, 22,5 min. Tarda más Sofía.

2 a) 2/3

b) A la leche le corresponden 8 *cl*, y al café, 4 *cl*.

3 De café natural ha comprado 400 g, y de "mezcla", 250 gramos, que son 13/20 de kilo. Ha comprado más café natural que de "mezcla".

4 Paquete A: 1 000 g

Paquete B: 500 g

5 8 kg

6 En la caja había 42 paquetes.

7 624 €

8 En el depósito hay 5 litros.

9 Queda 1 *l* de leche.

Ficha de trabajo B (Ampliación)

1 Hay 180 libros de Historia.

2

	1.° Y 2.° ESO	3.°, 4.° ESO Y 1.° BACHILLERATO	2.° BACHILLERATO
FRACCIÓN	15/45 del total	16/30 del total	2/15 del total
N° DE ALUMNOS	60	96	24

3

ESTANTE	1.°	2.°	3.°	4.°
LIBROS	12	18	27	45

4

CAJA	LIBROS
1.ª	5/9 de 36 = 20
2.ª	2^{-2} de 36 = 9
3.ª	(5/36) + (1/18) de 36 = 7

5 30 páginas.

6 30 mm

7 120 libros.

8 a) 144 €

b) 11/15

c) 264 €

Proporcionalidad y porcentajes

Nombre y apellidos: ....

Curso: .... **Fecha:** ....

PROPORCIONALIDAD

PROPORCIÓN

- Una **proporción** es la igualdad de ....

....

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$$

- Los términos a y d se llaman ....

Los términos b y c se llaman ....

CÁLCULO DEL TÉRMINO DESCONOCIDO DE UNA PROPORCIÓN

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \rightarrow a \cdot d = b \cdot c \rightarrow d = \frac{b \cdot c}{a}$$

EJEMPLO:

$$\frac{12}{x} = \frac{21}{35} \rightarrow x = ...$$

MAGNITUDES DIRECTAMENTE PROPORCIONALES

EJERCICIO:

Cuatro kilos cuestan 12 €.

¿Cuánto cuestan siete kilos?

- RESOLUCIÓN POR REGLA DE TRES

PESO (kg)		COSTE (€)
4	→	12
7	→	x

La proporción:

$$\frac{4}{7} = \frac{12}{x} \rightarrow x = ...$$

MAGNITUDES INVERSAMENTE PROPORCIONALES

EJERCICIO:

Tres operarios tardan 40 minutos.

¿Cuánto tardan ocho operarios?

- RESOLUCIÓN POR REGLA DE TRES

N.° OPERARIOS		TIEMPO (min)
3	→	40
8	→	x

La proporción:

$$\frac{3}{8} = \frac{x}{40} \rightarrow x = ...$$

PROBLEMAS DE PORCENTAJES

UN PORCENTAJE ES UNA PROPORCIÓN

Para calcular el a% de C:

$$\left.\begin{array}{l}\text{De 100 tomo } a\\ \text{De } C \text{ tomo } x\end{array}\right\} \rightarrow \frac{100}{C} = \frac{a}{x} \rightarrow x = a\% \text{ de } C = \frac{C \cdot a}{100}$$

EJEMPLO:

15% de 820 =

CÁLCULO DEL TOTAL

$$\left.\begin{array}{l}\text{Total} \rightarrow x\\ \text{Porcentaje} \rightarrow 15\%\\ \text{Parte} \rightarrow 123\end{array}\right\} \begin{array}{l}\text{De 100 tomo 15}\\ \text{De } x \text{ tomo 123}\end{array}$$

$$\frac{100}{x} = \frac{15}{123} \rightarrow x = ...$$

CÁLCULO DEL PORCENTAJE

$$\left.\begin{array}{l}\text{Total} \rightarrow 820\\ \text{Porcentaje} \rightarrow x\\ \text{Parte} \rightarrow 123\end{array}\right\} \begin{array}{l}\text{De 820 tomo 123}\\ \text{De 100 tomo } x\end{array}$$

$$\frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad} \rightarrow x = ...$$

Proporcionalidad y porcentajes

Nombre y apellidos: ....

Curso: .... **Fecha:** ....

LA FÁBRICA DE AUTOMÓVILES

Tu padre trabaja en una fábrica de coches, en el departamento de control de calidad. Su labor es supervisar todas las fases de la producción, buscar fallos y optimizar los procesos. Un fin de semana te lleva a que veas la fábrica y sepas cómo trabaja. Disfruta la visita.

1 Lo primero que te enseña es el taller de motores. En él veis que están probando un nuevo modelo. En estos momentos el motor va a 3 000 revoluciones por minuto. "Papá", le preguntas, "y si funciona 4 minutos, ¿cuántas revoluciones dará?". "Mira, mejor me ayudas a rellenar esta tabla que necesito para un informe, y lo vemos juntos", te contesta.

TIEMPO (minutos)	0,5	1	2	4	8	10	30
N.° DE REVOLUCIONES		3 000					

"Oye, papá, ¿son el número de revoluciones y el tiempo magnitudes directa o inversamente proporcionales?", le preguntas. "¿Tú qué crees?", te reta.

2 Luego pasáis a la cadena de montaje. Allí, tu padre tiene que controlar unos tiempos. Comprobáis que los dos obreros tardan 6 minutos en montar las ruedas de un coche. "A ver, joven, ¿cuánto tiempo tardaría un obrero en hacer el mismo trabajo? ¿Y si fueran cuatro obreros?", te pregunta tu padre.

3 Tu padre te cuenta que han fabricado un prototipo que consume 6 litros de gasolina cada 100 km, circulando a 90 km/h. Te pide que completes una tabla de datos para pasársela a los ingenieros.

ESPACIO (km)	25		100	150		500	600
CONSUMO (litros)		3			18		

4 Para que veas el nuevo prototipo, vais al circuito de la fábrica. Allí, el coche rueda a 100 km/h. A esta velocidad, ha tardado 3 minutos en dar una vuelta completa a la pista. Uno de los técnicos está rellenando un cuadrante con los tiempos previsibles en dar una vuelta a la pista según la velocidad del coche. Ayuda al técnico a completar la tabla.

VELOCIDAD (km/h)	60	75	100	120	150	200
TIEMPO (minutos)			3			

Nombre y apellidos: ....

5 Más tarde os pasáis por el departamento de planificación. Os dicen que acaban de recibir un pedido de 4 200 coches para exportación, y necesitan que tu padre haga un estudio de la producción.

a) Sabiendo que la fábrica trabaja con los turnos diarios de 7 horas y que tiene una capacidad de producción de 25 coches a la hora, dile a tu padre cuántos días tardarían en cubrir el pedido.

b) Mientras haces los cálculos, vuelven a llamar diciendo que quieren 600 coches más. ¿Cuántas horas al día deberá trabajar cada turno para cubrir el nuevo pedido en el mismo tiempo previsto para el pedido anterior?

6 Por último, os pasáis por el departamento de ventas. El encargado os dice que, el mes anterior, las cantidades de furgonetas y de turismos enviados a tiendas han estado en proporción de 3/7, y que en total se vendieron 9 000 vehículos.

a) ¿Qué porcentaje de los vehículos que salieron de la fábrica son furgonetas?

b) ¿Cuántas furgonetas y cuántos turismos se vendieron?

7 El jefe de ventas comenta con tu padre que los 9 000 vehículos del mes pasado suponen unos buenos resultados, pero que este mes esperan vender un 10 % más. ¿Cuántos vehículos esperan vender este mes?

Proporcionalidad y porcentajes

Nombre y apellidos: ....

Curso: .... **Fecha:** ....

REFORMAS EN LA CASA

Tus tíos tienen una casa en el campo que utilizan durante las vacaciones. Este año van a pintarla y a realizar algunas reparaciones en ella. Acompañas a tu tía a la tienda de pinturas para empezar con las compras.

1 La encargada de la tienda os informa de que la pintura se vende por litros, en envases de diferentes capacidades, en cuyas etiquetas figura la equivalencia “1 litro = 1,5 kg”. Ayuda a tu tía con las equivalencias de todos los recipientes posibles de pintura.

ENVASES (litros)	2	4	5	10	15
PESO (kilos)					

2 Para daros una idea del rendimiento de la pintura, la encargada os dice que ha gastado un bote de 4 litros para pintar una pared de 42 metros cuadrados.

a) Con este dato, completa la siguiente tabla.

PINTURA (litros)	1	2	3	4	5	8
SUPERFICIE (m^2)				42		

b) ¿Cuántos litros de pintura necesitarían tus tíos para el salón, que entre paredes y techo tiene una superficie de 63 metros cuadrados?

3 También os informa de que, al pintar el exterior, el rendimiento es un 20% menor: es decir, con la misma cantidad de pintura se cubre un 20% menos de superficie. Tu tía te dice que la superficie exterior de la casa es de 210 m^2, aproximadamente.

a) ¿Cuántos metros cuadrados de exterior se cubren con un litro de pintura?

b) ¿Puedes calcularle a tu tía los litros de pintura plástica que debe comprar para pintar el exterior, dando dos capas?

Nombre y apellidos: ....

4 Cuando ya sabes la cantidad de pintura que necesitan, tus tíos hablan con un pintor que les dice: “Puedo pintar vuestra casa en 5 días, trabajando 6 horas al día”. Sin embargo, tu tío preferiría que lo hiciera en 4 días. ¿Cuántas horas diarias tendría que trabajar con el nuevo plazo?

5 Finalmente, y por un imprevisto, tus tíos necesitan que tarde solo 2 días y le proponen al pintor que contrate a cuatro pintores más. El pintor está de acuerdo, pero no sabe, entonces, cuántas horas al día tendrán que trabajar los 5 pintores para terminar. ¿Puedes ayudarle?

6 El cuarto de baño de la planta baja necesita una reparación total. Tu tío va a ver la obra y comprueba que los albañiles han colocado ya 12 metros cuadrados de azulejos, lo que supone el 75% del alicatado. ¿Cuántos metros cuadrados de alicatado lleva el baño en total?

7 El presupuesto total de las reparaciones asciende a 6 400 €, de los que 2 400 corresponden a la albañilería. ¿Qué porcentaje del presupuesto se lleva la albañilería?

8 ¿Cuál es el coste definitivo de las reparaciones, teniendo en cuenta que en la factura hay que cargar un 18% de IVA?

Soluciones

Ficha de trabajo A (Refuerzo)

1

TIEMPO (minutos)	N.º DE REVOLUCIONES
0,5	1 500
1	3 000
2	6 000
4	12 000
8	24 000
10	30 000
30	90 000

Son directamente proporcionales.

2 Un obrero tardará 12 minutos, y cuatro obreros, 3 minutos.

3

ESPACIO (km)	25	50	100	150	300	500	600
CONSUMO (litros)	1,5	3	6	9	18	30	36

4

VELOCIDAD (km/h)	60	75	100	120	150	200
TIEMPO (minutos)	5	4	3	2,5	2	1,5

5 a) Tardarán 12 días.

b) Deberán trabajar en turnos de 8 horas.

6 a) El 30% eran furgonetas.

b) Se vendieron 2 700 furgonetas y 6 300 turismos.

7 Esperan vender 9 900 vehículos.

Ficha de trabajo A (Ampliación)

1

ENVASES (litros)	2	4	5	10	15
PESO (kilos)	3	6	7,5	15	22,5

2 a)

PINTURA (litros)	1	2	3	4	5	8
SUPERFICIE (m^2)	10,5	21	31,5	42	52,5	84

b) 6 litros

3 a) 8,4 m^2

b) 50 litros de pintura

4 7,5 horas

5 3 horas

6 16 m^2

7 37,5%

8 7 552 €

Álgebra

Nombre y apellidos: ....

Curso: .... **Fecha:** ....

MONOMIOS

Un **monomio** es el producto ....

....

EJEMPLOS: $4xy^2$,

Dos **monomios** son **semejantes** cuando tienen

....

EJEMPLOS: $5a^2b$ y $\frac{3}{4}a^2b$,

SUMA Y RESTA DE MONOMIOS

Dos monomios solo se pueden sumar o restar si

....

EJEMPLOS:

$3a + 2a =$

$7x^2 - 4x^2 =$

PRODUCTO DE MONOMIOS

El producto de dos monomios es otro ....

....

EJEMPLOS:

$2a^2 \cdot 4a =$

$6x \cdot \frac{2}{3}x^3 =$

POLINOMIOS

Un **polinomio** es la suma ....

....

EJEMPLOS:
- $3x^2 - 5x + 7$
-

SUMA Y RESTA DE POLINOMIOS

$A = 5x^3 - 6x^2 - 4x + 7 \qquad B = x^3 + 3x - 5$

$$\begin{array}{lcr} A & \rightarrow & 5x^3 - 6x^2 - 4x + 7 \\ B & \rightarrow & x^3 + 0x^2 + 3x - 5 \\ \hline A + B \rightarrow & & \end{array} \qquad \begin{array}{lcr} A & \rightarrow & 5x^3 - 6x^2 - 4x + 7 \\ -B & \rightarrow & -x^3 - 0x^2 - 3x + 5 \\ \hline A - B \rightarrow & & \end{array}$$

PRODUCTO DE POLINOMIOS

$$\begin{array}{r} x^2 - 4x + 2 \\ \times \qquad 2x - 3 \\ \hline -3x^2 + 12x - 6 \\ \\ \hline \end{array}$$

PRODUCTOS NOTABLES

$$\begin{array}{r} a + b \\ \times \; a + b \\ \hline ab + b^2 \\ a^2 + \; ab \quad \\ \hline a^2 + 2ab + b^2 \end{array}$$

$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

$(a - b)^2 =$

$(a + b) \cdot (a - b) =$

Álgebra

Nombre y apellidos: ....

Curso: .... **Fecha:** ....

CALENDARIO DE CUMPLEAÑOS

Un alumno de 2.° A, Víctor, propone un juego a todos sus compañeros y compañeras de clase. Les presenta la tabla de la página siguiente y les dice:

"He hecho una tabla con todos los que somos en clase, ordenándola según el lugar que cada uno ocupamos en la lista de clase.

El juego consiste en averiguar qué día nació cada uno de nosotros (el mes lo dejaremos para otro juego). Para conseguirlo, hay que obtener el valor numérico de una expresión algebraica para x igual al número de lista del alumno en cuestión. Además, para los nueve primeros de la lista, la expresión algebraica no viene dada, sino que hay que obtenerla traduciendo enunciados al lenguaje algebraico.

Como ejemplos, vamos a averiguar en qué días nacieron Ana y Adrián:

- Ana (n.º 4) → El doble de: el triple de su número de la lista más la mitad de este.

$$2 \cdot \left(3x + \frac{x}{2}\right) \rightarrow 2 \cdot 14 = 28$$

Luego Ana nació un día 28.

- Adrián (n.º 10) → $\frac{1}{5}x + x \rightarrow \frac{1}{5} \cdot 10 + 10 = 12$

Por tanto, Adrián nació un día 12.

Por si os sirve de algo, os puedo dar algunos datos:

- Cinco de nosotros nacimos un día 12 de un cierto mes, como Adrián, así es que solo le he incluido a él como representante de los cinco.
- Para el resto, todos los días son distintos.
- Hay, por tanto, 21 resultados distintos; los marcamos en esta tabla:

1	2	3	4	5
6	7	8	9	10
11	12	13	14	15
16	17	18	19	20
21	22	23	24	25
26	27	28	29	30

A medida que vayáis hallando los resultados, podéis ir tachando los números correspondientes.

Nombre y apellidos: ....

ALUMNO/ ALUMNA	N.° DE LISTA	ENUNCIADO/ EXPRESIÓN ALGEBRAICA	DÍA DE NACIMIENTO
Irene	1	El cuadrado del consecutivo de su número de lista.	
Víctor	2	La tercera parte de sumar 14 al doble de su número de lista.	
Jaime	3	Su número menos la mitad del anterior, más once.	
Ana	4	El doble de: el triple de su número de lista más la mitad de este.	
María	5	El cuadrado de su número de lista menos el doble de su número.	
Rosa	6	El triple de la mitad de su número.	
Pedro	7	La tercera parte del resultado de sumarle 8 a su número de lista.	
Marina	8	A la suma de su número de lista más su consecutivo le restas el doble del anterior.	
Sonia	9	El triple de su número de lista más la tercera parte del número.	
Adrián	10	$\frac{1}{5}x + x$	$\frac{1}{5} \cdot 10 + 10 = 12$
Sara	12	$\frac{x}{2} + 2x - \frac{x}{3}$	
Verónica	13	$\frac{2x - 5}{3}$	
Roberto	14	$(x : 7) - 1$	
Sergio	15	$2 \cdot (x - 4)$	
Eduardo	16	$x^3 : x^2$	
Beatriz	17	$2x + 3x - 4x$	
Vicente	18	$1 + x - \frac{x}{2}$	
Héctor	19	$x - 2 - x + 4$	
Raquel	20	$(x : 2) + 1$	
Manuel	24	$(x : 2) - (x : 6)$	
Samuel	25	$2 \cdot (x : 5) + 9$	

Álgebra

Nombre y apellidos: ....

Curso: .... **Fecha:** ....

JUEGO: RESUELVE Y MUEVE FICHA

Normas del juego:

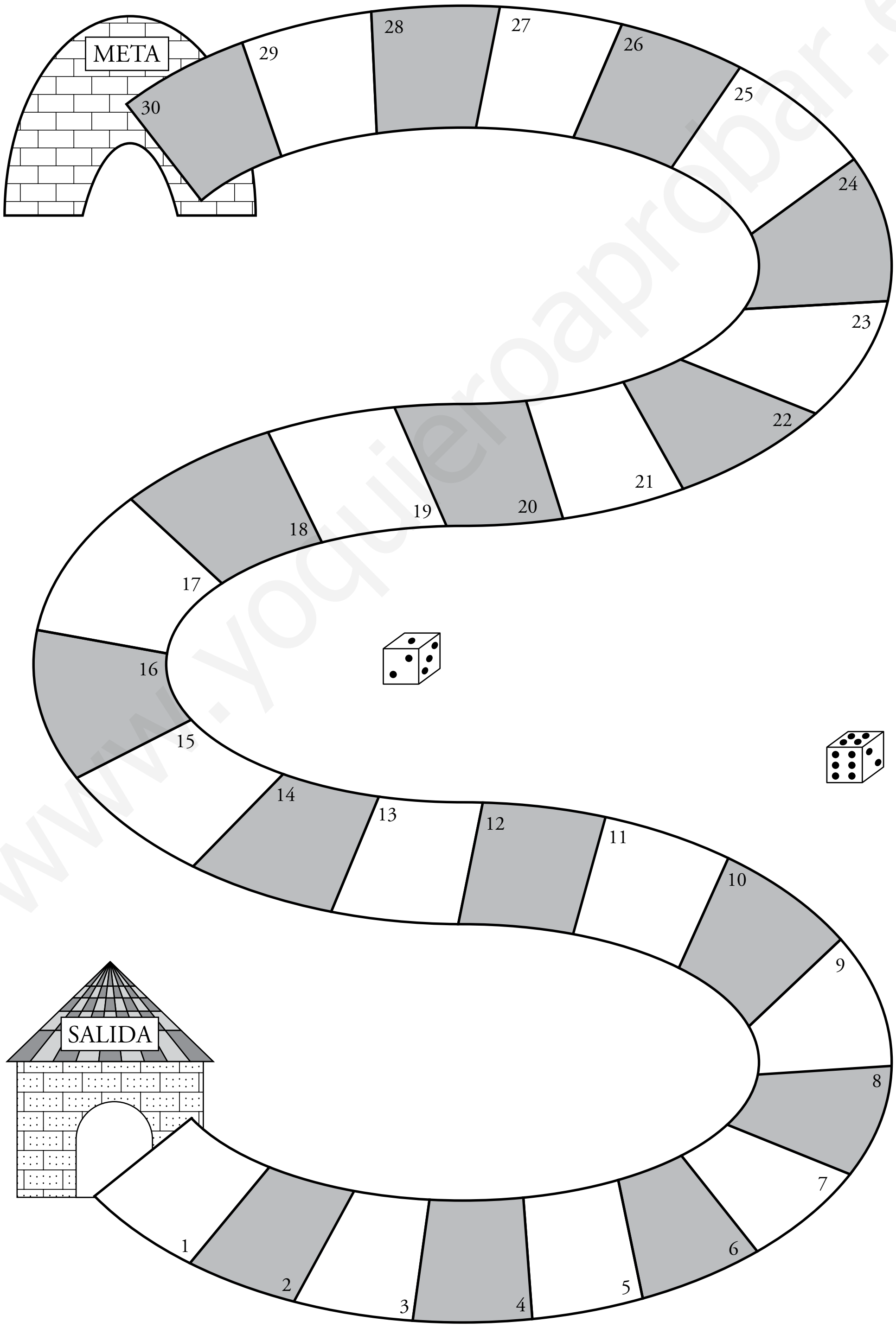
- Se necesita un tablero como el de la página siguiente y un dado.
- Pueden jugar dos o tres jugadores.
- Se realiza una tirada previa de un dado para establecer el orden de salida de los jugadores.
- El número que sale al tirar el dado es el que se asigna a la x para calcular el valor numérico del monomio, del polinomio o del producto notable.
- Si el resultado es positivo, se avanza tantas casillas como indique el resultado; y, si es negativo, se retrocede. Si se retrocede tanto que no quedan casillas para hacerlo, se vuelve a empezar desde la salida.
- En la primera ronda de tirar el dado, el número que sale corresponde al bloque I; en la 2.ª ronda, al bloque II, y en la 3.ª, al bloque III. Luego se repite: 4.ª ronda, al bloque I; 5.ª ronda, al bloque II; etc.
- Gana el jugador que llegue antes a la meta.
- Puede haber un árbitro por turno, que no juegue y que controle que la respuesta es correcta.
- El tiempo máximo para resolver el cálculo correspondiente es 30 segundos para el bloque I, y 45 segundos para los bloques II y III.
- Si en el tiempo establecido no se resuelve lo planteado, se pasa la vez al siguiente jugador.

	N.° DE PUNTOS AL LANZAR EL DADO	EXPRESIÓN ALGEBRAICA	RESOLUCIÓN
BLOQUE I	1	$(x + 1) : 2$	$(1 + 1) : 2 = 1 \rightarrow$ avanza 1 casilla
	2	$2 \cdot (x - 1)$	
	3	$2x - 2$	
	4	$(3x : 2) - 1$	
	5	$x^2 - (3x + 2)$	
	6	$6x - (1/3)x \cdot 2x$	

	N.° DE PUNTOS AL LANZAR EL DADO	EXPRESIÓN ALGEBRAICA	RESOLUCIÓN
BLOQUE II	1	$x^3 - 4x$	$1^3 - 4 = -3 \rightarrow$ retrocede 3 casillas
	2	$(8x : 4x) - x^2$	
	3	$(x^3 + 2) - 10x$	
	4	$x^2 : (x \cdot x)$	
	5	$(x - 1)^2 : 4$	
	6	$(x^2 + 3x) - (x^2 + 2x)$	

Nombre y apellidos: ....

	N.° DE PUNTOS AL LANZAR EL DADO	EXPRESIÓN ALGEBRAICA	RESOLUCIÓN
BLOQUE III	1	$(2x^3 + 3x^2 + 1) + (2x^2 - x)$	
	2	$(4x^3 - 4x) - (2x^3 + 2x)$	
	3	$2x \cdot (-x^2 + 5x - 5)$	
	4	$2x \cdot (x - 3)$	
	5	$(x - 2)^2$	
	6	$(x + 5) \cdot (x - 5)$	



Soluciones

Ficha de trabajo A (Refuerzo)

N.° DE LISTA	DÍA DE NACIMIENTO
1	$(x + 1)^2 \rightarrow 2^2 = 4$
2	$\frac{1}{3} \cdot (2x + 14) \rightarrow 18 : 3 = 6$
3	$x - \frac{x - 1}{2} + 11 \rightarrow 3 - 1 + 11 = 13$
4	$2 \cdot \left(3x + \frac{x}{2}\right) \rightarrow 2 \cdot 14 = 28$
5	$x^2 - 2x \rightarrow 25 - 10 = 15$
6	$3 \cdot \frac{x}{2} \rightarrow 3 \cdot 3 = 9$
7	$\frac{x + 8}{3} \rightarrow \frac{15}{3} = 5$
8	$x + (x + 1) - 2(x - 1) \rightarrow$ $\rightarrow 8 + 9 - 14 = 3$
9	$3x + \frac{x}{3} \rightarrow 27 + 3 = 30$
10	$\frac{1}{5} \cdot 10 + 10 = 12$
12	$\frac{12}{2} + 2 \cdot 12 - \frac{12}{3} = 26$
13	$\frac{26 - 5}{3} = 7$
14	$2 - 1 = 1$
15	$2 \cdot 11 = 22$
16	$x^3 : x^2 = x \rightarrow 16$
17	$2x + 3x - 4x = x \rightarrow 17$
18	$1 + 18 - 9 = 10$
19	$19 - 2 - 19 + 4 = 2$
20	$10 + 1 = 11$
24	$12 - 4 = 8$
25	$10 + 9 = 19$

Ficha de trabajo B (Ampliación)

	N.° DE PUNTOS AL LANZAR EL DADO	RESOLUCIÓN
BLOQUE I	1	$(1 + 1) : 2 = 1 \rightarrow$ avanza 1 casilla
	2	$2 \cdot (2 - 1) = 2$
	3	$2 \cdot 3 - 2 = 4$
	4	$(3 \cdot 4 : 2) - 1 = 5$
	5	$5^2 - (3 \cdot 5 + 2) = 8$
	6	$6 \cdot 6 - (1/3) \cdot 6 \cdot 2 \cdot 6 = 12$

	N.° DE PUNTOS AL LANZAR EL DADO	RESOLUCIÓN
BLOQUE II	1	$1^3 - 4 = -3 \rightarrow$ retrocede 3 casillas
	2	$(16 : 8) - 4 = -2$
	3	$(27 + 2) - 30 = -1$
	4	$4^2 : (4 \cdot 4) = 1$
	5	$4^2 : 4 = 4$
	6	$(36 + 18) - (36 + 12) = 6$

	N.° DE PUNTOS AL LANZAR EL DADO	RESOLUCIÓN
BLOQUE III	1	$2 + 3 + 1 + 2 - 1 = 7$
	2	$(32 - 8) - (16 + 4) = 4$
	3	$6 \cdot (-9 + 15 - 5) = 6$
	4	$8 \cdot (4 - 3) = 8$
	5	$3^2 = 9$
	6	$11 \cdot 1 = 11$

Ecuaciones

Nombre y apellidos: ....

Curso: .... **Fecha:** ....

ECUACIONES

NOMENCLATURA

PRIMER MIEMBRO

$$2x - 4 + x = 11$$

Resolver una ecuación es calcular ....
....

$$2x - 4 + x = 11$$

SOLUCIÓN $\longrightarrow x = 5$ porque

$$2 \cdot 5 - 4 + 5 =$$

TRANSPOSICIÓN DE TÉRMINOS

$x + a = b$ $x =$	$x - a = b$ $x =$
$a \cdot x = b$ $x =$	$\dfrac{x}{a} = b$ $x =$

RESOLUCIÓN DE UNA ECUACIÓN DE PRIMER GRADO

$$5x + 3 - 2x = 7 - 3x + 1$$

REDUCIR

$$3x + 3 = 8 - 3x$$

TRANSPONER

REDUCIR

TRANSPONER

$$x = \text{——}$$

ELIMINACIÓN DE DENOMINADORES EN UNA ECUACIÓN

Para eliminar denominadores en una ecuación, se multiplica ....
....

EJEMPLO: $x - \dfrac{4}{5} = \dfrac{2x}{3} - 1$

mín.c.m. $(5, 3) = 15$

$$\left(x - \frac{4}{5}\right) \cdot 15 =$$

$$=$$

RESOLUCIÓN DE UNA ECUACIÓN DE PRIMER GRADO CON DENOMINADORES

$$\frac{x-1}{2} - \frac{x+1}{3} = 1$$

MULTIPLICAR POR EL mín.c.m.

$$6 \cdot \left(\frac{x-1}{2} - \frac{x+1}{3}\right) = 6 \cdot 1$$

OPERAR

$$3(x - 1) - 2(x + 1) = 6$$

QUITAR PARÉNTESIS

REDUCIR

TRANSPONER

REDUCIR

$$x =$$

RESOLUCIÓN DE ECUACIONES DE SEGUNDO GRADO

$x^2 = k$ $x = \pm\sqrt{k}$	$ax^2 + c = 0$ $x =$	$ax^2 + bx = 0$ $x(ax + b) = 0 \begin{cases} x = \\ x = \end{cases}$	$ax^2 + bx + c = 0$ $x =$

Ecuaciones

Nombre y apellidos: ....

Curso: .... **Fecha:** ....

LAS VACACIONES DE LUIS

El verano pasado, los padres de Luis alquilaron un apartamento en la playa y se fueron de vacaciones con sus tres hijos. Este año, Luis es tu compañero de pupitre y aprovechas para preguntarle cómo fueron sus vacaciones.

1 "¿Sabes?", le dices, "Yo soy el hijo pequeño. ¿Qué edades tienen en tu familia?". Luis, en vez de contestarte, te da unas pistas que te llevarán a la respuesta.

	DATOS	ECUACIÓN	AÑOS
LUIS			14
MARTA	El triple de su edad menos 10 es igual al doble de su edad.		
ÁNGEL	El doble de su edad más la edad de Luis es igual a 30.		
PADRE	Hace 12 años, su edad era igual al doble de la que actualmente tiene Luis.	Edad del padre: x; 12 años antes: $x - 12$ $x - 12 = 2 \cdot 14 \rightarrow x =$	
MADRE	Cuando pasen 16 años, su edad será el doble de la que tendrá Luis entonces, menos 10 años.		

2 "Oye, ¿y cuánto os costó el apartamento?". Luis te contesta que por día se gastaron 190 €. Él y sus padres pagaron la tarifa de adultos, y sus dos hermanos, 30 € menos. "Ya, pero ¿cuánto os costaba cada día a cada uno?", le preguntas. "Calcúlalo tú, que ya te he dado todos los datos".

Tarifa de adulto: x

Tarifa menores de 12 años: $x - 30$

Ecuación:

3 "¿Estabais muy lejos de la playa?", preguntas. "Verás, si al triple de esa distancia le quitas cuatrocientos metros, obtienes el mismo resultado que si al doble le quitas trescientos cincuenta". Ahora averígualo tú.

Nombre y apellidos: ....

4 Luego te cuenta que un día fueron a un parque acuático. “¿Y era muy caro?”, le dices. “Pues, no sé. Pagamos 120 € por tres entradas de adulto y dos infantiles. Las de adulto costaban el doble que las infantiles”. ¿Cuánto costaba cada entrada?

5 Luis te cuenta que ese día sus padres les dieron 18 € para los tres y que Marta recibió el doble que Ángel y Luis el triple que su hermano. “¿Y cuánto os tocó a cada uno?”. No molestes más a Luis y calcúlalo tú.

Ángel: x euros.

6 “Qué gracioso”, te dice Luis. “Un día, mi hermano preguntó a mi madre cuántos días quedaban de vacaciones y ella le contestó: ‘si al triple de días que quedan le restas 4, es igual que si al doble le sumas 2’. Pobrecillo, tuve que ayudarle con las cuentas”. ¿Qué le contó Luis a su hermano Ángel?

7 “¿Y qué tal la vuelta?”, preguntas. “Bien. Fue triste, pero se nos pasó enseguida, porque al parar para descansar le preguntamos a mi padre que cuánto quedaba, y él nos dijo:

‘Si a la tercera parte de la distancia a casa le sumamos 20 kilómetros, obtenemos el mismo resultado que si a esa misma distancia le restamos 80 kilómetros’.

Nos pasamos el resto del viaje haciendo cuentas”. Pero ahora te toca hacerlo a ti. ¿Cuántos kilómetros quedaban?

Ecuaciones

Nombre y apellidos: ....

Curso: .... **Fecha:** ....

FRUTAS Y VERDURAS

Tus tíos están pensando en comprar una finca agrícola. Para ver si les puede salir rentable hacerse cargo de ella, te piden que les acompañes un fin de semana para verla y hacer algunos cálculos.

1 Una de las parcelas de la finca es poco productiva y nadie se ha ocupado de ella en años. Tanto que ni siquiera saben sus dimensiones. Según unos documentos antiguos es rectangular, su perímetro es de 1 600 m y su largo mide 7 veces su ancho. Di a tus tíos las dimensiones de la parcela.

2 En otra de las parcelas os dicen que llevan cosechando manzanas tres años. El segundo año la cosecha aumentó 500 kilos respecto de la primera. El tercer año volvió a aumentar, y se recogió un quinto más que el segundo año, lo que supuso un total de 4 200 kg. A tus tíos esos datos no les dicen nada. Les gustaría saber cuántos kilogramos se recolectaron el primer año.

3 Hay otras dos parcelas rectangulares que saben lo que miden… o casi. El propietario os dice que las dos tienen la misma superficie y que en una el largo mide el doble que el ancho, mientras que, en la segunda, el largo es 40 m menos que el de la primera, y el ancho, 30 m más que el ancho de la primera. Tus tíos te piden que calcules las dimensiones de las dos parcelas.

4 El dueño os cuenta que vendió su última cosecha de escarolas y lechugas al mismo mayorista. “¿Y cuántas cajas de lechugas vendió?”, quiere saber tu tía. “Pues verá, exactamente no lo sé, pero en total eran 320, y por ambos productos obtuve los mismos ingresos, a pesar de que la caja de escarolas costaba el triple que la de lechugas”. Ayuda a tus tíos y diles el número de cajas de cada clase.

Nombre y apellidos: ....

5 La parcela dedicada a guisantes es cuadrada, y el agrimensor ha dicho que, si su lado aumentara en 3 metros, la superficie crecería un 69 %. ¿Cuánto mide el lado de la parcela?

6 En otra parcela rectangular, que mide 3 000 m^2, están poniendo una valla de madera alrededor. A una pregunta de tu tío, el hombre os dice que van a poner 220 m de valla. "Oye, ¿y cuánto miden los lados de la parcela?", te pregunta tu tía.

7 "¿Cuánto cuesta un metro de valla?", pregunta tu tío pensando en vallar otras parcelas. "Eso lo sabe el capataz. Cuando yo le pregunté por el precio, él me contestó: si pones el precio en euros, la suma de su cuadrado más su triple es igual a su quíntuplo". Dile a tus tíos cuánto cuesta el metro de valla.

8 En un momento determinado hablan de la producción de peras: "Tengo unos 5 000 kilos casi a punto de recogida, pero están un poco verdes y conviene esperar a la semana que viene, pues se espera una subida del precio en un 10 %, lo que me supondría un aumento de los ingresos de unos 400 €. ¿Cuál es el precio actual de las peras?

9 Por último, os dicen que hay dos clases de tomates, los de primera categoría, que se venden a 2 €/kg, y los de segunda, a 1,20 €/kg. La semana pasada una empresa conservera se llevó una partida de 4 000 kilos, de las dos clases. Como eran para embotar, los mezclaron y la mezcla salió a 1,68 €/kg. ¿Puedes decir cuántos kilos de cada clase se llevó la conservera?

Soluciones

Ficha de trabajo A (Refuerzo)

1

	DATOS	ECUACIÓN	AÑOS
LUIS			14
MARTA	El triple de su edad menos 10 es igual al doble de su edad.	$3x - 10 = 2x$	10
ÁNGEL	El doble de su edad más la edad de Luis es igual a 30.	$2x + 14 = 30$	8
PADRE	Hace 12 años su edad era igual al doble de la que actualmente tiene Luis.	Edad del padre: x 12 años antes: $x - 12$ $x - 12 = 2 \cdot 14 \rightarrow$ $\rightarrow x = 40$	40
MADRE	Cuando pasen 16 años, su edad será el doble de la que tendrá Luis entonces, menos 10 años.	$x + 16 = 2 \cdot 30 - 10$	34

2 $3x + 2(x - 30) = 190$

Tarifa de adulto: 50 €

Tarifa para menores: 20 €

3 50 metros.

4 Entrada infantil: 15 €

Entrada de adulto: 30 €

5 Ángel → 3 €

Marta → 6 €

Luis → 9 €

6 Les quedaban 6 días de vacaciones.

7 150 km

Ficha de trabajo B (Ampliación)

1 Ancho: 100 m

Largo: 700 m

2 3 000 kg

3 La primera, 60 m × 120 m.

La segunda, 90 m × 80 m.

4 Fueron 8 cajas de escarolas y 240 de lechugas.

5 El lado mide 10 m.

6 Dimensiones: 50 m × 60 m

7 Cuesta 2 € el metro.

8 Las peras están actualmente a 0,80 €/kilo.

9 Se mezclaron 2 400 kg de primera categoría y 1 600 kg de segunda categoría.

Sistemas de ecuaciones

Nombre y apellidos: ....

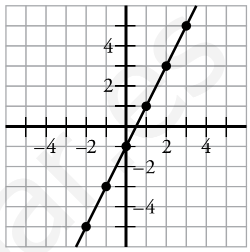
Curso: .... **Fecha:** ....

SISTEMAS DE ECUACIONES LINEALES

ECUACIONES LINEALES

- Una **ecuación lineal** es una ecuación de primer grado con ....
- Una **solución de una ecuación lineal** es ....
- Cada punto de una recta representa ....

x	*y*
0	
1	
2	
3	
–1	
–2	



SISTEMAS DE ECUACIONES LINEALES

- Dos ecuaciones lineales forman un ....

$$\left.\begin{array}{l} y = 3x - 3 \\ x + y = 5 \end{array}\right\}$$

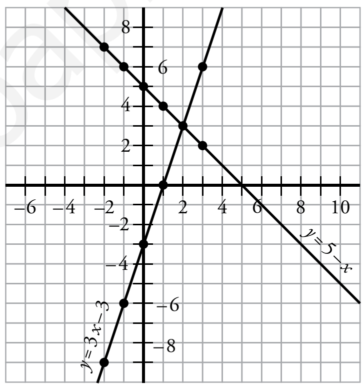
- La **solución del sistema** es la solución común a ....

$y = 3x - 3 \rightarrow$

x	–2	–1	0	1	2	3
y	–9					

$y = 5 - x \rightarrow$

x	–2	–1	0	1	2	3
y	7					



SOLUCIÓN $\rightarrow \left\{\begin{array}{l} x = \\ y = \end{array}\right.$

MÉTODOS DE RESOLUCIÓN DE SISTEMAS LINEALES

SUSTITUCIÓN

Despejar una incógnita de una ecuación y sustituir su valor en la otra. ..

$$\left.\begin{array}{l} 2x - y = 8 \\ 4x + 5y = 2 \end{array}\right\} \begin{array}{l} y = 2x - 8 \\ 4x + 5 \cdot (2x - 8) = 2 \end{array}$$

IGUALACIÓN

Despejar la misma incógnita de ambas ecuaciones e igualar los resultados. ....

$$\left.\begin{array}{l} y = 2x - 8 \\ y = \dfrac{2 - 4x}{5} \end{array}\right\} 2x - 8 = \frac{2 - 4x}{5}$$

REDUCCIÓN

Multiplicar las ecuaciones por los números adecuados para que al sumarlas desaparezca una incógnita.

$$\left.\begin{array}{l} 2x - y = 8 \\ 4x + 5y = 2 \end{array}\right\} \begin{array}{l} \xrightarrow{\times 5} 10x - 5y = 40 \\ \longrightarrow 4x + 5y = 2 \\ \hline 14x = 42 \end{array}$$

Sistemas de ecuaciones

Nombre y apellidos: ....

Curso: .... **Fecha:** ....

LA FIESTA DE CUMPLEAÑOS

Tu compañera de clase, Isabel, te ha invitado a su fiesta de cumpleaños. La fiesta va a ser en un parque de atracciones.

1 Nada más llegar a casa, se lo dices a tu madre. “¿Cuándo es su cumpleaños?”, pregunta. Sintiéndote bromista, le contestas: “Los años que cumple son el doble del día en que nació menos 3”. “¿Cómo quieres que lo sepa con esa información?”.

a) “Puedes expresar el enunciado anterior mediante una ecuación lineal, llamando y a la edad de Isabel y x al día en que nació”.

b) “Vale, ya. ¿Y ahora?”, pregunta. “Te he preparado una tabla con algunas soluciones de la ecuación, y sabes que tiene mi edad, 13 años. Complétala”.

x	3	5	6	8	9	10	12
y		7					

c) “Bueno, mamá, ¿cuál crees ahora que es el día del cumpleaños de Isabel?”.

2 “¿Cuántos chicos y chicas vais a la fiesta?”, te dice tu madre. “Entre todos somos 12 y hay dos chicos más que chicas”, prosigues con la broma. “¿Más cuentas?”. “Venga, mamá, que te ayudo”.

a) “Llama y al número de chicas y x al de chicos. Escribe el sistema de ecuaciones”.

b) “Prueba a despejar la variable y en las dos ecuaciones”.

c) “Completa estas tablas con las soluciones de cada ecuación. ¿Cuál crees que es la respuesta a tu pregunta?”.

x	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
y	11		9							

x	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
y		0								8

Nombre y apellidos: ....

3 Los doce amigos quedáis en la puerta del parque a las once y media. A las once y cuarto llamas desde una cabina a tu madre para decirle que ya has llegado y te pregunta: "¿Estáis ya todos?". Cuentas a tus amigos y le dices: "No, mamá. El triple de los que hemos llegado menos los que faltan es igual a 20".

4 Mientras esperáis a que lleguen todos, tú y Pablo comparáis el dinero que lleváis cada uno. A ti te faltan 4 € para tener el triple que Pablo, y te sobran 8 € para tener tanto como él. ¿Cuánto dinero lleváis cada uno?

5 "Oye, Isabel, tu mochila está muy llena. ¿Cuánto pesa?". Isabel, tan graciosa como tú, te dice: "Dos botes de refresco y tres botellas de agua pesan 1 470 g; y una botella de agua y un bote de refresco, 610 g. Yo llevo dos botes de refresco y una botella de agua. Haz tú los cálculos".

6 Entre varios amigos compráis 6 bolsas de palomitas y 2 granizados de limón, que os cuestan 10 €. Luego le decís a Isabel, que no estaba con vosotros, que un granizado costaba el triple que una bolsa de palomitas menos 1 euro. "Anda, ahora calcula tú cuánto cuesta una bolsa de palomitas y cuánto un granizado".

7 Cuando bajas de la montaña rusa, te encuentras con Ana y con Juan, que acaban de salir de la casa del terror. Te dicen que primero salió Ana y luego Juan. "¿Estuvisteis mucho rato ahí dentro?", preguntas. "Pues la suma de los dos tiempos fue 10 minutos. Y el doble del tiempo que estuvo Juan menos el triple del que estuve yo es 0", te contesta Ana. ¿Cuánto tiempo estuvo cada uno en la casa del terror?

Ficha de trabajo B

Sistemas de ecuaciones

Nombre y apellidos: ....

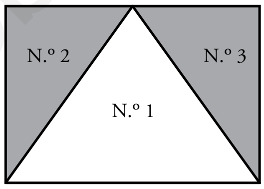
Curso: .... **Fecha:** ....

ÁLGEBRA EN LA GRANJA

A Javier le gusta ir de vacaciones a casa de sus tíos, que se dedican a la agricultura y a la cría de animales.

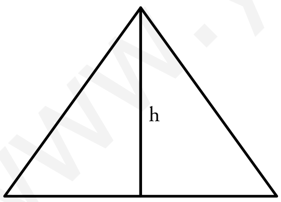
1 “Tío, ¿tú cuántos años tienes?”, pregunta Javier. “Pues el doble de tu edad más la mía es 72. Y hace cuatro años, mi edad era el cuádruple de la tuya. Averigua tú mi edad”.

2 Una de las parcelas que siembran tiene forma triangular. “Tío, ¿cuál es la superficie de la parcela n.° 1?”, preguntas. “Es un triángulo isósceles cuyo perímetro es de 800 m, y los lados iguales miden 50 m menos que el lado desigual. Calcula tú el área”. “Pero ¿cómo lo hago, tío?”.



a) “Prueba a calcular lo que mide cada lado. Llama x a los lados iguales e y al lado desigual”.

b) “Ahora, aplica el teorema de Pitágoras para calcular la altura, h, del triángulo y poder, así, hallar su área”.



3 Después de ver la finca, tu tía te lleva a ver los animales. “Tía, ¿estos animales los vendéis?”, preguntas. “Pues claro. La semana pasada vendimos pollos y conejos, 5 pollos más que conejos. Y el triple del número de pollos menos el doble del de conejos fue 25. ¿A que no sabes cuántos pollos y cuántos conejos vendimos?”.

Nombre y apellidos: ....

4 "¿Y cuánto os pagaron por los pollos y los conejos?". "Nos dieron 95 € en 12 billetes; unos eran de 10 € y otros de 5 €. Venga, dime cuántos billetes había de cada clase".

5 Luego le preguntas por cuántos pollos y cuántos conejos les quedan. "Después de la venta puedes contar 88 patas. Si vendiéramos 2 conejos, habría doble número de pollos que de conejos. Haz tú el cálculo".

6 Para alimentar a las gallinas y a los pollos utilizan una mezcla de pienso de maíz y cebada. El pienso de maíz lo compran a 0,80 €/kg y la cebada a 1,10 €/kg. ¿Cuántos kilos de cebada y de pienso de maíz necesitan para obtener 45 kilos de mezcla que resulte a un precio de 0,90 €/kilo?

7 "Tío, ¿cuántos vehículos tenéis?", le dices. "Contando todos, tenemos 7. Unos son de dos ruedas (bicicletas y motocicletas), y otros, de cuatro (coches y tractores). La suma de la mitad y la cuarta parte de los de dos ruedas es igual a la suma de un tercio y de dos tercios de los de cuatro ruedas". No preguntes más y calcula cuántos vehículos hay de cada clase.

Soluciones

Ficha de trabajo A (Refuerzo)

1 a) $y = 2x - 3$

b)

x	3	5	6	8	9	10	12
y	3	7	9	13	15	17	21

c) Nació el día 8.

2 a) $\begin{cases} y + x = 12 \\ y + 2 = x \end{cases}$

b) $\begin{cases} y = 12 - x \\ y = x - 2 \end{cases}$

c)

$\boxed{y = 12 - x}$

x	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
y	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2

$\boxed{y = x - 2}$

x	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
y	–1	0	1	2	3	4	5	6	7	8

Hay 7 chicos y 5 chicas.

3 Llegaron 8 amigos y faltaban 4.

4 Tú → 14 €

Pablo → 6 €

5 Un refresco pesa 360 g, y una botella de agua, 250 g. Lo que Isabel lleva en la mochila pesa 970 g.

6 El precio de un granizado es 2 €, y el de una bolsa de palomitas, 1 €.

7 Juan estuvo 6 minutos, y Ana, 4.

Ficha de trabajo B (Ampliación)

1 La edad de Javier es 14 años, y la de su tío, 44 años.

2 a) $x = 250$ m

$y = 300$ m

b) h = 200 m

$A = 30\,000$ m^2

3 Vendieron 15 pollos y 10 conejos.

4 Había 7 billetes de 10 € y 5 billetes de 5 €.

5 Quedan 12 conejos y 20 pollos.

6 Necesitan 15 kg de cebada y 30 kg de pienso de maíz.

7 Tienen 4 vehículos de dos ruedas y 3 de cuatro ruedas.

Teorema de Pitágoras. Semejanza

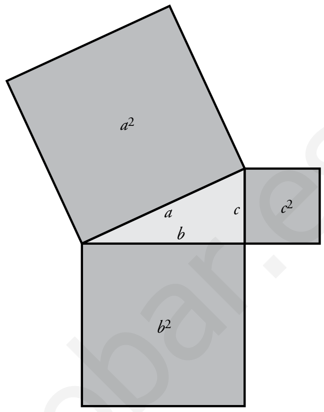
Nombre y apellidos: ....

Curso: .... **Fecha:** ....

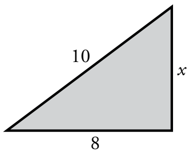
TEOREMA DE PITÁGORAS

En un triángulo rectángulo el área del cuadrado construido sobre la hipotenusa es igual a la suma de ....

$$a^2 = b^2 + c^2$$



APLICACIÓN: cálculo de distancias.



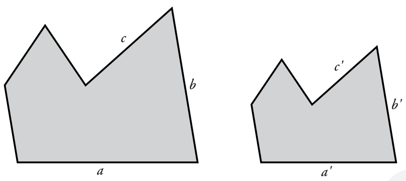
$$10^2 = x^2 + 8^2$$

$$x = \sqrt{10^2 - 8^2} = 6$$

SEMEJANZA

FIGURAS SEMEJANTES

Dos figuras son semejantes cuando solo difieren en .... En tal caso, los segmentos correspondientes son ....



$$\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} = \frac{c}{c'} = k$$

El valor fijo k recibe el nombre de ....

$a = a' \cdot k$ $\quad$ $b = b' \cdot$ $\quad$ $c = c' \cdot$

ESCALAS

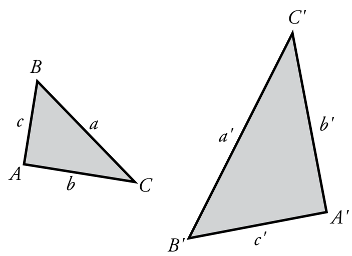
La escala de un mapa o de un plano es el cociente entre cada longitud del mapa (o plano) y la correspondiente ....

EJEMPLO: En un plano o escala 1:25 000, dos poblaciones están a 3 cm de distancia. Su distancia real es de .... km.

SEMEJANZA DE TRIÁNGULOS

Dos triángulos son semejantes si cumplen una de estas condiciones:

- Los ángulos son ....
- Los lados son ....



$\hat{A} = \hat{A}'$ $\quad$ $\hat{B} = \hat{B}'$ $\quad$ $\hat{C} = \hat{C}'$

$$\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} = \frac{c}{c'} =$$

Teorema de Pitágoras. Semejanza

Nombre y apellidos: ....

Curso: .... **Fecha:** ....

MEDICIONES EN EL AULA

Al profesor de Matemáticas le encargan que haga un estudio de las dependencias del instituto por si se puede optimizar el uso del espacio disponible. Empieza su labor por vuestra aula, en la que da clase.

1 Primero se quiere dibujar un plano a escala de la clase, pero no tiene muy claro cuál será la escala. Así que os va pidiendo diversos dibujos para ver cuál se adecua mejor a sus intereses. “Este rectángulo representa una de vuestras mesas”, os dice. “Dibujad un rectángulo semejante que represente mi mesa, sabiendo que la razón de semejanza es 2”.

2 Los dibujos anteriores están hechos a escala 1:20. ¿Cuáles son las dimensiones reales de una mesa de alumno? ¿Cuáles son las dimensiones de la mesa del profesor? “Y recordad poner las dimensiones que obtengáis en el dibujo”, os dice el profesor.

3 “Como todavía no he decidido la escala a la que dibujaremos el plano, construid una figura semejante a la que representa vuestra mesa, cuya razón de semejanza sea 1/2. Tomad como punto de proyección el vértice A”.

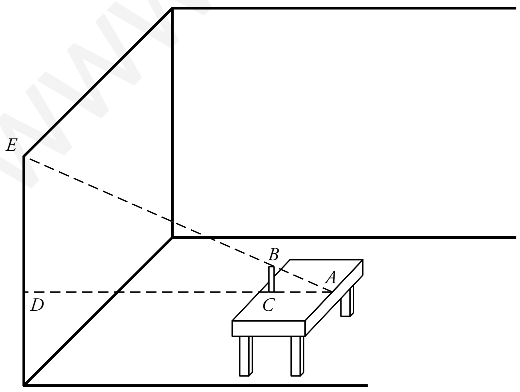
Nombre y apellidos: ....

4 “A ver, chicos, vamos a representar la superficie del aula a escala 1:100, mediante un rectángulo de lados 9 cm y 6 cm, respectivamente.

¿Cuáles son las dimensiones reales de la clase?

5 “Vamos a dibujar las ventanas. Tened en cuenta que miden 100 cm × 125 cm. Si utilizamos una escala 1:25, ¿cuáles serán sus dimensiones en el plano? Dibujad una de ellas como muestra, por favor”.

6 “También vamos a calcular la altura de la clase. ¿A alguien se le ocurre cómo podemos hacerlo?”, pregunta. Ana levanta la mano y contesta: “Podríamos utilizar la semejanza de triángulos”. “Muy bien, Ana. Utilizad el siguiente dibujo para calcular la altura que os pido. La altura de la mesa es de 70 cm. Además, $\overline{BC} = 20$ cm, $\overline{AC} = 50$ cm y $\overline{AD} = 4$ m”.



7 Por último, vamos a calcular la distancia en el suelo de esquina a esquina opuesta.

– “Podemos medir con la cinta métrica”, dice Rosa.

– “También lo podemos calcular utilizando el teorema de Pitágoras”, dice Luis.

Bien, lo hacemos de las dos formas y comprobaremos que se obtiene el mismo resultado. Calcula tú esa distancia con los datos disponibles.

Teorema de Pitágoras. Semejanza

Nombre y apellidos: ....

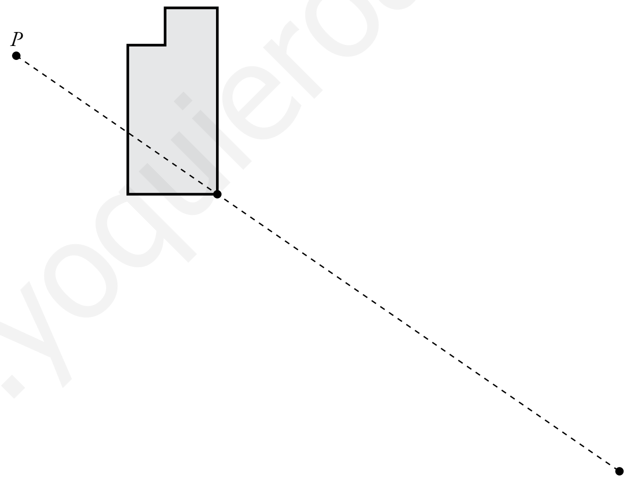
Curso: .... **Fecha:** ....

COMPRA DE CASA

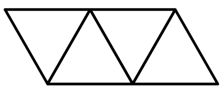
Tu prima Luisa y su novio, Arturo, quieren comprar una casa y van a la inmobiliaria. Te vas con ellos.

1 Al llegar allí, les enseñan una fotocopia del plano de la casa, pero ampliada un 150% para poder verlo mejor. Tus primos quieren que las medidas sean exactas y te preguntan si se pueden fiar de la fotocopia, si las dos figuras serán semejantes. ¿Qué les contestas? De serlo, ¿cuál sería la razón de semejanza?

2 A Arturo le gustaría ver ampliada la parte que corresponde a la cocina. Te pide que la amplíes al triple de su tamaño, utilizando como punto de proyección uno exterior a la figura. ¿Cómo te quedó?



3 Está previsto que una cenefa de triángulos equiláteros decore las paredes de la cocina. En el dibujo que les mostraron, el lado del triángulo medía 6 cm, y les dijeron que la razón de semejanza del dibujo era de 1/2. Arturo te pregunta qué altura tendría la cenefa de triángulos en la realidad.

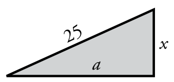


Nombre y apellidos: ....

4 Os enseñan otro plano en el que uno de los dormitorios mide 3,6 cm × 2,4 cm. Os dicen que en la realidad medirá 4,5 m × 3 m. Para posteriores mediciones, Luisa te pregunta por la escala de este plano.

5 Luego os muestra otro plano con la plaza de garaje. En él, la plaza mide 3 cm × 8 cm (ancho × largo), y os dice que la longitud real es de 6 m, pero que no recuerda la anchura. El comercial os dice que la plaza cuesta 12 150 €. ¿A cuánto sale el metro cuadrado?

6 La rampa que baja desde la calle al garaje tiene una longitud de 25 m, y visto en planta, en el plano anterior, mide a = 32 cm. ¿A qué profundidad se encuentra el suelo del garaje?



7 En otro plano, con una escala 1:75, el piso tiene una superficie de 240 cm^2. El precio final del piso es de 243 000 €. Luisa quiere saber cuánto cuesta el metro cuadrado, para compararlo con otras zonas. Díselo.

8 Ya en la calle, observando la construcción, Luisa y Arturo quieren saber la altura que tendrá finalmente. Tu prima midió con sus pasos (2 pasos) la sombra que proyectaba en la calle una señal de tráfico de 2 m de altura y la sombra del edificio (18 pasos). Te dijo que cada uno de sus pasos mide 75 cm. ¿Cuál es la altura aproximada del edificio?

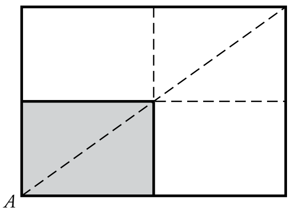
Soluciones

Ficha de trabajo A (Refuerzo)

1

2 La mesa del alumno mide 70 cm de largo y 50 cm de ancho. La longitud real de la mesa del profesor es 1,4 m, y su anchura, 1 m.

3



4 Las dimensiones reales son 9 m de largo y 6 m de ancho.

5 Las ventanas en el plano serían de 4 cm × 5 cm.

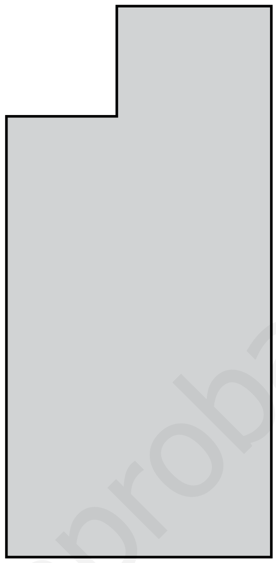
6 2,3 m

7 La diagonal mide 10,82 m.

Ficha de trabajo B (Ampliación)

1 Sí, son semejantes y la razón de semejanza entre la fotocopia y el plano original es 1,5.

2



3 10,4 cm

4 Escala 1:125

5 900 €/m^2

6 7 m

7 1 800 €/m^2

8 18 metros

Cuerpos geométricos

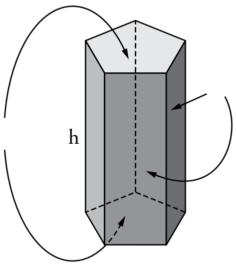
Nombre y apellidos: ....

Curso: .... **Fecha:** ....

GEOMETRÍA DEL ESPACIO. POLIEDROS

POLIEDROS

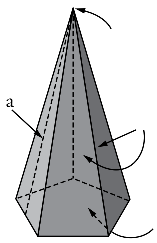
PRISMA



$A_{LAT} =$

$A_{TOTAL} =$

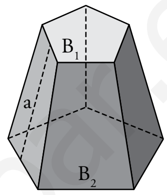
PIRÁMIDE



$A_{LAT} =$

$A_{TOTAL} =$

TRONCO DE PIRÁMIDE

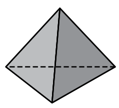


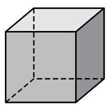
$A_{LAT} =$

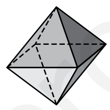
$A_{TOTAL} =$

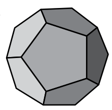
POLIEDROS REGULARES

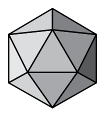
POLIEDRO







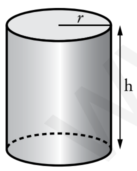




NOMBRE

CUERPOS DE REVOLUCIÓN

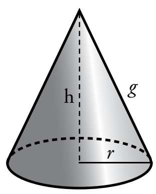
CILINDRO



$A_{LAT} =$

$A_{TOTAL} =$

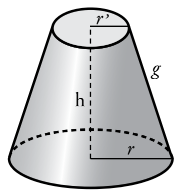
CONO



$A_{LAT} =$

$A_{TOTAL} =$

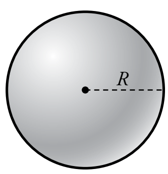
TRONCO DE CONO



$A_{LAT} =$

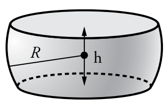
$A_{TOTAL} =$

ESFERA



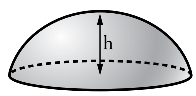
$A =$

ZONA ESFÉRICA



$A =$

CASQUETE ESFÉRICO



$A =$

Cuerpos geométricos

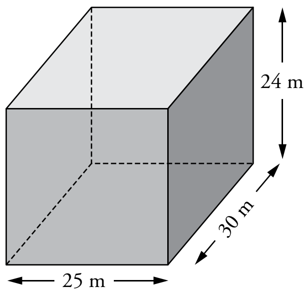
Nombre y apellidos: ....

Curso: .... **Fecha:** ....

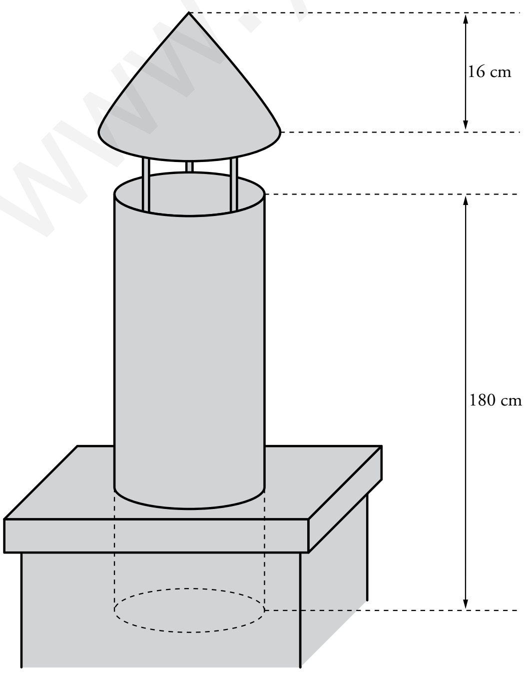
PASEO MATEMÁTICO

Carmen y su hermano, mayor que ella y estudiante de Matemáticas, vuelven a casa juntos. Mientras caminan, hablan de las matemáticas y del mundo real. Carmen se queja de que en la calle no se ven "matemáticas". Su hermano trata de sacarle de su error.

1 "Mira, fíjate, Carmen. La casa en la que vivimos es un paralelepípedo recto de 24 m de altura, y su base, un rectángulo de 25 m × 30 m, ¿no? Con esos datos puedes calcular el área lateral del edificio, es decir, la superficie lateral de las paredes". "Ya, pero ¿eso para qué sirve?", contraataca Carmen. "Imagínate que tuvieran que pintar las paredes exteriores. ¿No crees que sería importante ese dato? Venga, halla la superficie lateral".



2 "Ahora, observa: en la azotea hay una chimenea de chapa, de forma cilíndrica, con un radio de 10 cm y una altura de 1,80 m". "Y para que no entre el agua tiene una caperuza cónica, con un radio de 12 cm y una altura de 16 cm".



a) ¿Cuál es la superficie del cuerpo de la chimenea?

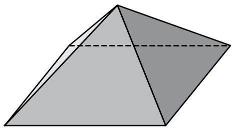
b) ¿Cuál es la superficie de la caperuza?

Nombre y apellidos: ....

3 "A ver, déjame a mí, Fernando", le dice Carmen. "La sala comunitaria del edificio es un ortoedro que tiene 2,25 m de altura. El suelo es un rectángulo de 6 m × 4 m. La puerta de entrada mide 90 cm de ancho por 2 m de alto".

"Si quisiéramos pintar las paredes y el techo, ¿cuántos metros cuadrados pintaríamos?".

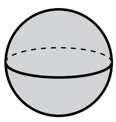
4 Carmen le dice: "Ahora que me fijo, las claraboyas de los patios interiores son pirámides. Seguro que te puedes inventar un problema con ellas" "Pues claro", le contesta, "miden 2 m de altura, y el lado de su base cuadrada mide 4 m. ¿A que no sabes cuántos metros cuadrados de material transparente se ha necesitado para cada una?".



5 "No está mal, hermanita, pero ahí va uno más difícil: la puerta principal del edificio es de 2 m de altura, y consta de 10 barrotes ortoédricos verticales, con base cuadrada de 9 cm^2. Ya lo hemos pintado otras veces y sabemos que se gastan 50 g de pintura por cada medio metro cuadrado de superficie. ¿Cuántos gramos de pintura necesitamos para pintar los barrotes? Y no olvides contar las superficies de las bases", le dice Fernando. Ayuda a Carmen con las cuentas.

6 "Venga, vamos a casa que ya es hora de comer. El último: en la entrada a la finca, el número está grabado sobre una esfera hueca de metacrilato, de 30 cm de diámetro".

"¿Podrías decirme cuánto pesa esa esfera, sabiendo que la chapa de metacrilato pesa a razón de 1,5 gramos el centímetro cuadrado?".



Cuerpos geométricos

Nombre y apellidos: ....

Curso: .... **Fecha:** ....

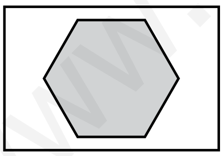
UN MIRADOR EN LA SIERRA

El último fin de semana fuiste con tus abuelos a un mirador que hay en la sierra, desde el que se contempla un paisaje impresionante. El mirador es una torre compuesta de tres estructuras: un ortoedro en la base, un prisma regular hexagonal en el centro y, en la parte superior, un tronco de cono.

1 Decides poner en aprietos a tu abuelo, aficionado a las matemáticas, y le dices: “Abuelo, aquí dice que la base del ortoedro es un rectángulo de dimensiones 24 m × 16 m y que su área total es equivalente a la de un cubo de 12 m de arista. ¿A que no sabes cuál es la altura de la estructura ortoédrica?”. ¿Qué contestó el abuelo?

2 El abuelo está leyendo el cartel donde se explica la construcción y dice: “Mira, según el cartel, la arista lateral del prisma hexagonal mide 40 m, y la arista de la base, 7 m”.

a) “A ver, listillo, ¿por qué no me dices la superficie que la torre hexagonal deja libre en la cara superior del ortoedro?”.

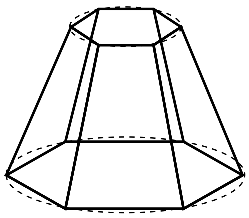


b) Interviene tu abuela: “Mirad, la superficie lateral de la torre hexagonal está recubierta con plaquetas rectangulares de 20 cm × 30 cm. ¿Cuántas plaquetas habrá en total?”.

Nombre y apellidos: ....

3 El cuerpo superior del mirador es un tronco de cono acristalado, cuya altura mide 4 m, y los radios de sus bases, 5 m y 2 m, respectivamente. “Abuelo, ¿por qué no calculas la superficie lateral de ese tronco de cono?”, le dices. “¿Y por qué no la calculas tú?”, te responde.

4 Para sostener la superficie del cuerpo superior se utilizó una estructura metálica construida con barras de hierro, coincidiendo con las aristas de un tronco de pirámide hexagonal, inscrito en el tronco de cono. ¿Cuántos metros lineales de barra de hierro se utilizaron?



5 Un guía que hay por allí se acerca a vosotros y os dice: “Vaya, veo que os gustan las matemáticas. Ahí va una buena pregunta: el ascensor en el que habéis subido ocupa el 20% de la plataforma del mirador. ¿Qué superficie queda disponible para los visitantes?”.

Soluciones

Ficha de trabajo A (Refuerzo)

1 $A_{LAT} = 2640$ m^2

2 a) 1,13 m^2

b) 753,6 cm^2

3 a) Pintaría 67,2 m^2.

4 38,63 m^2 si se considera la base; y 22,63 m^2 si no se cuenta con la base.

5 Necesitan 241,8 g de pintura.

6 Pesa 4,239 kg.

Ficha de trabajo B (Ampliación)

1 1,2 m

2 a) 257 m^2, aproximadamente.

b) 28 000 plaquetas.

3 110 m^2, aproximadamente.

4 Se utilizaron 72 metros de hierro.

5 Quedan aproximadamente 52 m^2 disponibles para los visitantes.

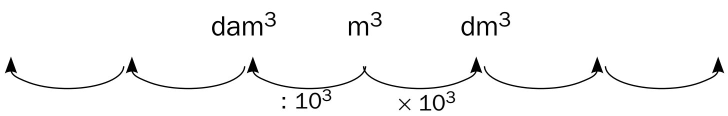
Medida del volumen

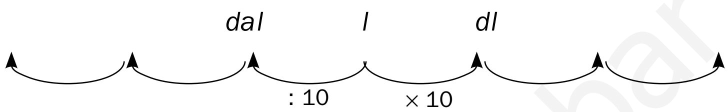
Nombre y apellidos: ....

Curso: .... **Fecha:** ....

MEDIDA DEL VOLUMEN

UNIDADES DE VOLUMEN

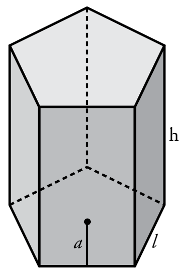




EJEMPLOS:

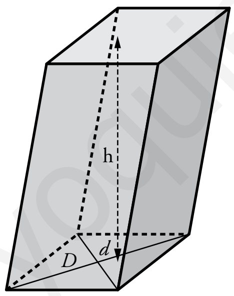
$10\ m^3 =$ .... cm^3 $\qquad$ $7\ l =$ .... dam^3 $\qquad$ $1\ hm^3 =$ .... dl

PRISMA



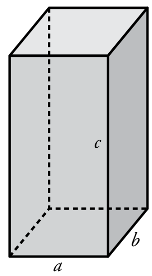
$V =$

PARALELEPÍPEDO



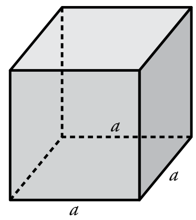
$V =$

ORTOEDRO



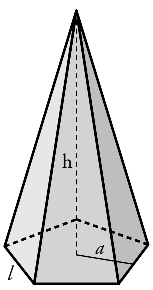
$V =$

CUBO



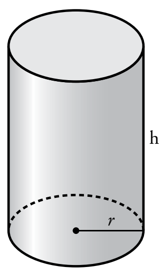
$V =$

PIRÁMIDE



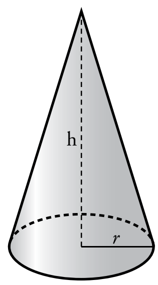
$V =$

CILINDRO



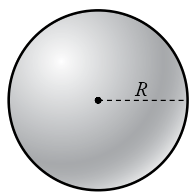
$V =$

CONO



$V =$

ESFERA



$V =$

Medida del volumen

Nombre y apellidos: ....

Curso: .... **Fecha:** ....

ENVASES PARA REFRESCOS

El colegio os lleva a una fábrica de refrescos para que veáis cuál es el proceso de elaboración de estos productos. Allí la profesora de Matemáticas os va explicando todo mientras os hace algunas preguntas para ver si estáis atentos a la visita.

1 "Mirad aquí. Estamos viendo un depósito cilíndrico de 1 metro de diámetro y de 2 m de altura. Por lo que me han dicho, está lleno de refresco de naranja. ¿Cuántos litros de refresco caben en el depósito?".

2 "Los refrescos se comercializan en varios envases. Me han dado una tabla con los distintos tipos, pero no me han dicho cuántos envases de cada tipo se pueden llenar con los litros que habéis calculado antes. Vamos a hacerlo nosotros, ¿vale?".

CAPACIDAD DE LOS ENVASES	2 *l*	1/2 *l*	40 *cl*	250 *ml*	200 *ml*
N.º DE ENVASES					

3 "Como nos han visto hacer cálculos, me acaban de pedir que les completemos la siguiente tabla: en ella debe ir el número de envases de cada tipo que se necesitan para completar un litro de refresco. ¡Manos a la obra!".

CAPACIDAD DE LOS ENVASES	200 *ml*	25 *cl*	50 *cl*	1 dm^3	100 *ml*
N.º DE ENVASES					

4 "Para comercializar el refresco de limón, el envase que más utilizan es un cilindro metálico de 33 cm^2 de base y 10 cm de altura. ¿Cuántos centilitros caben en cada bote?".

Nombre y apellidos: ....

5 Un bote de refresco tiene 3,25 cm de radio en la base y 10 cm de altura.

a) Si duplicaran el radio y la altura, ¿por cuánto quedaría multiplicado su volumen?

b) Y si rebajaran a la mitad las medidas anteriores, ¿en cuánto quedaría reducido su volumen?

6 "El zumo de naranja lo venden envasado en *packs* de tres unidades. Cada unidad tiene la forma de un ortoedro de dimensiones 5 cm × 3,2 cm × 12,5 cm. A ver si me decís cuántos mililitros caben en un *pack*".

7 Para el zumo de piña utilizan un envase ortoédrico con una capacidad de 400 *ml*. Su base es un cuadrado de 5 cm de lado. ¿Cuál es la altura del envase?

8 "Me dicen que también envasan refresco de frutas con leche en un recipiente cúbico de 6,3 cm de arista. ¿Cuántos de estos cubos necesitan para envasar un litro?".

9 Ahora están investigando la viabilidad de un envase con forma de prisma hexagonal regular, con capacidad para 1,5 *l*. Si la altura prevista es de 20 cm, ¿cuántos centímetros cuadrados debe tener la base?

Medida del volumen

Nombre y apellidos: ....

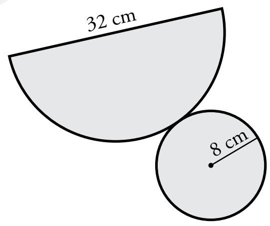
Curso: .... **Fecha:** ....

EL MUNDO DE LAS CAJAS

Una de las excursiones más divertidas que hacéis todos los años es a la fábrica de cajas. En ella construyen cajas para regalo, para perfumería y para repostería. Seguís al guía por toda la planta.

1 "Mirad, chicos, aquí vemos a uno de los operarios mientras construye un cono de cartón plastificado, a partir de un semicírculo de 32 cm de diámetro y de una circunferencia de 8 cm de radio para la base del cono".

a) "¿Alguno puede decirme qué altura tendrá el cono?".



b) "¿Y cuál será su volumen?".

c) "A ver, para los más rápidos calculando: ¿podrá contener un litro de líquido?".

2 "En esta otra zona tenemos cajas construidas con forma de cilindro cuya base tiene 803,84 cm^2, y cuya altura mide 30 cm".

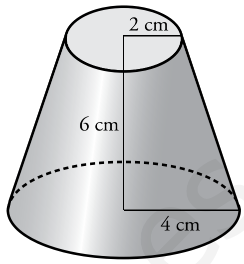
a) "Si se introduce en la caja un objeto de 20 dm^3, ¿qué volumen queda libre dentro de la caja?".

b) "El cartón de la caja tiene un grosor de 2 mm. ¿Podéis decirme cuál es su peso, sabiendo que 10 cm^3 pesan 5 g?".

Nombre y apellidos: ....

3 "En este taller también fabricamos un molde de plástico como el de la figura, en forma de tronco de cono. En las pastelerías se utilizan para rellenarlo de chocolate".

a) "¿Cuántos mililitros de chocolate fundido caben en el recipiente?".



b) "Calculad también su peso, sabiendo que 100 cm^3 de chocolate pesan 120 g".

4 "Para envasar perfumes, fabricamos unos recipientes esféricos de 10 cm de diámetro".

a) "¿Se pueden introducir 50 *cl* de perfume en cada uno de ellos?".

b) "Para su venta, nos piden que se presente el recipiente en una caja cúbica cuya área total mida 6 dm^2, sin contar solapas. ¿Cabrá el recipiente esférico en una caja así?".

5 "El departamento de diseño está estudiando, para un nuevo producto, la construcción de un envase que debe tener forma de tronco de pirámide cuadrado, con una capacidad de 140 mililitros, y cuyas bases tengan aristas de 4 cm y 2 cm, respectivamente. ¿Cuál será la altura del envase?".

Soluciones

Ficha de trabajo A (Refuerzo)

1 1570 litros

2

CAPACIDAD DE LOS ENVASES	2 *l*	1/2 *l*	40 *cl*	250 *ml*	200 *ml*
N.º DE ENVASES	785	3140	3925	6280	7850

3

CAPACIDAD DE LOS ENVASES	200 *ml*	25 *cl*	50 *cl*	1 dm^3	100 *ml*
N.º DE ENVASES	5	4	2	1	10

4 33 *cl*

5 a) El volumen quedaría multiplicado por 8.

b) Su volumen sería $\frac{1}{8}$ del inicial.

6 600 *ml*

7 El envase tiene 16 cm de altura.

8 Son necesarios 4 cubos.

9 75 cm^2

Ficha de trabajo B (Ampliación)

1 a) h = 13,86 cm

b) V = 928,44 cm^3

c) No podrá contener un litro de líquido.

2 a) 4115,2 cm^3 = 4,1152 dm^3

b) 299,56 g

3 a) 175,84 *ml*

b) 211 g

4 a) Sí, porque la capacidad del recipiente esférico es, aproximadamente, de 52,3 *cl.*

b) Sí, porque cada arista de la caja mide 10 cm.

5 La altura debe ser de 15 cm.

Funciones

Nombre y apellidos: ....

Curso: .... **Fecha:** ....

FUNCIONES

LAS FUNCIONES Y SUS ELEMENTOS

Una función relaciona dos variables, x e y, y asocia a cada valor de x **un único** valor de y.

- A x se la llama variable ....
- A y se la llama variable ....

Las funciones se representan gráficamente.

CRECIMIENTO Y DECRECIMIENTO

Una función es **creciente** en un tramo cuando al aumentar la x ....

EJEMPLO:

Una función es **decreciente** en un tramo cuando ....

EJEMPLO:

Si una función mantiene el mismo valor en todo un tramo, se dice que es ....

EJEMPLO:

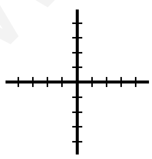
TIPOS DE FUNCIONES

- **Función de proporcionalidad** $y = mx$

  Estas funciones se representan mediante una recta que pasa por ....

  La constante de proporcionalidad, m, también se llama ....

  EJEMPLO:

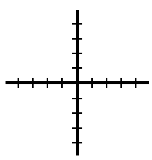
  

- **Función lineal** $y = mx + n$

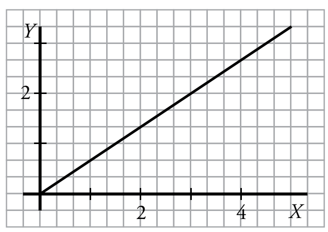
  Se representan mediante ....

  La ordenada en el origen es el punto de corte con ....

  EJEMPLO:

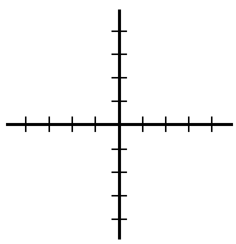
PENDIENTE DE UNA RECTA



La pendiente de esta recta es $m =$

EJEMPLO de recta con pendiente $m = -2$:

$y =$



Si m es positiva, la función es ....

Si m es negativa, la función es ....

Funciones

Nombre y apellidos: ....

Curso: .... **Fecha:** ....

TRANSPORTE DE MERCANCÍAS

En el colegio estáis preparando la excursión de fin de curso. Un empresario de la localidad, dedicado al transporte de mercancías, se ofrece a hacer una buena aportación si le ayudáis a resolver unos problemas que tiene en su empresa. Vuestra profesora habla con él y acepta el reto, porque os ve capaces de ayudarle.

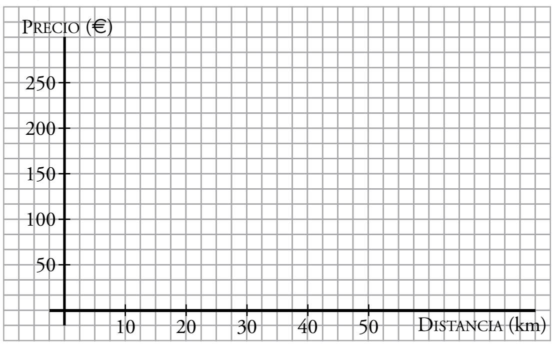
1 En primer lugar, os dice que el precio por transportar cualquier mercancía es directamente proporcional a la distancia recorrida. El empresario solo tiene unos pocos datos:

x (km)	10	20	25	30	40	45	50
y (€)		100	125			225	250

a) Le gustaría que le completarais la tabla.

b) Para estudios posteriores, le vendría muy bien que le dijerais cuál es la ecuación de la función.

c) Además, sería muy interesante ver representada la función en una gráfica. Vuestra profesora os pide que la dibujéis.

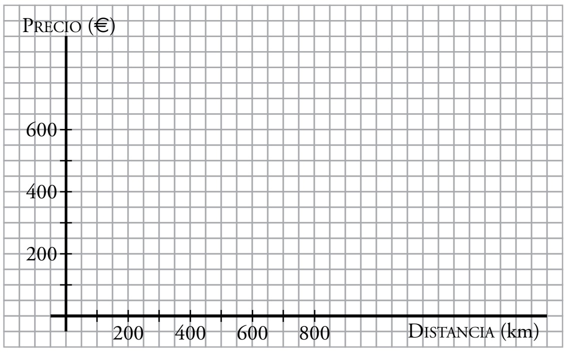


2 La empresa también ofrece un transporte con seguro de mercancías. Da igual el producto que se transporte, la función es $y = 0{,}5x + 100$. El empresario os vuelve a pedir que completéis una tabla de valores.

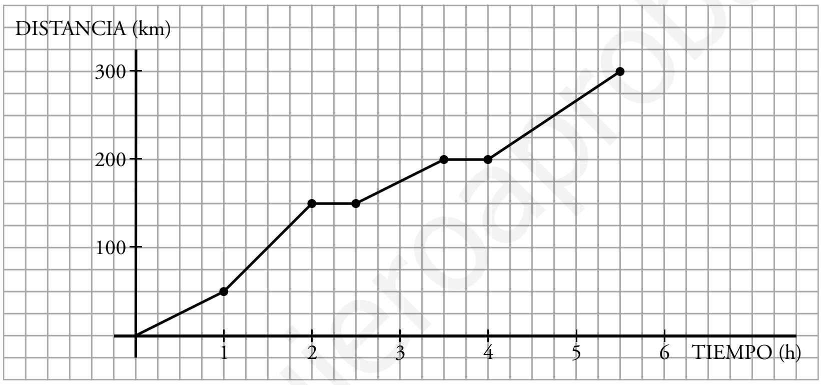
x (km)	0	100	200	300	400	500	600	700
y (€)	100	150						

Nombre y apellidos: ....

3 Ahora dibujad la gráfica del ejercicio anterior.



4 Por último, os enseña una gráfica correspondiente a un porte efectuado por un camión de la empresa. Os hace algunas preguntas.



a) ¿Ha hecho el conductor algún descanso como marca la ley? ¿Cuándo?

b) ¿En qué tramo del viaje circula más despacio? La profesora os sugiere que miréis las pendientes de los distintos tramos.

c) ¿Hay algún tramo creciente? ¿Cuál?

d) ¿Y algún tramo decreciente? ¿Cuál?

e) ¿Y algún tramo constante? ¿Cuál?

f) ¿Cuál fue la distancia total recorrida por el camión?

Ficha de trabajo B

Funciones

Nombre y apellidos: ....

Curso: .... **Fecha:** ....

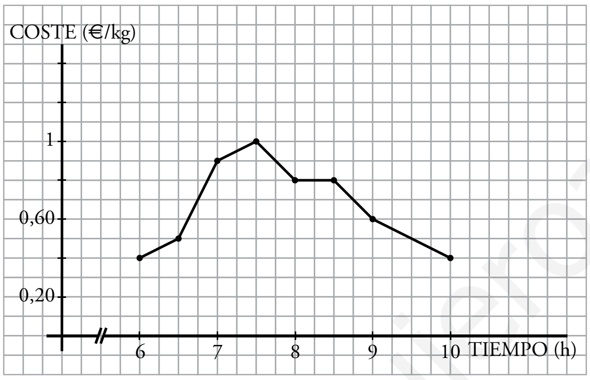
EL MERCADO MAYORISTA

Tus padres tienen una frutería en el barrio. Un día que estás de vacaciones, te vas con tu padre a hacer las compras al mercado de mayoristas.

1 Junto a uno de los distribuidores de tomates, hay un gráfico con los precios de los tomates según transcurren las horas.

a) "Podrías decirme los precios máximo y mínimo?".

b) "Me vendría bien que me dijeras en qué periodos los precios suben, en cuáles bajan y en cuáles el precio no varía".



2 Luego pasáis por una empresa que vende cerezas en distintos envases. Tu padre está mirando la tabla de precios según el peso del envase y te hace algunas preguntas.

PESO (kg)	0,5	1	1,5	2	3	5	10
PRECIO / CAJA (€)	1,25	2,5	3,75	5	7,5	12,5	25

a) "Oye, fíjate en estos datos. ¿Son directamente proporcionales el peso y el precio de las cajas?".

b) "¿Puedes decirme la ecuación de la función? ¿Es una función de proporcionalidad o una función lineal?".

c) "¿Cuál es la pendiente de la recta?".

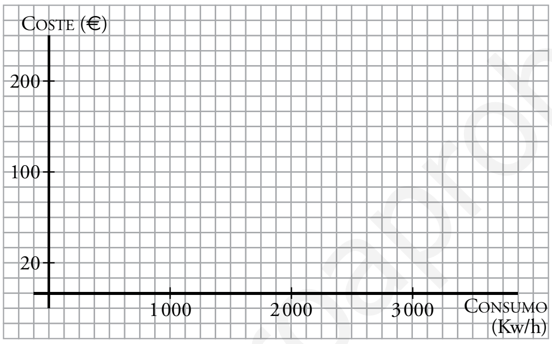
Nombre y apellidos: ....

3 En uno de los locales, tu padre tiene un amigo y hace un descanso hablando con él. "Oye, ¿y sale muy cara la factura de la luz aquí?", le pregunta tu padre. "Pues mira, pagamos una cantidad fija bimestral de 20 €, más 6 céntimos por kilowatio. Creo que aquí tengo los últimos 6 recibos. Vaya, pues solo tengo las lecturas", responde.

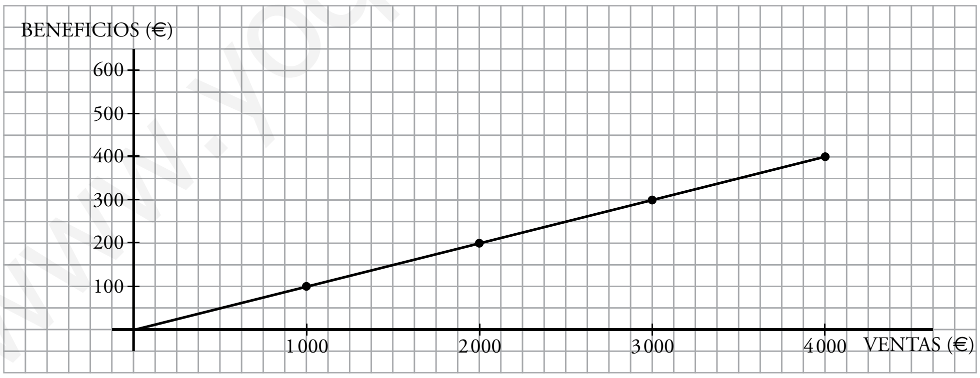
a) Tu padre te dice: "Completa la tabla que nos da el gasto de Ángel y escribe la ecuación que relaciona el coste del recibo con el consumo realizado".

CONSUMO (km)	0	1800	2000	2200	2500	2600	3000
COSTE (€)							

b) "Y, ya que estás, podrías representar gráficamente la función, ¿vale?".



4 Tu padre está pensando en cambiar la frutería por un local en el mercado mayorista. Para ello, necesita algunos datos que le digan si el cambio será rentable o no. Te enseña una gráfica que le ha dado un mayorista de fruta. En ella se ve la relación entre las ventas y los beneficios obtenidos en los últimos 8 días.



a) "¿Qué beneficio obtiene por cada 1000 € vendidos? Exprésalo, además, mediante un porcentaje".

b) "Dime cuál es la ecuación de la función".

c) "¿Cuál debe ser el importe de las ventas para obtener un beneficio de 560 €?".

Soluciones

Ficha de trabajo A (Refuerzo)

1 a)

x (km)	10	20	25	30	40	45	50
y (€)	50	100	125	150	200	225	250

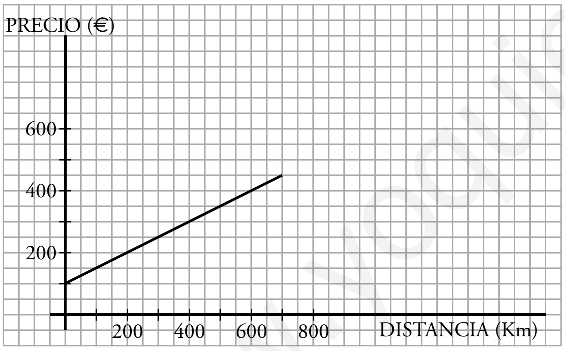
b) La ecuación es $y = 5x$.

c)

2

x (km)	0	100	200	300	400	450	500	600	700
y (€)	100	150	200	250	300	325	350	400	450

3



4 a) El camión ha parado dos veces, media hora cada vez. A las 2 horas y a las 3 horas y media.

b) Circula más despacio durante la primera hora y entre las 2,5 h y las 3,5 h del viaje.

c), d) y e) No hay ningún tramo decreciente. Hay dos tramos en los que la función es constante: de 2 h a 2,5 h, y de 3,5 h a 4 h. En los tramos no constantes, la función es creciente.

f) 300 km.

Ficha de trabajo B (Ampliación)

1 a) El precio mínimo es de 0,40 €, y el máximo, de 1 €.

b) Los precios suben entre las 6 h y las 7,5 h; bajan entre las 7,5 h y las 8 h, y entre las 8,5 h y las 10 h; y se mantienen constantes entre las 8 h y las 8,5 h.

2 a) Sí.

b) La ecuación es $y = 2{,}5x$. Es una función de proporcionalidad.

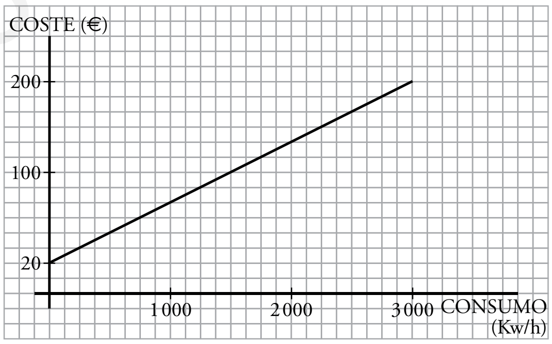
c) La pendiente es 2,5.

3 a)

CONSUMO (kw/h)	0	1 800	2 000	2 200	2 500	2 600	3 000
COSTE (€)	20	128	140	152	170	176	200

La ecuación es $y = 0{,}06x + 20$.

b)



4 a) Por cada 1 000 € vendidos obtiene un beneficio de 100 €; es decir, un 10%.

b) $y = \dfrac{x}{10}$

c) 5 600 €

Estadística

Nombre y apellidos: ....

Curso: .... **Fecha:** ....

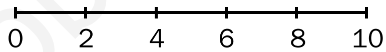
ESTADÍSTICA

TABLA DE FRECUENCIAS CON DATOS AGRUPADOS

Haz una tabla de frecuencias y construye el histograma correspondiente, con los siguientes datos de las notas de Matemáticas en una clase. Utiliza los intervalos de extremos 0 - 2 - 4 - 6 - 8 - 10.

9,5	0,8	5	6,2	4,5	5,5
3	4,8	7	1,5	2,5	5
7,5	5,2	7	3,5	5	6,5
5,5	3	2,5	4,5	7	5,5
1,5	7,5	4,5	5	3,5	5,5

NOTAS	FRECUENCIA
0 - 2	
2 - 4	



TABLAS DE DOBLE ENTRADA

Observa la tabla de la derecha sobre los hábitos de lectura en un grupo de personas.

¿Cuántas mujeres leen revistas? ....

¿Qué porcentaje de hombres lee libros? ....

¿Qué porcentaje de personas lee periódicos? ...

Del total de los que leen cómics, ¿cuál es el porcentaje de mujeres? ....

	HOMBRES	MUJERES	TOTAL
CÓMICS	15	5	20
LIBROS	17	25	42
REVISTAS	8	15	23
PERIÓDICOS	20	15	35
TOTALES	60	60	120

GRÁFICAS

Explica para qué se utiliza cada una de estas gráficas:

— Pirámides de población: ....

— Diagramas de caja: ....

— Pictogramas: ....

— Climogramas: ....

PARÁMETROS ESTADÍSTICOS

La **media** de varias cantidades es ....

La **mediana** de un conjunto de datos numéricos es ....

La **moda** en una distribución estadística es ....

La **desviación media** de un conjunto de datos es ....

Estadística

Nombre y apellidos: ....

Curso: ....   **Fecha:** ....

RELAJÁNDOSE EN EL CINE

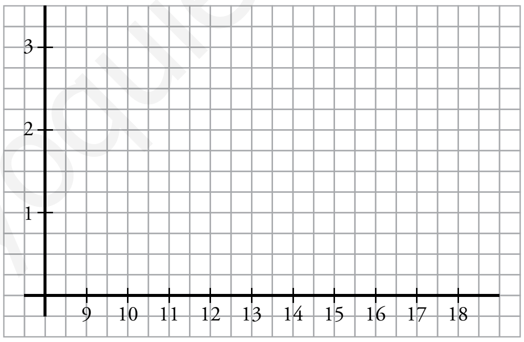
Un viernes por la tarde vas con unos amigos al cine. En la taquilla trabaja Laura, la hermana de uno de tus amigos. Como tenéis mucho tiempo hasta que empiece la película, os quedáis hablando con ella. “Oye, ¿tenéis muchos pases de películas al día?”, pregunta uno. “Como hay tantas salas, depende del día. Mirad, aquí tengo los datos de los últimos 16 días”:

9, 15, 12, 14, 10, 16, 11, 17, 9, 14, 10, 15, 12, 15, 11, 18

1 “Así no me aclaro”, dice Arturo. “Espera, que te hago una tabla de frecuencias”, le dices.

N.º DE PASES										
FRECUENCIA										

2 “Bueno, eso me dice algo más, pero ¿no podrías dibujarme un diagrama de barras?”, te pide. Dibújaselo.



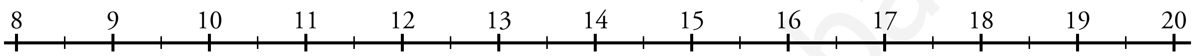
3 “¿Te vale así, o también quieres que te halle la media de los pases? ¡Y la mediana y la moda, si quieres…!”. “Ya que te ofreces…”. Calcula los tres parámetros a ver si Arturo deja de preguntar.

Nombre y apellidos: ....

4 Y Arturo insiste: “Para completar el estudio de los datos, nos queda calcular la desviación media”. “Eso lo calculas tú”, le contestas. ¿Cuál es el dato que consiguió tu amigo?

DATOS									
DIFERENCIAS A LA MEDIA									

5 Calcula los cuartiles Q_1 y Q_3 de la distribución anterior y construye un diagrama de caja y bigotes.



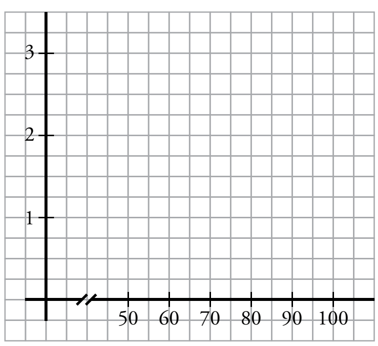
6 Antes de que te pregunten, decides contraatacar: “Laura, ¿suelen venir muchos espectadores a este cine?”. “Vamos a ver… Uno de los días en que hubo 10 pases, el número de espectadores que hubo en cada uno de ellos fue:

81, 98, 83, 94, 61, 75, 58, 73, 56, 85”

a) Marta se ofreció a hacer una tabla de frecuencias. Complétala tú.

INTERVALO	FRECUENCIA
De 50 a 60	
De 60 a 70	
De 70 a 80	
De 80 a 90	
De 90 a 100	

b) “Y yo haré su representación mediante un histograma”, dice Luis. ¿Qué aspecto tenía su representación gráfica?



Estadística

Nombre y apellidos: ....

Curso: .... **Fecha:** ....

DOS DEPORTES

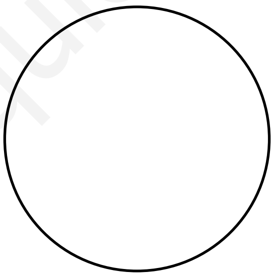
Se están celebrando los campeonatos interescolares. Tu hermana es árbitro de atletismo y vas con ella a una de las competiciones que tiene que dirigir.

1 En la pista te pones al lado del delegado de uno de los equipos. “Perdone, ¿qué edades tienen los participantes?”, le preguntas. “Pues los del otro equipo no sé, pero los de mi equipo tienen estas”, y te da una tabla de frecuencias.

EDADES	11	12	13	14	15	16
FRECUENCIAS	1	3	4	5	1	2

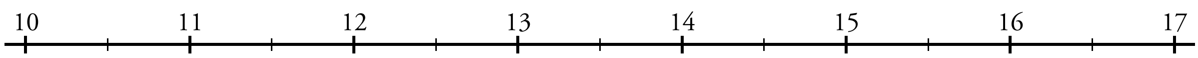
a) Te gustaría saber la media de edad del equipo, así que te pones a calcularla.

b) De tus clases, te acuerdas de que suele ser interesante ver los datos representados gráficamente. Se te ocurre hacer un diagrama de sectores. ¿Cómo te quedó?



2 “Como veo que estás interesado, calcula también la moda, la mediana y los cuartiles de esa distribución”.

3 Dibuja un diagrama de caja y bigotes con los datos que tienes de las edades de los atletas.



Nombre y apellidos: ....

4 Después te pasas por la cancha de baloncesto. En un panel hay una nota que informa de los puntos obtenidos por los dos equipos que están en la cancha, en los 6 partidos anteriores. Fueron estos:

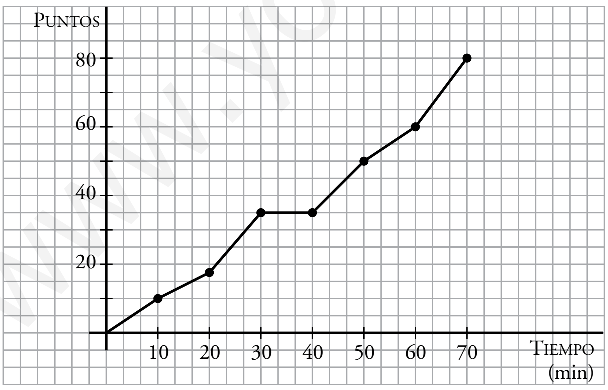
Equipo A: 48, 70, 102, 60, 120, 74

Equipo B: 70, 76, 66, 80, 68, 78

a) En el descanso, te da por calcular la media y la desviación media de los puntos conseguidos por cada equipo. ¿Cuáles son?

b) El delegado, que te ve, te pregunta: "¿En cuál de los dos equipos los resultados son más dispersos?".

5 Entusiasmado con tu labor, el delegado te ofrece que le ayudes durante todo el campeonato, porque ve que con tu interpretación de los datos puede preparar mejor los partidos. "Mira, lo último que te pido hoy: esta gráfica corresponde a un partido jugado por el otro equipo": (Nota: el partido se jugó en dos tiempos separados por un descanso).



"¿Puedes analizarla, esto es, decirme en qué tramos han conseguido más y menos canastas, si juegan mejor o peor al principio o al final del partido?; ya sabes, todo eso". Entusiasmado con la idea de ayudarle, y tras pensar un rato sobre la gráfica, le contestas.

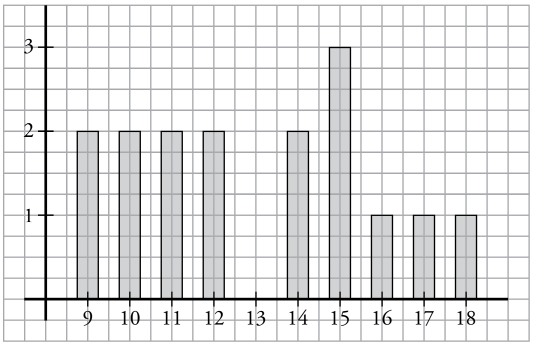
Soluciones

Ficha de trabajo A (Refuerzo)

1

N.º DE PASES	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
FRECUENCIA	2	2	2	2	0	2	3	1	1	1

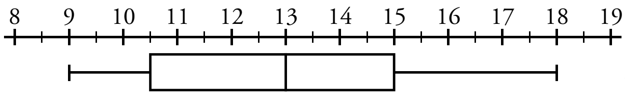
2



3 $\overline{x} = 13$; *Me* = 13 ; La moda es 15.

4 $DM = 2,5$

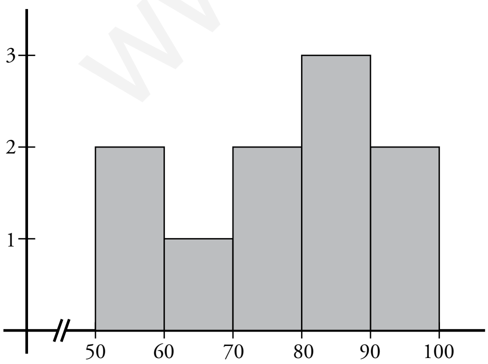
5 $Q_2 = 10,5$; $Q_3 = 15$; *Me* = 13



6 a)

ESPECTADORES	FRECUENCIA
De 50 a 60	2
De 60 a 70	1
De 70 a 80	2
De 80 a 90	3
De 90 a 100	2

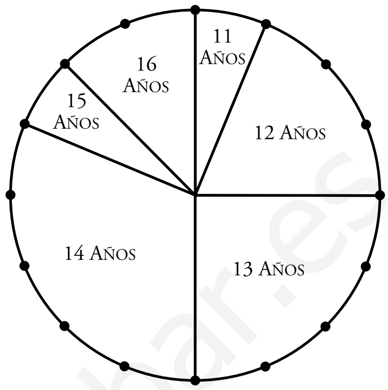
b)



Ficha de trabajo B (Ampliación)

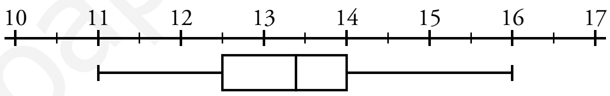
1 a) $\overline{x} = 13,5$

b)



2 La moda es 14 ; *Me* = 13,5 ; $Q_1 = 12,5$; $Q_3 = 14$

3



4 a) Equipo A: $\overline{x} = 79$; $DM \approx 21,3$

Equipo B: $\overline{x} \approx 73$; $DM \approx 5$

b) Los resultados son más dispersos en el equipo A, porque su desviación media es mayor.

5 Han conseguido más canastas en los últimos 10 minutos del partido, y menos canastas en el tramo del minuto 10 al 20.

Han jugado mejor al final del partido y al final de la primera parte que al principio del mismo. Ha habido un descanso de 10 minutos tras la primera media hora.