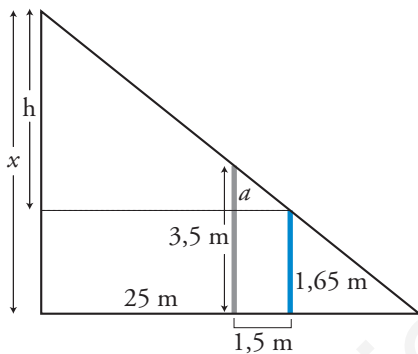
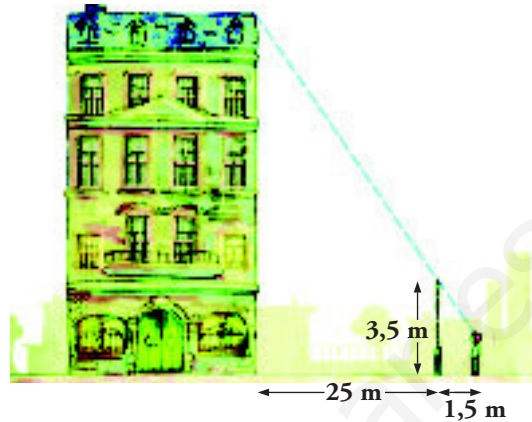


PÁGINA 141

- 26** ■■■ Para medir la altura de la casa, Álvaro, de 165 cm de altura, se situó a 1,5 m de la verja y tomó las medidas indicadas. ¿Cuánto mide la casa?

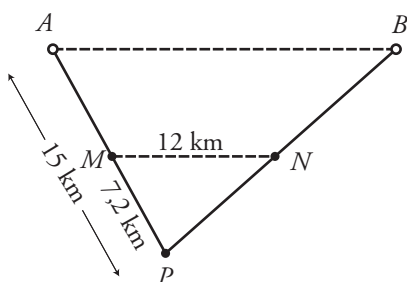
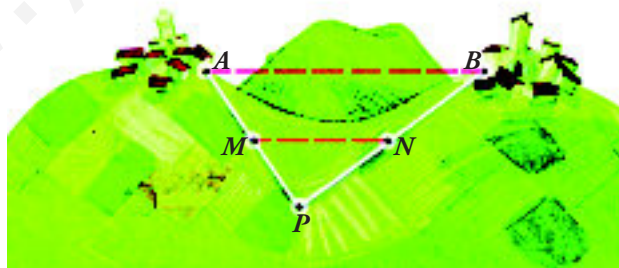


$$a = 3,5 - 1,65 = 1,85 \text{ m}$$

$$\frac{25 + 1,5}{1,5} = \frac{h}{1,85} \rightarrow h = \frac{26,5 \cdot 1,85}{1,5} = 32,68 \text{ m}$$

$$\text{Altura de la casa: } 32,68 + 1,65 = 34,33 \text{ m}$$

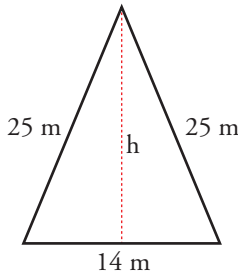
- 27** ■■■ Entre dos pueblos A y B hay una colina. Para medir la distancia AB fijamos un punto P desde el que se ven los dos pueblos y tomamos las medidas $AP = 15 \text{ km}$, $PM = 7,2 \text{ km}$ y $MN = 12 \text{ km}$. (MN es paralela a AB). Halla la distancia AB .



Los triángulos APB y MPN son semejantes. Por tanto:

$$\frac{\overline{AB}}{12} = \frac{15}{7,2} \rightarrow \overline{AB} = \frac{15 \cdot 12}{7,2} = 25 \text{ km}$$

- 28** ■■■ El perímetro de un triángulo isósceles es 64 m, y el lado desigual mide 14 m. Calcula el área de un triángulo semejante cuyo perímetro es de 96 m.



Altura del triángulo:

$$h^2 = 25^2 - 7^2 \rightarrow h = 24 \text{ m}$$

$$\text{Área} = \frac{14 \cdot 24}{2} = 168 \text{ m}^2$$

$$\text{Razón de semejanza} = \frac{96}{64} = \frac{3}{2}$$

$$\text{Área del triángulo semejante} = 168 \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^2 = 378 \text{ cm}^2$$

- 29** ■■■ Dos triángulos ABC y PQR son semejantes. Los lados del primero miden 24 m, 28 m y 34 m. Calcula la medida de los lados del segundo triángulo sabiendo que su perímetro es 129 m.

Perímetro del triángulo ABC : $24 + 28 + 34 = 86 \text{ m}$

$$\text{Razón de semejanza: } \frac{129}{86} = \frac{3}{2}$$

$$\text{Lados del triángulo } PQR: 24 \cdot \frac{3}{2} = 36 \text{ cm}; 28 \cdot \frac{3}{2} = 42 \text{ cm}; 34 \cdot \frac{3}{2} = 51 \text{ cm}$$

- 30** ■■■ Las áreas de dos triángulos isósceles semejantes son 48 m^2 y 108 m^2 . Si el lado desigual del primer triángulo es 12 m, ¿cuál es el perímetro del segundo?

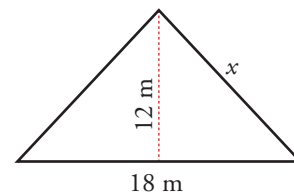
$$\text{Razón de semejanza: } \sqrt{\frac{108}{48}} = 1,5$$

$$\text{Lado desigual del segundo: } 12 \cdot 1,5 = 18 \text{ cm}$$

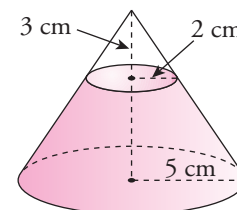
$$\text{Altura del segundo: } 108 = \frac{18 \cdot h}{2} \rightarrow h = 12 \text{ cm}$$

$$\text{Lados iguales del segundo: } x^2 = 12^2 + 9^2 \rightarrow x = 15 \text{ cm}$$

$$\text{Perímetro del segundo: } 18 + 15 + 15 = 48 \text{ cm}$$



- 31** ■■■ De un cono de radio 5 cm hemos cortado otro cono de radio 2 cm y altura 3 cm. Calcula el volumen del cono grande.

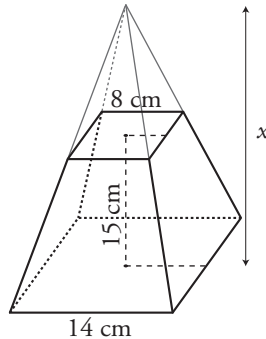


Calculamos la altura del cono grande, x :

$$\frac{x}{3} = \frac{5}{2} \rightarrow x = \frac{15}{2} = 7,5 \text{ cm}$$

$$\text{Volumen} = \frac{1}{3} \pi R^2 h = \frac{1}{3} \pi \cdot 5^2 \cdot 7,5 = 62,5 \pi \text{ cm}^3$$

- 32** ■■■ Calcula el volumen de un tronco de pirámide cuadrangular regular en el que los lados de las bases miden 8 cm y 14 cm y su altura es 15 cm.



Calculamos la altura de la pirámide menor, x :

$$\frac{x + 15}{x} = \frac{7}{4} \rightarrow 4x + 60 = 7x \rightarrow 60 = 3x \rightarrow x = 20 \text{ cm}$$

$$\text{Volumen de la pirámide grande} = \frac{1}{3} \cdot 14^2 \cdot (20 + 15) = 2\,286,67 \text{ cm}^3$$

$$\text{Volumen de la pirámide pequeña} = \frac{1}{3} \cdot 8^2 \cdot 20 = 426,67 \text{ cm}^3$$

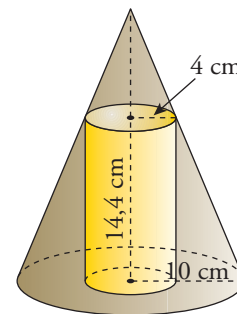
$$\text{Volumen del tronco de pirámide} = 2\,286,67 - 426,67 = 1\,860 \text{ cm}^3$$

- 33** ■■■ En un cono de 10 cm de radio hemos inscrito un cilindro de radio 4 cm y altura 14,4 cm. Halla la altura del cono.

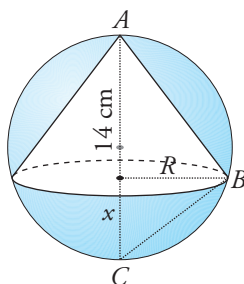
$$\frac{x + 14,4}{x} = \frac{10}{4} \rightarrow 4x + 57,6 = 10x \rightarrow$$

$$\rightarrow 6x = 57,6 \rightarrow x = 9,6 \text{ cm}$$

$$\text{Altura del cono: } 9,6 + 14,4 = 24 \text{ cm}$$



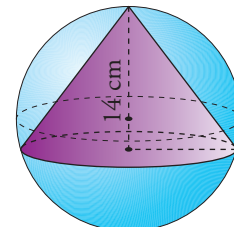
- 34** ■■■ Tenemos un cono inscrito en una esfera de radio 11 cm. ¿Cuál será el radio de la base del cono si su altura es 14 cm?



$$x = 22 - 14 = 8 \text{ cm}$$

Por el teorema de la altura, en el triángulo rectángulo ABC se verifica:

$$R^2 = 14 \cdot 8 = 112 \rightarrow R \approx 10,58 \text{ cm}$$

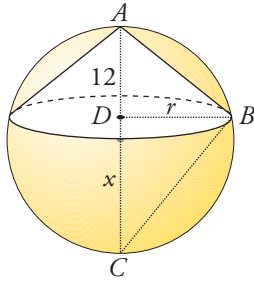


- 35** ■■■ En una esfera de 15 cm de radio hemos inscrito un cono de altura 12 cm. Calcula su área lateral.

Radio de la esfera: 15 cm

$$\overline{DC} = 30 - 12 = 18 \text{ cm}$$

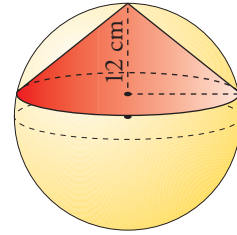
Calculamos el radio del cono utilizando el teorema de la altura en el triángulo ABC :



$$r^2 = 12 \cdot 18 \rightarrow r \approx 14,7 \text{ cm}$$

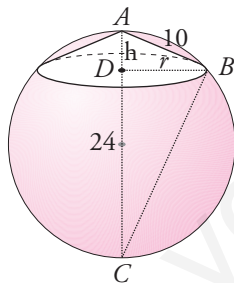
$$\text{Generatriz del cono: } g^2 = 12^2 + 14,7^2 \rightarrow g \approx 18,98 \text{ cm}$$

$$\text{Área lateral del cono: } \pi r g = \pi \cdot 14,7 \cdot 18,98 \approx 279\pi \text{ cm}^2$$



- 36** ■■■ En una esfera de 24 cm de diámetro se inscribe un cono cuya generatriz mide 10 cm. Calcula el volumen del cono.

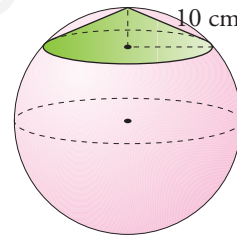
Para calcular la altura del cono, aplicamos el teorema del cateto en el triángulo rectángulo ABC :



$$10^2 = h \cdot 24 \rightarrow h \approx 4,17 \text{ cm}$$

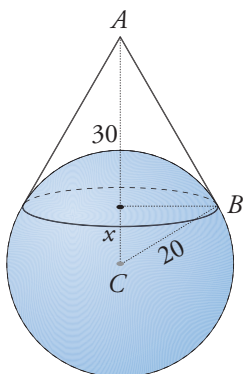
$$\text{Radio del cono: } r^2 = 10^2 - 4,17^2 \rightarrow r \approx 9,09 \text{ cm}$$

$$V_{\text{CONO}} = \frac{1}{3} \pi \cdot 9,09^2 \cdot 4,17 \approx 114,85\pi \text{ cm}^3$$



- 37** ■■■ Sobre una esfera de 20 cm de radio se encaja un cono de 30 cm de altura. Halla el área del casquete esférico que determina el cono.

Para hallar x , aplicamos el teorema del cateto en el triángulo rectángulo ABC :

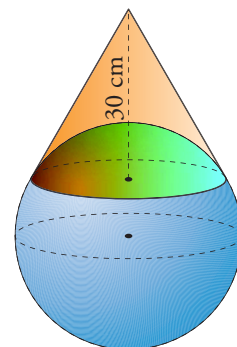


$$20^2 = (30 + x)x \rightarrow 400 = 30x + x^2$$

$$x^2 + 30x - 400 = 0 \rightarrow x = \frac{-30 \pm 50}{2} = \begin{cases} -40 & \text{No vale.} \\ 10 & \end{cases}$$

$$\text{Altura del casquete} = 20 - 10 = 10 \text{ cm}$$

$$\text{Área del casquete} = 2\pi R h = 2\pi \cdot 20 \cdot 10 = 400\pi \text{ cm}^2$$



5 Completa la tabla para cada ecuación y representa la recta correspondiente (hazlo en tu cuaderno).

a) $x - y = 0 \rightarrow y = x$

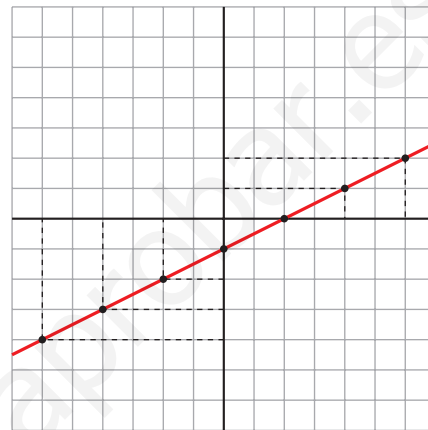
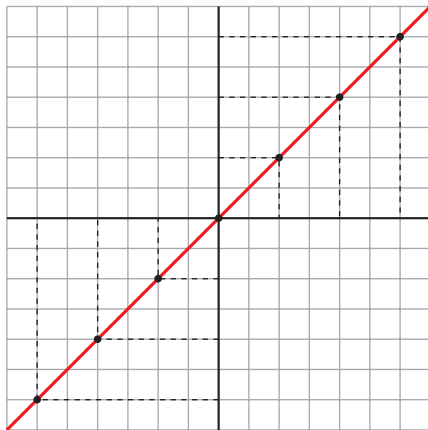
b) $x - 2y = 2 \rightarrow y = \frac{x-2}{2}$

a)

x	-6	-4	-2	0	2	4	6
y	-6	-4	-2	0	2	4	6

b)

x	-6	-4	-2	0	2	4	6
y	-4	-3	-2	-1	0	1	2



6 Representa gráficamente.

a) $2x - y = 1$

b) $2x + y = 1$

c) $y = \frac{x}{2} + 3$

d) $y = \frac{x}{2} - 1$

e) $x + 3y = 3$

f) $2x - 3y - 3 = 0$

a)

x	-2	0	2
y	-5	-1	3

b)

x	-2	0	2
y	5	1	-3

c)

x	-2	0	2
y	2	3	4

d)

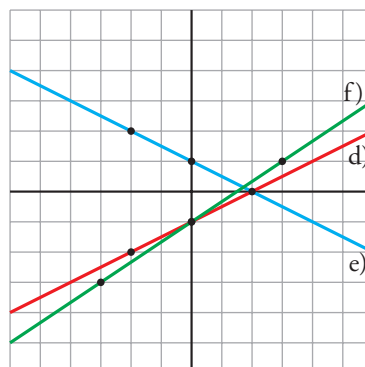
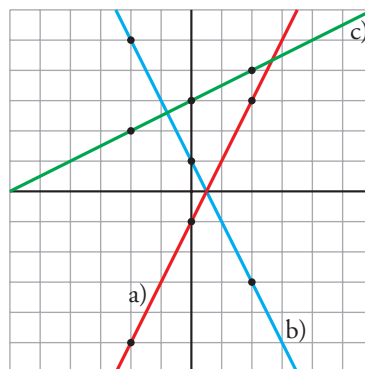
x	-2	0	2
y	-2	-1	0

e)

x	-2	0	2
y	2	1	0

f)

x	-3	0	3
y	-3	-1	1



PÁGINA 158

1 Representa gráficamente y escribe la solución.

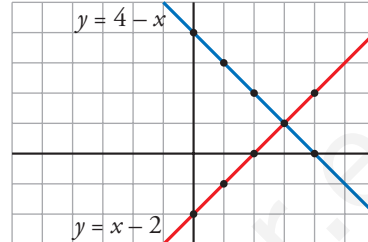
$$\text{a) } \begin{cases} x + y = 4 \\ x - y = 2 \end{cases}$$

$$\text{b) } \begin{cases} y = 2 + x/2 \\ y = 4 - x/2 \end{cases}$$

$$\text{a) } y = 4 - x \rightarrow \begin{array}{|c|c|c|c|c|c|} \hline x & 0 & 1 & 2 & 3 & 4 \\ \hline y & 4 & 3 & 2 & 1 & 0 \\ \hline \end{array}$$

$$y = x - 2 \rightarrow \begin{array}{|c|c|c|c|c|c|} \hline x & 0 & 1 & 2 & 3 & 4 \\ \hline y & -2 & -1 & 0 & 1 & 2 \\ \hline \end{array}$$

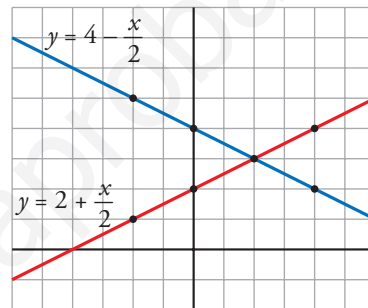
Solución: $x = 3$; $y = 1$



$$\text{b) } y = 2 + \frac{x}{2} \rightarrow \begin{array}{|c|c|c|c|c|} \hline x & -2 & 0 & 2 & 4 \\ \hline y & 1 & 2 & 3 & 4 \\ \hline \end{array}$$

$$y = 4 - \frac{x}{2} \rightarrow \begin{array}{|c|c|c|c|c|} \hline x & -2 & 0 & 2 & 4 \\ \hline y & 5 & 4 & 3 & 2 \\ \hline \end{array}$$

Solución: $x = 2$; $y = 3$



2 Representa gráficamente.

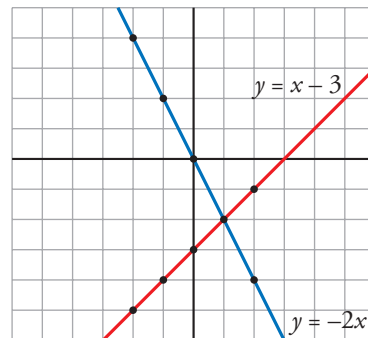
$$\text{a) } \begin{cases} x - y = 3 \\ 2x + y = 0 \end{cases}$$

$$\text{b) } \begin{cases} 2x - 3y - 6 = 0 \\ 2x + y + 2 = 0 \end{cases}$$

$$\text{a) } y = x - 3 \rightarrow \begin{array}{|c|c|c|c|c|c|} \hline x & -2 & -1 & 0 & 1 & 2 \\ \hline y & -5 & -4 & -3 & -2 & -1 \\ \hline \end{array}$$

$$y = -2x \rightarrow \begin{array}{|c|c|c|c|c|c|} \hline x & -2 & -1 & 0 & 1 & 2 \\ \hline y & 4 & 2 & 0 & -2 & -4 \\ \hline \end{array}$$

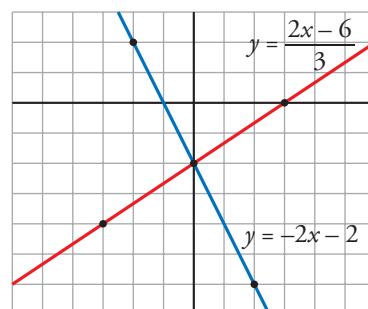
Solución: $x = 1$; $y = -2$



$$\text{b) } y = \frac{2x - 6}{3} \rightarrow \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline x & -3 & 0 & 3 \\ \hline y & -4 & -2 & 0 \\ \hline \end{array}$$

$$y = -2x - 2 \rightarrow \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline x & -2 & 0 & 2 \\ \hline y & 2 & -2 & -6 \\ \hline \end{array}$$

Solución: $x = 0$; $y = -2$



PÁGINA 141

Ecuaciones sencillas**1** ■■■ Resuelve mentalmente.

a) $x + 4 = 5$

b) $x - 3 = 6$

c) $7 + x = 10$

d) $7 - x = 5$

e) $11 = x + 5$

f) $2 = x - 9$

g) $5 = 2 + x$

h) $9 = 15 - x$

i) $2 - x = 9$

a) $x = 1$

b) $x = 9$

c) $x = 3$

d) $x = 2$

e) $x = 6$

f) $x = 11$

g) $x = 3$

h) $x = 6$

i) $x = -7$

2 ■■■ Resuelve.

a) $2x + x = 5$

b) $7x - 3x = 10 - 7$

c) $x - 9x = 9 - 7$

d) $5x - x = 3 - 5$

e) $6 = 12x - 2x$

f) $2 - 8 = x + 2x$

g) $5x - 13x = 6 - 10$

h) $2x + 4 + 5x = 18$

i) $11x + 17 - 6x = 2$

j) $9 = 12x - 6 - 7x$

k) $2x - 5 + 3x + 1 = 3x - 2$

l) $x + 7 = 12x - 3 - 8x + 1$

m) $6x - 1 + x = 4 - 5x + 3$

n) $x + 2x + 3x - 5 = 4x - 9$

ñ) $5x + 4 - 6x = 7 - x - 3$

o) $4x + 2 + 7x = 10x + 3 + x$

a) $x = \frac{5}{3}$

b) $x = \frac{3}{4}$

c) $x = -\frac{1}{4}$

d) $x = -\frac{1}{2}$

e) $x = \frac{3}{5}$

f) $x = -2$

g) $x = \frac{1}{2}$

h) $x = 2$

i) $x = -3$

j) $x = 3$

k) $x = 1$

l) $x = 3$

m) $x = \frac{2}{3}$

n) $x = -2$

ñ) Es una identidad. Tiene infinitas soluciones.

o) Incompatible. Sin solución.

3 ■■■ Quita paréntesis y resuelve.

a) $6(x + 1) - 4x = 5x - 9$

b) $18x - 13 = 8 - 4(3x - 1)$

c) $3x + 5(2x - 1) = 8 - 3(4 - 5x)$

d) $5 - (4x + 6) = 3x + (7 - 4x)$

e) $x - 7(2x + 1) = 2(6 - 5x) - 13$

f) $11 - 5(3x + 2) + 7x = 1 - 8x$

g) $13x - 5(x + 2) = 4(2x - 1) + 7$

a) $6x + 6 - 4x = 5x - 9 \rightarrow 15 = 3x \rightarrow x = 5$

b) $18x - 13 = 8 - 12x + 4 \rightarrow 30x = 25 \rightarrow x = \frac{5}{6}$

$$c) 3x + 10x - 5 = 8 - 12 + 15x \rightarrow -1 = 2x \rightarrow x = -\frac{1}{2}$$

$$d) 5 - 4x - 6 = 3x + 7 - 4x \rightarrow -8 = 3x \rightarrow x = -\frac{8}{3}$$

$$e) x - 14x - 7 = 12 - 10x - 13 \rightarrow -6 = 3x \rightarrow x = -2$$

$$f) 11 - 15x - 10 + 7x = 1 - 8x \rightarrow 1 - 8x = 1 - 8x \rightarrow$$

→ Identidad. Infinitas soluciones.

$$g) 13x - 5x - 10 = 8x - 4 + 7 \rightarrow 8x - 10 = 8x + 3 \rightarrow$$

→ Incompatible. No tiene solución.

Ecuaciones de primer grado con denominadores

4 ■■■ Quita denominadores y resuelve.

$$a) x + \frac{1}{3} = \frac{x}{3}$$

$$b) \frac{5x}{3} + 1 = \frac{5}{6} + x$$

$$c) \frac{3x}{5} - \frac{1}{4} = x - \frac{7x}{10} - \frac{1}{5}$$

$$d) \frac{x}{3} + \frac{4}{15} - x = \frac{1}{6} - \frac{7x}{10}$$

$$e) \frac{7x}{4} - 1 - \frac{x}{8} = x + \frac{5x}{8} + 1$$

$$f) \frac{x}{2} + \frac{1}{6} - \frac{x}{3} = \frac{x}{6} - \frac{2}{3} + \frac{5}{6}$$

$$a) 3x + 1 = x \rightarrow x = -\frac{1}{2}$$

$$b) 10x + 6 = 5 + 6x \rightarrow x = -\frac{1}{4}$$

$$c) 12x - 5 = 20x - 14x - 4 \rightarrow x = \frac{1}{6}$$

$$d) 10x + 8 - 30x = 5 - 21x \rightarrow x = -3$$

$$e) 14x - 8 - x = 8x + 5x + 8 \rightarrow 0x = 16 \rightarrow \text{Sin solución.}$$

$$f) 3x + 1 - 2x = x - 4 + 5 \rightarrow x + 1 = x + 1 \rightarrow \text{Identidad. Tiene infinitas soluciones.}$$

5 ■■■ Elimina los paréntesis y los denominadores y resuelve.

$$a) 2x - \frac{5}{2} = \frac{1}{2}(x - 3)$$

$$b) \frac{5}{6}(2x - 1) - x = \frac{x}{6}$$

$$c) \frac{x}{5} - 1 = 2\left(x - \frac{4}{5}\right)$$

$$d) x - \frac{1}{3} = \frac{1}{6}(2x - 5)$$

$$a) 4x - 5 = x - 3 \rightarrow x = \frac{2}{3}$$

$$b) 5(2x - 1) - 6x = x \rightarrow 10x - 5 - 6x = x \rightarrow x = \frac{5}{3}$$

$$c) \frac{x}{5} - 1 = 2x - \frac{8}{5} \rightarrow x - 5 = 10x - 8 \rightarrow x = \frac{1}{3}$$

$$d) x - \frac{1}{3} = \frac{x}{3} - \frac{5}{6} \rightarrow 6x - 2 = 2x - 5 \rightarrow x = -\frac{3}{4}$$

6 ■■■ Resuelve las ecuaciones siguientes:

$$a) \frac{1}{5}(2 + 5x) = \frac{1}{2}\left(x - \frac{1}{5}\right)$$

$$b) 2(x - 3) - \frac{1}{3} = x - \frac{1}{3}(x - 1)$$

$$c) 1 - \frac{3x}{8} = \frac{3}{4} - \frac{1}{2}(x - 2)$$

$$d) x - \frac{3x}{4} = \frac{1}{3}(2x - 1) + \frac{x}{6}$$

$$e) 5\left(\frac{x}{4} - \frac{1}{10}\right) = \frac{1}{2}\left(3x - \frac{1}{2}\right)$$

$$f) 1 - \frac{3}{7}(x + 1) = \frac{2x}{3} - \frac{1}{7}$$

$$a) \frac{2}{5} + x = \frac{x}{2} - \frac{1}{10} \rightarrow 4 + 10x = 5x - 1 \rightarrow x = -1$$

$$b) 2x - 6 - \frac{1}{3} = x - \frac{x}{3} + \frac{1}{3} \rightarrow 6x - 18 - 1 = 3x - x + 1 \rightarrow x = 5$$

$$c) 1 - \frac{3x}{8} = \frac{3}{4} - \frac{x}{2} + 1 \rightarrow 8 - 3x = 6 - 4x + 8 \rightarrow x = 6$$

$$d) x - \frac{3x}{4} = \frac{2x}{3} - \frac{1}{3} + \frac{x}{6} \rightarrow 12x - 9x = 8x - 4 + 2x \rightarrow x = \frac{4}{7}$$

$$e) \frac{5x}{4} - \frac{1}{2} = \frac{3x}{2} - \frac{1}{4} \rightarrow 5x - 2 = 6x - 1 \rightarrow x = -1$$

$$f) 21 - 9(x + 1) = 14x - 3 \rightarrow 21 - 9x - 9 = 14x - 3 \rightarrow x = \frac{15}{23}$$

7 ■■■ Elimina denominadores y resuelve.

$$a) x - \frac{x - 3}{5} = 1$$

$$b) 1 - \frac{x + 1}{3} = 2x - \frac{1}{3}$$

$$c) 1 - \frac{1 - x}{3} = x + \frac{1}{2}$$

$$d) \frac{3x}{2} - 1 = \frac{3x + 2}{4}$$

$$e) \frac{3x - 1}{2} - 1 = 2x - 2$$

$$f) x + \frac{2 - 3x}{5} = \frac{x}{2} + 1$$

$$g) 2x + \frac{x - 3}{2} = \frac{x - 3}{4}$$

$$h) \frac{3x}{5} - 1 = x - \frac{x + 1}{2}$$

$$i) \frac{x}{5} - \frac{x + 2}{15} = \frac{x}{3}$$

$$j) \frac{x - 5}{3} + \frac{x - 2}{5} = x - 2$$

$$k) \frac{x + 3}{5} - \frac{x - 6}{7} = 1$$

$$l) \frac{1 - x}{3} - \frac{x - 1}{12} = \frac{3x - 1}{4}$$

$$a) 5x - (x - 3) = 5 \rightarrow 5x - x + 3 = 5 \rightarrow x = \frac{1}{2}$$

$$b) 3 - (x + 1) = 6x - 1 \rightarrow 3 - x - 1 = 6x - 1 \rightarrow x = \frac{3}{7}$$

$$c) 6 - 2(1 - x) = 6x + 3 \rightarrow 6 - 2 + 2x = 6x + 3 \rightarrow x = \frac{1}{4}$$

$$d) 6x - 4 = 3x + 2 \rightarrow x = 2$$

$$e) 3x - 1 - 2 = 4x - 4 \rightarrow x = 1$$

$$f) 10x + 2(2 - 3x) = 5x + 10 \rightarrow 10x + 4 - 6x = 5x + 10 \rightarrow x = -6$$

$$g) 8x + 2(x - 3) = x - 3 \rightarrow 8x + 2x - 6 = x - 3 \rightarrow x = \frac{1}{3}$$

$$h) 6x - 10 = 10x - 5(x + 1) \rightarrow 6x - 10 = 10x - 5x - 5 \rightarrow x = 5$$

$$i) 3x - (x + 2) = 5x \rightarrow 3x - x - 2 = 5x \rightarrow x = -\frac{2}{3}$$

$$j) 5(x - 5) + 3(x - 2) = 15(x - 2) \rightarrow 5x - 25 + 3x - 6 = 15x - 30 \rightarrow x = -\frac{1}{7}$$

$$k) 7(x + 3) - 5(x - 6) = 35 \rightarrow 7x + 21 - 5x + 30 = 35 \rightarrow x = -8$$

$$l) 4(1 - x) - (x - 1) = 3(3x - 1) \rightarrow 4 - 4x - x + 1 = 9x - 3 \rightarrow x = \frac{4}{7}$$

8 ■■■ Resuelve estas ecuaciones:

$$a) \frac{3x - 1}{4} - \frac{2x + 1}{5} = \frac{7x - 13}{20}$$

$$b) 2 + \frac{2}{5}(x + 1) = x - \frac{2x + 3}{5}$$

$$c) \frac{2}{3}(1 - 3x) + \frac{3(x - 1)}{4} = \frac{5}{12}(1 - x) \quad d) \frac{3}{5}\left(\frac{x - 1}{3} + 1\right) + x = \frac{3}{4}\left(x - \frac{2}{3}\right)$$

$$a) 5(3x - 1) - 4(2x + 1) = 7x - 13 \rightarrow 15x - 5 - 8x - 4 = 7x - 13 \rightarrow$$

$$\rightarrow \text{Incompatible. No tiene solución.}$$

$$b) 10 + 2(x + 1) = 5x - (2x + 3) \rightarrow 10 + 2x + 2 = 5x - 2x - 3 \rightarrow x = 15$$

$$c) 8(1 - 3x) + 9(x - 1) = 5(1 - x) \rightarrow 8 - 24x + 9x - 9 = 5 - 5x \rightarrow x = \frac{-3}{5}$$

$$d) \frac{x - 1}{5} + \frac{3}{5} + x = \frac{3x}{4} - \frac{1}{2} \rightarrow 4x - 4 + 12 + 20x = 15x - 10 \rightarrow x = -2$$

PÁGINA 142

9 ■■■ Resuelto en el libro de texto.

10 ■■■ Elimina denominadores, con las indicaciones que se ofrecen, y resuelve.

$$a) \frac{1}{x} + \frac{1}{2} = 3 \leftrightarrow \text{Multiplica ambos miembros por } 2x.$$

$$b) \frac{1}{2} - \frac{1}{x} = \frac{2}{5} \leftrightarrow \text{Multiplica por } 10x.$$

$$c) \frac{3}{x - 2} - 1 = \frac{x}{x - 2} \leftrightarrow \text{Multiplica por } (x - 2).$$

$$d) \frac{2x}{3x - 1} + 2 = \frac{5}{3x - 1} \leftrightarrow \text{Multiplica por } (3x - 1).$$

e) $\frac{1}{x-1} + 1 = \frac{1}{2} \leftrightarrow$ Multiplica por $2 \cdot (x-1)$.

f) $\frac{2x}{x-3} - \frac{1}{5} = \frac{2}{x-3} \leftrightarrow$ Multiplica por $5 \cdot (x-3)$.

g) $\frac{3x}{x-1} + \frac{6}{5(x-1)} = \frac{1}{5} \leftrightarrow$ Multiplica por $5 \cdot (x-1)$.

a) $2 + x = 6x \rightarrow x = \frac{2}{5}$

b) $5x - 10 = 4x \rightarrow x = 10$

c) $3 - (x-2) = x \rightarrow x = \frac{5}{2}$

d) $2x + 2(3x-1) = 5 \rightarrow x = \frac{7}{8}$

e) $2 + 2(x-1) = x-1 \rightarrow x = -1$

f) $10x - (x-3) = 10 \rightarrow x = \frac{7}{9}$

g) $15x + 6 = x-1 \rightarrow x = -\frac{1}{2}$

Problemas para resolver con ecuaciones de primer grado

11 ■■■ Calcula, primero, mentalmente y, después, con la ayuda de una ecuación.

a) Si a un número le sumas 12, obtienes 25. ¿De qué número se trata?

b) Si a un número le restas 10, obtienes 20. ¿Qué número es?

c) Un número, x , y su siguiente, $x + 1$, suman 13. ¿Cuáles son esos números?

d) En mi clase somos 29 en total, pero hay tres chicos más que chicas. ¿Cuántos chicos y cuántas chicas hay en la clase?

a) $x + 12 = 25 \rightarrow x = 13$

El número es 13.

b) $x - 10 = 20 \rightarrow x = 30$

El número es 30.

c) $x + (x + 1) = 13 \rightarrow x = 6$

Los números son 6 y 7.

d) $\left. \begin{array}{l} \text{Chicas} \rightarrow x \\ \text{Chicos} \rightarrow x + 3 \end{array} \right\} x + (x + 3) = 29 \rightarrow x = 13$

En la clase hay 13 chicas y 16 chicos.

12 ■■■ Busca un número cuyo doble más tres unidades sea igual a su triple menos cinco unidades.

$$2x + 3 = 3x - 5 \rightarrow x = 8$$

El número es 8.

13 ■■■ Dividiendo un número entre tres, se obtiene el mismo resultado que restándole 16. ¿De qué número se trata?

$$\frac{x}{3} = x - 16 \rightarrow x = 24$$

El número es 24.

- 14** ■■■ Multiplicando un número por 5, se obtiene el mismo resultado que sumándole 12. ¿Cuál es ese número?

$$5x = x + 12 \rightarrow x = 3$$

El número es 3.

- 15** ■■■ Si al triple de un número se le suman 15 y el resultado se divide entre 4, da 9. ¿Cuál es ese número?

$$\frac{3x + 15}{4} = 9 \rightarrow x = 7$$

El número es 7.

- 16** ■■■ La suma de dos números es 167, y su diferencia, 19. ¿Cuáles son esos números?

Un número $\rightarrow x$

Otro número $\rightarrow x + 19$

$$x + (x + 19) = 167 \rightarrow x = 74; \quad x + 19 = 93$$

Los números son 74 y 93.

- 17** ■■■ Calcula el número natural que sumado a su siguiente da 157.

$$\text{EL NÚMERO} \rightarrow x \quad \text{SU SIGUIENTE} \rightarrow x + 1$$

$$x + (x + 1) = 157 \rightarrow x = 78$$

El número es 78.

- 18** ■■■ La suma de tres números consecutivos es 135. ¿Cuáles son esos números?

$$(x - 1) + x + (x + 1) = 135 \rightarrow x = 45$$

Los números son 44, 45 y 46.

- 19** ■■■ Si a la cuarta parte de un número se le restan tres unidades, se obtiene su quinta parte. Calcula dicho número.

$$\frac{x}{4} - 3 = \frac{x}{5} \rightarrow x = 60$$

El número es 60.

- 20** ■■■ Teresa es siete años mayor que su hermano Antonio y dos años menor que su hermana Blanca. Calcula la edad de cada uno sabiendo que entre los tres suman 34 años.

$$\text{ANTONIO} \rightarrow x - 7 \quad \text{TERESA} \rightarrow x \quad \text{BLANCA} \rightarrow x + 2$$

$$(x - 7) + x + (x + 2) = 34 \rightarrow x = 13$$

Antonio tiene $x - 7 = 13 - 7 = 6$ años.

Teresa tiene 13 años.

Blanca tiene $x + 2 = 13 + 2 = 15$ años.

- 21** ■■■ Una ensaimada cuesta 10 céntimos más que un cruasán. Tres cruasanes y cuatro ensaimadas han costado 6 euros. ¿Cuál es el coste de cada pieza?

Cruasán $\rightarrow x$

Ensamada $\rightarrow x + 10$

$$3x + 4(x + 10) = 600 \rightarrow x = 80$$

Un cruasán cuesta 80 céntimos y una ensaimada 90 céntimos.

- 22** ■■■ Narciso ha comprado en las rebajas dos pantalones y tres camisetas por 161 €. ¿Cuál era el precio de cada artículo, sabiendo que un pantalón costaba el doble que una camiseta?

Camiseta $\rightarrow x$

Pantalón $\rightarrow 2x$

$$2 \cdot 2x + 3x = 161 \rightarrow x = 23$$

Una camiseta cuesta 23 € y un pantalón 46 €

- 23** ■■■ Reparte 280 € entre tres personas, de forma que la primera reciba el triple que la segunda, y esta, el doble que la tercera.

PRIMERA PERSONA $\rightarrow 6x$

SEGUNDA PERSONA $\rightarrow 2x$

TERCERA PERSONA $\rightarrow x$

$$6x + 2x + x = 280 \rightarrow x = 31,11$$

La tercera persona recibe 31,11 €

La segunda $31,11 \cdot 2 = 62,22$ €

La primera $6 \cdot 31,11 = 186,67$ €

PÁGINA 143

- 24** ■■■ Tres agricultores reciben una indemnización de 100 000 € por la expropiación de terrenos para la construcción de una autopista. ¿Cómo han de repartirse el dinero, sabiendo que el primero ha perdido el doble de terreno que el segundo, y este, el triple de terreno que el tercero?

$$6x + 3x + x = 100\,000 \rightarrow x = 10\,000$$

Primer agricultor $\rightarrow 60\,000$ €

Segundo agricultor $\rightarrow 30\,000$ €

Tercer agricultor $\rightarrow 10\,000$ €

- 25** ■■■ En la caja de un supermercado hay 1 140 euros repartidos en billetes de 5, 10, 20 y 50 euros. Sabiendo que:

— Hay el doble de billetes de 5 € que de 10 €.

— De 10 € hay la misma cantidad que de 20 €.

— De 20 € hay seis billetes más que de 50 €.

¿Cuántos billetes de cada clase tiene la caja?

Billetes de 50 € $\rightarrow x$

Billetes de 20 € $\rightarrow x + 6$

Billetes de 10 € $\rightarrow x + 6$

Billetes de 5 € $\rightarrow 2(x + 6)$

$$50x + 20(x + 6) + 10(x + 6) + 5 \cdot 2 \cdot (x + 6) = 1140 \rightarrow x = 10$$

En la caja hay 10 billetes de 50 €, 16 billetes de 20 €, 16 billetes de 10 € y 32 billetes de 5 €.

- 26** ■■■ Se han repartido 500 litros de gasóleo, a partes iguales, en dos barriles. ¿Cuántos litros se han de pasar de uno al otro para que el segundo quede con el triple de cantidad que el primero?

$$3 \cdot (250 - x) = 250 + x \rightarrow x = 125$$

Se han de pasar 125 litros. Así, el primer barril quedará con 125 l y el segundo con 375 l.

- 27** ■■■ Un hortelano siembra la mitad de su huerta de pimientos; la tercera parte, de tomates, y el resto, que son 200 m², de patatas. ¿Cuál es la superficie total de la huerta?

SUPERFICIE DE LA HUERTA $\rightarrow x$

PIMIENTOS $\rightarrow x/2$

TOMATES $\rightarrow x/3$

PATATAS $\rightarrow 200 \text{ m}^2$

$$\frac{x}{2} + \frac{x}{3} + 200 = x \rightarrow x = 1200$$

La huerta tiene una superficie de 1 200 m².

- 28** ■■■ Resuelto en el libro de texto.

- 29** ■■■ Un padre tiene 38 años, y su hijo, 11. ¿Cuántos años han de transcurrir para que el padre tenga solo el doble de edad que el hijo?

	HOY	DENTRO DE x AÑOS
PADRE	38	$38 + x$
HIJO	11	$11 + x$

$$38 + x = 2(11 + x) \rightarrow x = 16$$

Han de transcurrir 16 años.

- 30** ■■■ La edad de doña Adela es seis veces la de su nieto Fernando, pero dentro de 8 años solo será el cuádruple. ¿Qué edad tiene cada uno?

	HOY	DENTRO DE 8 AÑOS
ADELA	$6x$	$6x + 8$
FERNANDO	x	$x + 8$

$$4(x + 8) = 6x + 8 \rightarrow x = 12$$

Fernando tiene 12 años y Adela, 72 años.

- 31** ■■■ Roberto tiene el triple de edad que su hija Nuria. Calcula la edad de cada uno sabiendo que dentro de 12 años la edad del padre será solamente el doble que la de la hija.

	HOY	DENTRO DE 12 AÑOS
NURIA	x	$x + 12$
ROBERTO	$3x$	$3x + 12$

$$2(x + 12) = 3x + 12 \rightarrow x = 12$$

Nuria tiene 12 años, y Roberto, 36.

- 32** ■■■ Un ciclista sube un puerto a 15 km/h y, después, desciende por el mismo camino a 35 km/h. Si el paseo ha durado 30 minutos, ¿cuánto tiempo ha invertido en la subida?

TIEMPO DE SUBIDA $\rightarrow x$ (horas)

TIEMPO DE BAJADA $\rightarrow \frac{1}{2} - x$ (horas)

DISTANCIA RECORRIDA SUBIENDO $\rightarrow 15x$

DISTANCIA RECORRIDA BAJANDO $\rightarrow 35\left(\frac{1}{2} - x\right)$

$$15x = 35\left(\frac{1}{2} - x\right) \rightarrow x = \frac{7}{20}$$

En la subida ha invertido $\frac{7}{20}$ horas. Es decir, $\frac{7}{20} \text{ h} = \frac{21}{60} \text{ h} = 21$ minutos.

- 33** ■■■ Dos ciclistas parten simultáneamente; uno, de A hacia B, a la velocidad de 24 km/h, y el otro, de B hacia A, a 16 km/h. Si la distancia entre A y B es de 30 km, ¿cuánto tardarán en encontrarse?

TIEMPO HASTA EL ENCUENTRO $\rightarrow x$ (horas)

DISTANCIA RECORRIDA POR EL PRIMERO $\rightarrow 24x$

DISTANCIA RECORRIDA POR EL SEGUNDO $\rightarrow 16x$

$$24x + 16x = 30 \rightarrow x = \frac{3}{4}$$

Tardan en encontrarse tres cuartos de hora.

- 34** ■■■ Dos trenes se encuentran, respectivamente, en las estaciones de dos ciudades separadas entre sí 132 km. Ambos parten a la misma hora, por vías paralelas, hacia la ciudad contraria. Si el primero va a 70 km/h, y el segundo, a 95 km/h, ¿cuánto tardarán en cruzarse?

$$70x + 95x = 132 \rightarrow x = \frac{4}{5}$$

Tardan en encontrarse $\frac{4}{5}$ h. Es decir, $\frac{4}{5} \text{ h} = \frac{48}{60} \text{ h} = 48$ minutos.

35 ■■■ Un ciclista sale de cierta población, por carretera, a la velocidad de 22 km/h. Hora y media después, sale en su búsqueda un motorista a 55 km/h. ¿Cuánto tardará en darle alcance?

- Tiempo hasta el alcance $\rightarrow x$
- Distancia recorrida por el motorista $\rightarrow 55x$
- Distancia recorrida por el ciclista $\rightarrow 22 \cdot \left(x + \frac{3}{2}\right)$

$$55x = 22 \cdot \left(x + \frac{3}{2}\right) \rightarrow x = 1$$

La moto tarda una hora en alcanzar al ciclista.

36 ■■■ Un camión sale por carretera de cierta ciudad a 60 km/h. Diez minutos después sale en su persecución un coche que tarda quince minutos en darle alcance. ¿A qué velocidad iba el coche?

$$\text{Distancia del camión} \rightarrow 60 \cdot \frac{25}{60}$$

$$\text{Distancia del coche} \rightarrow x \cdot \frac{15}{60}$$

$$60 \cdot \frac{25}{60} = x \cdot \frac{15}{60} \rightarrow x = 100$$

La velocidad del coche era de 100 km/h.

PÁGINA 144

37 ■■■ Se han pagado 66 € por una prenda que estaba rebajada un 12%. ¿Cuál era el precio sin rebaja?

$$\text{PRECIO ORIGINAL} \rightarrow x$$

$$\text{REBAJA} \rightarrow \frac{12x}{100}$$

$$\text{ECUACIÓN} \rightarrow x - \frac{12x}{100} = 66$$

$$x - \frac{12x}{100} = 66 \rightarrow x = 75$$

El precio sin rebaja era de 75 €.

38 ■■■ Laura ha comprado una falda y una blusa por 66 €. Ambas tenían el mismo precio, pero en la falda le han hecho un 20% de rebaja, y en la blusa, solo un 15%. ¿Cuánto costaba originalmente cada prenda?

$$0,80x + 0,85x = 66 \rightarrow x = 40$$

Cada prenda costaba 40 €.

- 39** ■■■ Un inversor ha obtenido un beneficio de 156 € por un capital colocado al 4% durante tres años. ¿A cuánto ascendía el capital?

$$156 = \frac{x \cdot 4 \cdot 3}{100} \rightarrow x = 1\,300$$

El capital ascendía a 1 300 €.

- 40** ■■■ Un fabricante de queso ha mezclado cierta cantidad de leche de vaca, a 0,5 €/l, con otra cantidad de leche de oveja, a 0,80 €/l, obteniendo 300 litros de mezcla a un precio medio de 0,70 €/l. ¿Cuántos litros de cada tipo de leche empleó?

	CANTIDAD (l)	PRECIO (€/l)	COSTE (€)
VACA	x	0,5	$0,5x$
OVEJA	$300 - x$	0,8	$0,8 \cdot (300 - x)$
MEZCLA	300	0,7	$0,7 \cdot 300$

$$0,5x + 0,8(300 - x) = 0,7 \cdot 300 \rightarrow x = 100$$

Se han mezclado 100 litros de leche de vaca con 200 litros de leche de oveja.

- 41** ■■■ ¿Qué cantidad de café de 7,20 €/kg se ha de mezclar con 8 kg de otra clase superior de 9,30 €/kg para obtener una mezcla que salga a un precio medio de 8,40 €/kg?

	CANTIDAD (kg)	PRECIO (€/kg)	PRECIO (€)
CAFÉ A	x	7,20	$7,2x$
CAFÉ B	8	9,30	$8 \cdot 9,3$
MEZCLA	$x + 8$	8,40	$8,4(x + 8)$

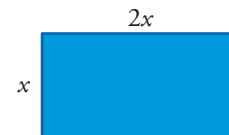
$$7,2x + 8 \cdot 9,3 = 8,4 \cdot (x + 8) \rightarrow x = 6$$

Se han de utilizar 6 kg del café más barato.

- 42** ■■■ Para delimitar en una playa una zona rectangular, el doble de larga que de ancha, se han necesitado 84 m de cinta. ¿Cuáles son las dimensiones del sector delimitado?

$$x + 2x + x + 2x = 84 \rightarrow x = 14$$

La zona medirá 14 m × 28 m.



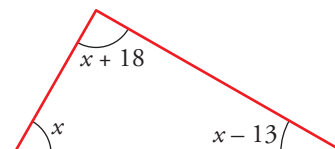
- 43** ■■■ La amplitud de uno de los ángulos de un triángulo es 13 grados mayor y 18 grados menor, respectivamente, que las amplitudes de los otros dos ángulos. Calcula la medida de cada ángulo.

$$x + (x + 18) + (x - 13) = 180 \rightarrow x = \frac{175}{3} \rightarrow 58^\circ 20'$$

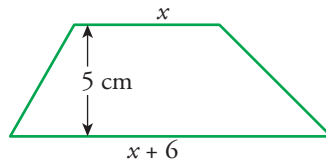
$$\text{Los ángulos miden: } x = \frac{175}{3} = 58^\circ 20'$$

$$x + 18 = 76^\circ 20'$$

$$x - 13 = 45^\circ 20'$$



- 44** ■■■ La altura de un trapecio mide 5 cm y la base mayor es 6 cm más larga que la base menor. Calcula la longitud de cada una de esas bases sabiendo que el área del trapecio mide 65 m².

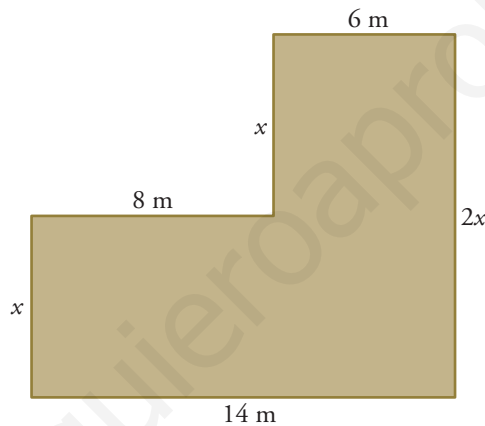


$$A = \frac{B + b}{2} \cdot h$$

$$\frac{x + (x + 6)}{2} \cdot 5 = 65 \rightarrow x = 10$$

Las bases del trapecio miden 10 cm y 16 cm, respectivamente.

- 45** ■■■ Calcula el perímetro de esta finca, sabiendo que el área mide 100 m².



$$14x + 6x = 100 \rightarrow x = 5 \text{ m}$$

$$\text{Perímetro} = 14 + 5 + 8 + 5 + 6 + 10 = 48 \text{ m}$$

- 46** ■■■ Resuelto en el libro de texto.

- 47** ■■■ Un estanque se alimenta de dos bocas de agua. Abriendo solamente la primera, el estanque se llena en 8 horas y, abriendo ambas, en 3 horas. ¿Cuánto tarda en llenarse si se abre solamente la segunda boca?

$$\frac{1}{8} + \frac{1}{x} = \frac{1}{3} \rightarrow x = \frac{24}{5}$$

Si se abre solamente la segunda boca, el estanque tarda en llenarse $\frac{24}{5}$ h = 4 h y 48 minutos.

- 48** ■■■ Un grifo llena un depósito en 30 minutos. Si se abre a la vez un segundo grifo, el depósito se llena en 20 minutos. ¿Cuánto tardaría en llenarse solo con el segundo grifo?

$$\frac{1}{30} + \frac{1}{x} = \frac{1}{20} \rightarrow x = 60$$

El segundo grifo llena el estanque en 60 min = 1 h.

PÁGINA 145

Ecuaciones de segundo grado**49** ■■■ Observa, razona y resuelve.

a) $x^2 = 100$

c) $5x^2 = 45$

e) $x(x-3) = 0$

g) $x(3x-1) = 0$

i) $x^2 - 7x = 0$

k) $3x^2 = 2x$

a) $x = \pm 10$

c) $x = \pm 3$

e) $x = 0; x = 3$

g) $x = 0; x = \frac{1}{3}$

i) $x = 0; x = 7$

k) $x = 0; x = \frac{2}{3}$

b) $x^2 = 20$

d) $12x^2 = 3$

f) $(x+5)x = 0$

h) $3x(5x+2) = 0$

j) $x^2 + 4x = 0$

l) $5x^2 = x^2 - 2x$

b) $x = \pm\sqrt{20} = \pm 2\sqrt{5}$

d) $x = \pm \frac{1}{2}$

f) $x = 0; x = -5$

h) $x = 0; x = -\frac{2}{5}$

j) $x = 0; x = -4$

l) $x = 0; x = -\frac{1}{2}$

50 ■■■ Resuelve aplicando la fórmula.

a) $x^2 - 10x + 21 = 0$

c) $x^2 + 9x + 40 = 0$

e) $15x^2 - 16x + 4 = 0$

g) $x^2 - 10x + 25 = 0$

i) $6x^2 - 5x + 2 = 0$

b) $x^2 + 2x - 3 = 0$

d) $5x^2 + 14x - 3 = 0$

f) $14x^2 + 5x - 1 = 0$

h) $9x^2 + 6x + 1 = 0$

j) $6x^2 - x - 5 = 0$

a) $x = \frac{10 \pm \sqrt{100 - 84}}{2} \rightarrow x = 7; x = 3$

b) $x = \frac{-2 \pm \sqrt{4 + 12}}{2} \rightarrow x = 1; x = -3$

c) $x = \frac{-9 \pm \sqrt{81 - 160}}{2} \rightarrow$ Sin solución.

d) $x = \frac{-14 \pm \sqrt{196 + 60}}{10} \rightarrow x = \frac{1}{5}; x = -3$

e) $x = \frac{16 \pm \sqrt{256 - 240}}{30} \rightarrow x = \frac{2}{3}; x = \frac{2}{5}$

f) $x = \frac{-5 \pm \sqrt{25 + 56}}{28} \rightarrow x = \frac{1}{7}; x = -\frac{1}{2}$

$$g) x = \frac{10 \pm \sqrt{100 - 100}}{2} \rightarrow x = 5; x = 5$$

$$h) x = \frac{-6 \pm \sqrt{36 - 36}}{18} \rightarrow x = -\frac{1}{3}; x = -\frac{1}{3}$$

$$i) x = \frac{5 \pm \sqrt{25 - 48}}{12} \rightarrow \text{Sin solución.}$$

$$j) x = \frac{1 \pm \sqrt{1 + 120}}{2} \rightarrow x = 6; x = -5$$

51 ■■■ Resuelve, primero, mentalmente. Después, reduce a la forma general y aplica la fórmula.

$$a) (x - 4)^2 = 0$$

$$b) (2x - 5)^2 = 0$$

$$c) (x - 1) \cdot (x - 7) = 0$$

$$d) (x + 2) \cdot (x + 4) = 0$$

$$e) (x - 5) \cdot (x + 7) = 0$$

$$f) (2x - 1) \cdot (2x + 1) = 0$$

$$a) x^2 - 8x + 16 = 0 \rightarrow x = 4; x = 4$$

$$b) 4x^2 - 20x + 25 = 0 \rightarrow x = \frac{5}{2}; x = \frac{5}{2}$$

$$c) x^2 - 8x + 7 = 0 \rightarrow x = 1; x = 7$$

$$d) x^2 + 6x + 8 = 0 \rightarrow x = -2; x = -4$$

$$e) x^2 + 2x - 35 = 0 \rightarrow x = 5; x = -7$$

$$f) 4x^2 - 1 = 0 \rightarrow x = \frac{1}{2}; x = -\frac{1}{2}$$

52 ■■■ Reduce a la forma general y aplica la fórmula.

$$a) x^2 - \frac{1}{4} = \frac{1}{5} \left(\frac{x}{4} - 1 \right)$$

$$b) \frac{x}{2} \left(x + \frac{1}{30} \right) = \frac{x}{3} \left(x + \frac{2}{5} \right)$$

$$c) \frac{x}{3} \left(x - \frac{1}{20} \right) = \frac{x^2}{2} - \frac{1}{15} \left(2x - \frac{1}{2} \right)$$

$$d) \frac{x^2}{2} + x = \frac{2x^2 - 5}{3} - 1$$

$$a) 20x^2 - x - 1 = 0 \rightarrow x = \frac{1}{4}; x = -\frac{1}{5}$$

$$b) 10x^2 - 7x = 0 \rightarrow x = 0; x = \frac{7}{10}$$

$$c) 10x^2 - 7x + 2 = 0 \rightarrow \text{Sin solución.}$$

$$d) x^2 - 6x - 16 = 0 \rightarrow x = 8; x = -2$$

Problemas para resolver con ecuaciones de segundo grado

53 ■■■ Calcula, primero, mentalmente y, después, con una ecuación.

a) ¿Qué número multiplicado por su siguiente da 12?

$$x \cdot (x + 1) = 12$$

b) La suma de los cuadrados de dos números consecutivos es 5. ¿De qué números se trata?

$$x^2 + (x + 1)^2 = 5$$

a) $x = 3$; $x = -4$. Se trata de 3 y 4 ó -4 y -3.

b) $x = 1$; $x = -2$. Se trata de 1 y 2 ó -2 y -1.

54 ■■■ Si un número aumentado en tres unidades se multiplica por el mismo número disminuido en otras tres, se obtiene 55. ¿De qué número se trata?

$$(x + 3) \cdot (x - 3) = 55$$

$$x = +8; x = -8$$

El número puede ser 8 ó -8.

55 ■■■ Si el doble de un número se multiplica por ese mismo número disminuido en 5 unidades, da 12. ¿Qué número es?

$$2x(x - 5) = 12 \rightarrow x = 6; x = -1$$

El número puede ser 6 ó -1.

56 ■■■ Los miembros del equipo vamos a hacer un regalo al entrenador que cuesta 80 €. Nos sale un poco caro, pero si fuéramos dos más, tocaríamos a dos euros menos cada uno. ¿Cuántos somos en el equipo?

$$\text{N.º DE COMPONENTES DEL EQUIPO} \rightarrow x$$

$$\text{CADA UNO DEBE PAGAR} \rightarrow \frac{80}{x}$$

$$\text{SI FUERAN DOS MÁS, CADA UNO PAGARÍA} \rightarrow \frac{80}{x + 2}$$

$$\boxed{\begin{array}{l} \text{LO QUE PAGA} \\ \text{CADA UNO} \end{array}} - 2 = \boxed{\begin{array}{l} \text{LO QUE PAGARÍA CADA} \\ \text{UNO SI FUERAN DOS MÁS} \end{array}}$$

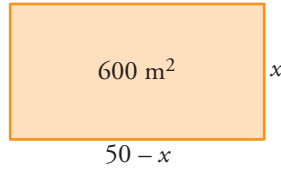
$$\frac{80}{x} - 2 = \frac{80}{x + 2}$$

$$x^2 + 2x - 80 = 0 \rightarrow x = 8; x = -10$$

En el equipo hay 8 jugadores.

57 ■■■ Resuelto en el libro de texto.

- 58** ■■■ El perímetro de un rectángulo mide 100 m, y el área, 600 m². Calcula sus dimensiones.



$$x(50 - x) = 600 \rightarrow x = 30; x = 20$$

El rectángulo mide 30 m de largo y 20 m de ancho.

PÁGINA 141

Ecuaciones sencillas**1** ■■■ Resuelve mentalmente.

a) $x + 4 = 5$

b) $x - 3 = 6$

c) $7 + x = 10$

d) $7 - x = 5$

e) $11 = x + 5$

f) $2 = x - 9$

g) $5 = 2 + x$

h) $9 = 15 - x$

i) $2 - x = 9$

a) $x = 1$

b) $x = 9$

c) $x = 3$

d) $x = 2$

e) $x = 6$

f) $x = 11$

g) $x = 3$

h) $x = 6$

i) $x = -7$

2 ■■■ Resuelve.

a) $2x + x = 5$

b) $7x - 3x = 10 - 7$

c) $x - 9x = 9 - 7$

d) $5x - x = 3 - 5$

e) $6 = 12x - 2x$

f) $2 - 8 = x + 2x$

g) $5x - 13x = 6 - 10$

h) $2x + 4 + 5x = 18$

i) $11x + 17 - 6x = 2$

j) $9 = 12x - 6 - 7x$

k) $2x - 5 + 3x + 1 = 3x - 2$

l) $x + 7 = 12x - 3 - 8x + 1$

m) $6x - 1 + x = 4 - 5x + 3$

n) $x + 2x + 3x - 5 = 4x - 9$

ñ) $5x + 4 - 6x = 7 - x - 3$

o) $4x + 2 + 7x = 10x + 3 + x$

a) $x = \frac{5}{3}$

b) $x = \frac{3}{4}$

c) $x = -\frac{1}{4}$

d) $x = -\frac{1}{2}$

e) $x = \frac{3}{5}$

f) $x = -2$

g) $x = \frac{1}{2}$

h) $x = 2$

i) $x = -3$

j) $x = 3$

k) $x = 1$

l) $x = 3$

m) $x = \frac{2}{3}$

n) $x = -2$

ñ) Es una identidad. Tiene infinitas soluciones.

o) Incompatible. Sin solución.

3 ■■■ Quita paréntesis y resuelve.

a) $6(x + 1) - 4x = 5x - 9$

b) $18x - 13 = 8 - 4(3x - 1)$

c) $3x + 5(2x - 1) = 8 - 3(4 - 5x)$

d) $5 - (4x + 6) = 3x + (7 - 4x)$

e) $x - 7(2x + 1) = 2(6 - 5x) - 13$

f) $11 - 5(3x + 2) + 7x = 1 - 8x$

g) $13x - 5(x + 2) = 4(2x - 1) + 7$

a) $6x + 6 - 4x = 5x - 9 \rightarrow 15 = 3x \rightarrow x = 5$

b) $18x - 13 = 8 - 12x + 4 \rightarrow 30x = 25 \rightarrow x = \frac{5}{6}$

$$c) 3x + 10x - 5 = 8 - 12 + 15x \rightarrow -1 = 2x \rightarrow x = -\frac{1}{2}$$

$$d) 5 - 4x - 6 = 3x + 7 - 4x \rightarrow -8 = 3x \rightarrow x = -\frac{8}{3}$$

$$e) x - 14x - 7 = 12 - 10x - 13 \rightarrow -6 = 3x \rightarrow x = -2$$

$$f) 11 - 15x - 10 + 7x = 1 - 8x \rightarrow 1 - 8x = 1 - 8x \rightarrow$$

→ Identidad. Infinitas soluciones.

$$g) 13x - 5x - 10 = 8x - 4 + 7 \rightarrow 8x - 10 = 8x + 3 \rightarrow$$

→ Incompatible. No tiene solución.

Ecuaciones de primer grado con denominadores

4 ■■■ Quita denominadores y resuelve.

$$a) x + \frac{1}{3} = \frac{x}{3}$$

$$b) \frac{5x}{3} + 1 = \frac{5}{6} + x$$

$$c) \frac{3x}{5} - \frac{1}{4} = x - \frac{7x}{10} - \frac{1}{5}$$

$$d) \frac{x}{3} + \frac{4}{15} - x = \frac{1}{6} - \frac{7x}{10}$$

$$e) \frac{7x}{4} - 1 - \frac{x}{8} = x + \frac{5x}{8} + 1$$

$$f) \frac{x}{2} + \frac{1}{6} - \frac{x}{3} = \frac{x}{6} - \frac{2}{3} + \frac{5}{6}$$

$$a) 3x + 1 = x \rightarrow x = -\frac{1}{2}$$

$$b) 10x + 6 = 5 + 6x \rightarrow x = -\frac{1}{4}$$

$$c) 12x - 5 = 20x - 14x - 4 \rightarrow x = \frac{1}{6}$$

$$d) 10x + 8 - 30x = 5 - 21x \rightarrow x = -3$$

$$e) 14x - 8 - x = 8x + 5x + 8 \rightarrow 0x = 16 \rightarrow \text{Sin solución.}$$

$$f) 3x + 1 - 2x = x - 4 + 5 \rightarrow x + 1 = x + 1 \rightarrow \text{Identidad. Tiene infinitas soluciones.}$$

5 ■■■ Elimina los paréntesis y los denominadores y resuelve.

$$a) 2x - \frac{5}{2} = \frac{1}{2}(x - 3)$$

$$b) \frac{5}{6}(2x - 1) - x = \frac{x}{6}$$

$$c) \frac{x}{5} - 1 = 2\left(x - \frac{4}{5}\right)$$

$$d) x - \frac{1}{3} = \frac{1}{6}(2x - 5)$$

$$a) 4x - 5 = x - 3 \rightarrow x = \frac{2}{3}$$

$$b) 5(2x - 1) - 6x = x \rightarrow 10x - 5 - 6x = x \rightarrow x = \frac{5}{3}$$

$$c) \frac{x}{5} - 1 = 2x - \frac{8}{5} \rightarrow x - 5 = 10x - 8 \rightarrow x = \frac{1}{3}$$

$$d) x - \frac{1}{3} = \frac{x}{3} - \frac{5}{6} \rightarrow 6x - 2 = 2x - 5 \rightarrow x = -\frac{3}{4}$$

6 ■■■ Resuelve las ecuaciones siguientes:

$$a) \frac{1}{5}(2 + 5x) = \frac{1}{2}\left(x - \frac{1}{5}\right)$$

$$b) 2(x - 3) - \frac{1}{3} = x - \frac{1}{3}(x - 1)$$

$$c) 1 - \frac{3x}{8} = \frac{3}{4} - \frac{1}{2}(x - 2)$$

$$d) x - \frac{3x}{4} = \frac{1}{3}(2x - 1) + \frac{x}{6}$$

$$e) 5\left(\frac{x}{4} - \frac{1}{10}\right) = \frac{1}{2}\left(3x - \frac{1}{2}\right)$$

$$f) 1 - \frac{3}{7}(x + 1) = \frac{2x}{3} - \frac{1}{7}$$

$$a) \frac{2}{5} + x = \frac{x}{2} - \frac{1}{10} \rightarrow 4 + 10x = 5x - 1 \rightarrow x = -1$$

$$b) 2x - 6 - \frac{1}{3} = x - \frac{x}{3} + \frac{1}{3} \rightarrow 6x - 18 - 1 = 3x - x + 1 \rightarrow x = 5$$

$$c) 1 - \frac{3x}{8} = \frac{3}{4} - \frac{x}{2} + 1 \rightarrow 8 - 3x = 6 - 4x + 8 \rightarrow x = 6$$

$$d) x - \frac{3x}{4} = \frac{2x}{3} - \frac{1}{3} + \frac{x}{6} \rightarrow 12x - 9x = 8x - 4 + 2x \rightarrow x = \frac{4}{7}$$

$$e) \frac{5x}{4} - \frac{1}{2} = \frac{3x}{2} - \frac{1}{4} \rightarrow 5x - 2 = 6x - 1 \rightarrow x = -1$$

$$f) 21 - 9(x + 1) = 14x - 3 \rightarrow 21 - 9x - 9 = 14x - 3 \rightarrow x = \frac{15}{23}$$

7 ■■■ Elimina denominadores y resuelve.

$$a) x - \frac{x - 3}{5} = 1$$

$$b) 1 - \frac{x + 1}{3} = 2x - \frac{1}{3}$$

$$c) 1 - \frac{1 - x}{3} = x + \frac{1}{2}$$

$$d) \frac{3x}{2} - 1 = \frac{3x + 2}{4}$$

$$e) \frac{3x - 1}{2} - 1 = 2x - 2$$

$$f) x + \frac{2 - 3x}{5} = \frac{x}{2} + 1$$

$$g) 2x + \frac{x - 3}{2} = \frac{x - 3}{4}$$

$$h) \frac{3x}{5} - 1 = x - \frac{x + 1}{2}$$

$$i) \frac{x}{5} - \frac{x + 2}{15} = \frac{x}{3}$$

$$j) \frac{x - 5}{3} + \frac{x - 2}{5} = x - 2$$

$$k) \frac{x + 3}{5} - \frac{x - 6}{7} = 1$$

$$l) \frac{1 - x}{3} - \frac{x - 1}{12} = \frac{3x - 1}{4}$$

$$a) 5x - (x - 3) = 5 \rightarrow 5x - x + 3 = 5 \rightarrow x = \frac{1}{2}$$

$$b) 3 - (x + 1) = 6x - 1 \rightarrow 3 - x - 1 = 6x - 1 \rightarrow x = \frac{3}{7}$$

$$c) 6 - 2(1 - x) = 6x + 3 \rightarrow 6 - 2 + 2x = 6x + 3 \rightarrow x = \frac{1}{4}$$

$$d) 6x - 4 = 3x + 2 \rightarrow x = 2$$

e) $3x - 1 - 2 = 4x - 4 \rightarrow x = 1$

f) $10x + 2(2 - 3x) = 5x + 10 \rightarrow 10x + 4 - 6x = 5x + 10 \rightarrow x = -6$

g) $8x + 2(x - 3) = x - 3 \rightarrow 8x + 2x - 6 = x - 3 \rightarrow x = \frac{1}{3}$

h) $6x - 10 = 10x - 5(x + 1) \rightarrow 6x - 10 = 10x - 5x - 5 \rightarrow x = 5$

i) $3x - (x + 2) = 5x \rightarrow 3x - x - 2 = 5x \rightarrow x = -\frac{2}{3}$

j) $5(x - 5) + 3(x - 2) = 15(x - 2) \rightarrow 5x - 25 + 3x - 6 = 15x - 30 \rightarrow x = -\frac{1}{7}$

k) $7(x + 3) - 5(x - 6) = 35 \rightarrow 7x + 21 - 5x + 30 = 35 \rightarrow x = -8$

l) $4(1 - x) - (x - 1) = 3(3x - 1) \rightarrow 4 - 4x - x + 1 = 9x - 3 \rightarrow x = \frac{4}{7}$

8 ■■■ Resuelve estas ecuaciones:

a) $\frac{3x-1}{4} - \frac{2x+1}{5} = \frac{7x-13}{20}$

b) $2 + \frac{2}{5}(x+1) = x - \frac{2x+3}{5}$

c) $\frac{2}{3}(1-3x) + \frac{3(x-1)}{4} = \frac{5}{12}(1-x)$

d) $\frac{3}{5}\left(\frac{x-1}{3} + 1\right) + x = \frac{3}{4}\left(x - \frac{2}{3}\right)$

a) $5(3x - 1) - 4(2x + 1) = 7x - 13 \rightarrow 15x - 5 - 8x - 4 = 7x - 13 \rightarrow$
 \rightarrow Incompatible. No tiene solución.

b) $10 + 2(x + 1) = 5x - (2x + 3) \rightarrow 10 + 2x + 2 = 5x - 2x - 3 \rightarrow x = 15$

c) $8(1 - 3x) + 9(x - 1) = 5(1 - x) \rightarrow 8 - 24x + 9x - 9 = 5 - 5x \rightarrow x = \frac{-3}{5}$

d) $\frac{x-1}{5} + \frac{3}{5} + x = \frac{3x}{4} - \frac{1}{2} \rightarrow 4x - 4 + 12 + 20x = 15x - 10 \rightarrow x = -2$

PÁGINA 142**9** ■■■ Resuelto en el libro de texto.**10** ■■■ Elimina denominadores, con las indicaciones que se ofrecen, y resuelve.

a) $\frac{1}{x} + \frac{1}{2} = 3 \leftrightarrow$ Multiplica ambos miembros por $2x$.

b) $\frac{1}{2} - \frac{1}{x} = \frac{2}{5} \leftrightarrow$ Multiplica por $10x$.

c) $\frac{3}{x-2} - 1 = \frac{x}{x-2} \leftrightarrow$ Multiplica por $(x - 2)$.

d) $\frac{2x}{3x-1} + 2 = \frac{5}{3x-1} \leftrightarrow$ Multiplica por $(3x - 1)$.

e) $\frac{1}{x-1} + 1 = \frac{1}{2} \Leftrightarrow$ Multiplica por $2 \cdot (x-1)$.

f) $\frac{2x}{x-3} - \frac{1}{5} = \frac{2}{x-3} \Leftrightarrow$ Multiplica por $5 \cdot (x-3)$.

g) $\frac{3x}{x-1} + \frac{6}{5(x-1)} = \frac{1}{5} \Leftrightarrow$ Multiplica por $5 \cdot (x-1)$.

a) $2 + x = 6x \rightarrow x = \frac{2}{5}$

b) $5x - 10 = 4x \rightarrow x = 10$

c) $3 - (x - 2) = x \rightarrow x = \frac{5}{2}$

d) $2x + 2(3x - 1) = 5 \rightarrow x = \frac{7}{8}$

e) $2 + 2(x - 1) = x - 1 \rightarrow x = -1$

f) $10x - (x - 3) = 10 \rightarrow x = \frac{7}{9}$

g) $15x + 6 = x - 1 \rightarrow x = -\frac{1}{2}$

Problemas para resolver con ecuaciones de primer grado

11 ■■■ Calcula, primero, mentalmente y, después, con la ayuda de una ecuación.

a) Si a un número le sumas 12, obtienes 25. ¿De qué número se trata?

b) Si a un número le restas 10, obtienes 20. ¿Qué número es?

c) Un número, x , y su siguiente, $x + 1$, suman 13. ¿Cuáles son esos números?

d) En mi clase somos 29 en total, pero hay tres chicos más que chicas. ¿Cuántos chicos y cuántas chicas hay en la clase?

a) $x + 12 = 25 \rightarrow x = 13$

El número es 13.

b) $x - 10 = 20 \rightarrow x = 30$

El número es 30.

c) $x + (x + 1) = 13 \rightarrow x = 6$

Los números son 6 y 7.

d) $\left. \begin{array}{l} \text{Chicas} \rightarrow x \\ \text{Chicos} \rightarrow x + 3 \end{array} \right\} x + (x + 3) = 29 \rightarrow x = 13$

En la clase hay 13 chicas y 16 chicos.

12 ■■■ Busca un número cuyo doble más tres unidades sea igual a su triple menos cinco unidades.

$$2x + 3 = 3x - 5 \rightarrow x = 8$$

El número es 8.

13 ■■■ Dividiendo un número entre tres, se obtiene el mismo resultado que restándole 16. ¿De qué número se trata?

$$\frac{x}{3} = x - 16 \rightarrow x = 24$$

El número es 24.

- 14** ■■■ Multiplicando un número por 5, se obtiene el mismo resultado que sumándole 12. ¿Cuál es ese número?

$$5x = x + 12 \rightarrow x = 3$$

El número es 3.

- 15** ■■■ Si al triple de un número se le suman 15 y el resultado se divide entre 4, da 9. ¿Cuál es ese número?

$$\frac{3x + 15}{4} = 9 \rightarrow x = 7$$

El número es 7.

- 16** ■■■ La suma de dos números es 167, y su diferencia, 19. ¿Cuáles son esos números?

Un número $\rightarrow x$

Otro número $\rightarrow x + 19$

$$x + (x + 19) = 167 \rightarrow x = 74; \quad x + 19 = 93$$

Los números son 74 y 93.

- 17** ■■■ Calcula el número natural que sumado a su siguiente da 157.

$$\text{EL NÚMERO} \rightarrow x \quad \text{SU SIGUIENTE} \rightarrow x + 1$$

$$x + (x + 1) = 157 \rightarrow x = 78$$

El número es 78.

- 18** ■■■ La suma de tres números consecutivos es 135. ¿Cuáles son esos números?

$$(x - 1) + x + (x + 1) = 135 \rightarrow x = 45$$

Los números son 44, 45 y 46.

- 19** ■■■ Si a la cuarta parte de un número se le restan tres unidades, se obtiene su quinta parte. Calcula dicho número.

$$\frac{x}{4} - 3 = \frac{x}{5} \rightarrow x = 60$$

El número es 60.

- 20** ■■■ Teresa es siete años mayor que su hermano Antonio y dos años menor que su hermana Blanca. Calcula la edad de cada uno sabiendo que entre los tres suman 34 años.

$$\text{ANTONIO} \rightarrow x - 7 \quad \text{TERESA} \rightarrow x \quad \text{BLANCA} \rightarrow x + 2$$

$$(x - 7) + x + (x + 2) = 34 \rightarrow x = 13$$

Antonio tiene $x - 7 = 13 - 7 = 6$ años.

Teresa tiene 13 años.

Blanca tiene $x + 2 = 13 + 2 = 15$ años.

- 21** ■■■ Una ensaimada cuesta 10 céntimos más que un cruasán. Tres cruasanes y cuatro ensaimadas han costado 6 euros. ¿Cuál es el coste de cada pieza?

Cruasán $\rightarrow x$

Ensamada $\rightarrow x + 10$

$$3x + 4(x + 10) = 600 \rightarrow x = 80$$

Un cruasán cuesta 80 céntimos y una ensaimada 90 céntimos.

- 22** ■■■ Narciso ha comprado en las rebajas dos pantalones y tres camisetas por 161 €. ¿Cuál era el precio de cada artículo, sabiendo que un pantalón costaba el doble que una camiseta?

Camiseta $\rightarrow x$

Pantalón $\rightarrow 2x$

$$2 \cdot 2x + 3x = 161 \rightarrow x = 23$$

Una camiseta cuesta 23 € y un pantalón 46 €

- 23** ■■■ Reparte 280 € entre tres personas, de forma que la primera reciba el triple que la segunda, y esta, el doble que la tercera.

PRIMERA PERSONA $\rightarrow 6x$

SEGUNDA PERSONA $\rightarrow 2x$

TERCERA PERSONA $\rightarrow x$

$$6x + 2x + x = 280 \rightarrow x = 31,11$$

La tercera persona recibe 31,11 €

La segunda $31,11 \cdot 2 = 62,22$ €

La primera $6 \cdot 31,11 = 186,67$ €

PÁGINA 143

- 24** ■■■ Tres agricultores reciben una indemnización de 100 000 € por la expropiación de terrenos para la construcción de una autopista. ¿Cómo han de repartirse el dinero, sabiendo que el primero ha perdido el doble de terreno que el segundo, y este, el triple de terreno que el tercero?

$$6x + 3x + x = 100\,000 \rightarrow x = 10\,000$$

Primer agricultor $\rightarrow 60\,000$ €

Segundo agricultor $\rightarrow 30\,000$ €

Tercer agricultor $\rightarrow 10\,000$ €

- 25** ■■■ En la caja de un supermercado hay 1 140 euros repartidos en billetes de 5, 10, 20 y 50 euros. Sabiendo que:

— Hay el doble de billetes de 5 € que de 10 €.

— De 10 € hay la misma cantidad que de 20 €.

— De 20 € hay seis billetes más que de 50 €.

¿Cuántos billetes de cada clase tiene la caja?

Billetes de 50 € $\rightarrow x$

Billetes de 20 € $\rightarrow x + 6$

Billetes de 10 € $\rightarrow x + 6$

Billetes de 5 € $\rightarrow 2(x + 6)$

$$50x + 20(x + 6) + 10(x + 6) + 5 \cdot 2 \cdot (x + 6) = 1140 \rightarrow x = 10$$

En la caja hay 10 billetes de 50 €, 16 billetes de 20 €, 16 billetes de 10 € y 32 billetes de 5 €.

- 26** ■■■ Se han repartido 500 litros de gasóleo, a partes iguales, en dos barriles. ¿Cuántos litros se han de pasar de uno al otro para que el segundo quede con el triple de cantidad que el primero?

$$3 \cdot (250 - x) = 250 + x \rightarrow x = 125$$

Se han de pasar 125 litros. Así, el primer barril quedará con 125 l y el segundo con 375 l.

- 27** ■■■ Un hortelano siembra la mitad de su huerta de pimientos; la tercera parte, de tomates, y el resto, que son 200 m², de patatas. ¿Cuál es la superficie total de la huerta?

SUPERFICIE DE LA HUERTA $\rightarrow x$

PIMIENTOS $\rightarrow x/2$

TOMATES $\rightarrow x/3$

PATATAS $\rightarrow 200 \text{ m}^2$

$$\frac{x}{2} + \frac{x}{3} + 200 = x \rightarrow x = 1200$$

La huerta tiene una superficie de 1 200 m².

- 28** ■■■ Resuelto en el libro de texto.

- 29** ■■■ Un padre tiene 38 años, y su hijo, 11. ¿Cuántos años han de transcurrir para que el padre tenga solo el doble de edad que el hijo?

	HOY	DENTRO DE x AÑOS
PADRE	38	$38 + x$
HIJO	11	$11 + x$

$$38 + x = 2(11 + x) \rightarrow x = 16$$

Han de transcurrir 16 años.

- 30** ■■■ La edad de doña Adela es seis veces la de su nieto Fernando, pero dentro de 8 años solo será el cuádruple. ¿Qué edad tiene cada uno?

	HOY	DENTRO DE 8 AÑOS
ADELA	$6x$	$6x + 8$
FERNANDO	x	$x + 8$

$$4(x + 8) = 6x + 8 \rightarrow x = 12$$

Fernando tiene 12 años y Adela, 72 años.

- 31** ■■■ Roberto tiene el triple de edad que su hija Nuria. Calcula la edad de cada uno sabiendo que dentro de 12 años la edad del padre será solamente el doble que la de la hija.

	HOY	DENTRO DE 12 AÑOS
NURIA	x	$x + 12$
ROBERTO	$3x$	$3x + 12$

$$2(x + 12) = 3x + 12 \rightarrow x = 12$$

Nuria tiene 12 años, y Roberto, 36.

- 32** ■■■ Un ciclista sube un puerto a 15 km/h y, después, desciende por el mismo camino a 35 km/h. Si el paseo ha durado 30 minutos, ¿cuánto tiempo ha invertido en la subida?

TIEMPO DE SUBIDA $\rightarrow x$ (horas)

TIEMPO DE BAJADA $\rightarrow \frac{1}{2} - x$ (horas)

DISTANCIA RECORRIDA SUBIENDO $\rightarrow 15x$

DISTANCIA RECORRIDA BAJANDO $\rightarrow 35\left(\frac{1}{2} - x\right)$

$$15x = 35\left(\frac{1}{2} - x\right) \rightarrow x = \frac{7}{20}$$

En la subida ha invertido $\frac{7}{20}$ horas. Es decir, $\frac{7}{20} \text{ h} = \frac{21}{60} \text{ h} = 21$ minutos.

- 33** ■■■ Dos ciclistas parten simultáneamente; uno, de A hacia B, a la velocidad de 24 km/h, y el otro, de B hacia A, a 16 km/h. Si la distancia entre A y B es de 30 km, ¿cuánto tardarán en encontrarse?

TIEMPO HASTA EL ENCUENTRO $\rightarrow x$ (horas)

DISTANCIA RECORRIDA POR EL PRIMERO $\rightarrow 24x$

DISTANCIA RECORRIDA POR EL SEGUNDO $\rightarrow 16x$

$$24x + 16x = 30 \rightarrow x = \frac{3}{4}$$

Tardan en encontrarse tres cuartos de hora.

- 34** ■■■ Dos trenes se encuentran, respectivamente, en las estaciones de dos ciudades separadas entre sí 132 km. Ambos parten a la misma hora, por vías paralelas, hacia la ciudad contraria. Si el primero va a 70 km/h, y el segundo, a 95 km/h, ¿cuánto tardarán en cruzarse?

$$70x + 95x = 132 \rightarrow x = \frac{4}{5}$$

Tardan en encontrarse $\frac{4}{5}$ h. Es decir, $\frac{4}{5} \text{ h} = \frac{48}{60} \text{ h} = 48$ minutos.

35 ■■■ Un ciclista sale de cierta población, por carretera, a la velocidad de 22 km/h. Hora y media después, sale en su búsqueda un motorista a 55 km/h. ¿Cuánto tardará en darle alcance?

- Tiempo hasta el alcance $\rightarrow x$
- Distancia recorrida por el motorista $\rightarrow 55x$
- Distancia recorrida por el ciclista $\rightarrow 22 \cdot \left(x + \frac{3}{2}\right)$

$$55x = 22 \cdot \left(x + \frac{3}{2}\right) \rightarrow x = 1$$

La moto tarda una hora en alcanzar al ciclista.

36 ■■■ Un camión sale por carretera de cierta ciudad a 60 km/h. Diez minutos después sale en su persecución un coche que tarda quince minutos en darle alcance. ¿A qué velocidad iba el coche?

$$\text{Distancia del camión} \rightarrow 60 \cdot \frac{25}{60}$$

$$\text{Distancia del coche} \rightarrow x \cdot \frac{15}{60}$$

$$60 \cdot \frac{25}{60} = x \cdot \frac{15}{60} \rightarrow x = 100$$

La velocidad del coche era de 100 km/h.

PÁGINA 144

37 ■■■ Se han pagado 66 € por una prenda que estaba rebajada un 12%. ¿Cuál era el precio sin rebaja?

$$\text{PRECIO ORIGINAL} \rightarrow x$$

$$\text{REBAJA} \rightarrow \frac{12x}{100}$$

$$\text{ECUACIÓN} \rightarrow x - \frac{12x}{100} = 66$$

$$x - \frac{12x}{100} = 66 \rightarrow x = 75$$

El precio sin rebaja era de 75 €.

38 ■■■ Laura ha comprado una falda y una blusa por 66 €. Ambas tenían el mismo precio, pero en la falda le han hecho un 20% de rebaja, y en la blusa, solo un 15%. ¿Cuánto costaba originalmente cada prenda?

$$0,80x + 0,85x = 66 \rightarrow x = 40$$

Cada prenda costaba 40 €.

- 39** ■■■ Un inversor ha obtenido un beneficio de 156 € por un capital colocado al 4% durante tres años. ¿A cuánto ascendía el capital?

$$156 = \frac{x \cdot 4 \cdot 3}{100} \rightarrow x = 1\,300$$

El capital ascendía a 1 300 €.

- 40** ■■■ Un fabricante de queso ha mezclado cierta cantidad de leche de vaca, a 0,5 €/l, con otra cantidad de leche de oveja, a 0,80 €/l, obteniendo 300 litros de mezcla a un precio medio de 0,70 €/l. ¿Cuántos litros de cada tipo de leche empleó?

	CANTIDAD (l)	PRECIO (€/l)	COSTE (€)
VACA	x	0,5	$0,5x$
OVEJA	$300 - x$	0,8	$0,8 \cdot (300 - x)$
MEZCLA	300	0,7	$0,7 \cdot 300$

$$0,5x + 0,8(300 - x) = 0,7 \cdot 300 \rightarrow x = 100$$

Se han mezclado 100 litros de leche de vaca con 200 litros de leche de oveja.

- 41** ■■■ ¿Qué cantidad de café de 7,20 €/kg se ha de mezclar con 8 kg de otra clase superior de 9,30 €/kg para obtener una mezcla que salga a un precio medio de 8,40 €/kg?

	CANTIDAD (kg)	PRECIO (€/kg)	PRECIO (€)
CAFÉ A	x	7,20	$7,2x$
CAFÉ B	8	9,30	$8 \cdot 9,3$
MEZCLA	$x + 8$	8,40	$8,4(x + 8)$

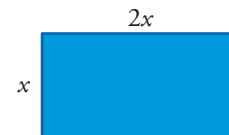
$$7,2x + 8 \cdot 9,3 = 8,4 \cdot (x + 8) \rightarrow x = 6$$

Se han de utilizar 6 kg del café más barato.

- 42** ■■■ Para delimitar en una playa una zona rectangular, el doble de larga que de ancha, se han necesitado 84 m de cinta. ¿Cuáles son las dimensiones del sector delimitado?

$$x + 2x + x + 2x = 84 \rightarrow x = 14$$

La zona medirá 14 m × 28 m.



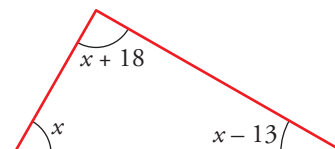
- 43** ■■■ La amplitud de uno de los ángulos de un triángulo es 13 grados mayor y 18 grados menor, respectivamente, que las amplitudes de los otros dos ángulos. Calcula la medida de cada ángulo.

$$x + (x + 18) + (x - 13) = 180 \rightarrow x = \frac{175}{3} \rightarrow 58^\circ 20'$$

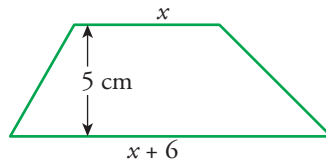
$$\text{Los ángulos miden: } x = \frac{175}{3} = 58^\circ 20'$$

$$x + 18 = 76^\circ 20'$$

$$x - 13 = 45^\circ 20'$$



- 44** ■■■ La altura de un trapecio mide 5 cm y la base mayor es 6 cm más larga que la base menor. Calcula la longitud de cada una de esas bases sabiendo que el área del trapecio mide 65 m².

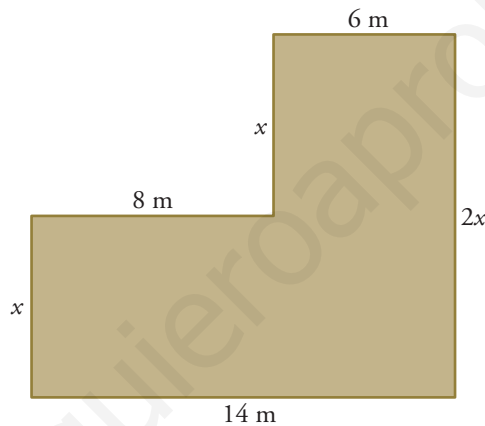


$$A = \frac{B + b}{2} \cdot h$$

$$\frac{x + (x + 6)}{2} \cdot 5 = 65 \rightarrow x = 10$$

Las bases del trapecio miden 10 cm y 16 cm, respectivamente.

- 45** ■■■ Calcula el perímetro de esta finca, sabiendo que el área mide 100 m².



$$14x + 6x = 100 \rightarrow x = 5 \text{ m}$$

$$\text{Perímetro} = 14 + 5 + 8 + 5 + 6 + 10 = 48 \text{ m}$$

- 46** ■■■ Resuelto en el libro de texto.

- 47** ■■■ Un estanque se alimenta de dos bocas de agua. Abriendo solamente la primera, el estanque se llena en 8 horas y, abriendo ambas, en 3 horas. ¿Cuánto tarda en llenarse si se abre solamente la segunda boca?

$$\frac{1}{8} + \frac{1}{x} = \frac{1}{3} \rightarrow x = \frac{24}{5}$$

Si se abre solamente la segunda boca, el estanque tarda en llenarse $\frac{24}{5}$ h = 4 h y 48 minutos.

- 48** ■■■ Un grifo llena un depósito en 30 minutos. Si se abre a la vez un segundo grifo, el depósito se llena en 20 minutos. ¿Cuánto tardaría en llenarse solo con el segundo grifo?

$$\frac{1}{30} + \frac{1}{x} = \frac{1}{20} \rightarrow x = 60$$

El segundo grifo llena el estanque en 60 min = 1 h.

PÁGINA 145

Ecuaciones de segundo grado**49** ■■■ Observa, razona y resuelve.

a) $x^2 = 100$

c) $5x^2 = 45$

e) $x(x-3) = 0$

g) $x(3x-1) = 0$

i) $x^2 - 7x = 0$

k) $3x^2 = 2x$

a) $x = \pm 10$

c) $x = \pm 3$

e) $x = 0; x = 3$

g) $x = 0; x = \frac{1}{3}$

i) $x = 0; x = 7$

k) $x = 0; x = \frac{2}{3}$

b) $x^2 = 20$

d) $12x^2 = 3$

f) $(x+5)x = 0$

h) $3x(5x+2) = 0$

j) $x^2 + 4x = 0$

l) $5x^2 = x^2 - 2x$

b) $x = \pm\sqrt{20} = \pm 2\sqrt{5}$

d) $x = \pm \frac{1}{2}$

f) $x = 0; x = -5$

h) $x = 0; x = -\frac{2}{5}$

j) $x = 0; x = -4$

l) $x = 0; x = -\frac{1}{2}$

50 ■■■ Resuelve aplicando la fórmula.

a) $x^2 - 10x + 21 = 0$

c) $x^2 + 9x + 40 = 0$

e) $15x^2 - 16x + 4 = 0$

g) $x^2 - 10x + 25 = 0$

i) $6x^2 - 5x + 2 = 0$

b) $x^2 + 2x - 3 = 0$

d) $5x^2 + 14x - 3 = 0$

f) $14x^2 + 5x - 1 = 0$

h) $9x^2 + 6x + 1 = 0$

j) $6x^2 - x - 5 = 0$

a) $x = \frac{10 \pm \sqrt{100 - 84}}{2} \rightarrow x = 7; x = 3$

b) $x = \frac{-2 \pm \sqrt{4 + 12}}{2} \rightarrow x = 1; x = -3$

c) $x = \frac{-9 \pm \sqrt{81 - 160}}{2} \rightarrow$ Sin solución.

d) $x = \frac{-14 \pm \sqrt{196 + 60}}{10} \rightarrow x = \frac{1}{5}; x = -3$

e) $x = \frac{16 \pm \sqrt{256 - 240}}{30} \rightarrow x = \frac{2}{3}; x = \frac{2}{5}$

f) $x = \frac{-5 \pm \sqrt{25 + 56}}{28} \rightarrow x = \frac{1}{7}; x = -\frac{1}{2}$

$$g) x = \frac{10 \pm \sqrt{100 - 100}}{2} \rightarrow x = 5; x = 5$$

$$h) x = \frac{-6 \pm \sqrt{36 - 36}}{18} \rightarrow x = -\frac{1}{3}; x = -\frac{1}{3}$$

$$i) x = \frac{5 \pm \sqrt{25 - 48}}{12} \rightarrow \text{Sin solución.}$$

$$j) x = \frac{1 \pm \sqrt{1 + 120}}{2} \rightarrow x = 6; x = -5$$

51 ■■■ Resuelve, primero, mentalmente. Después, reduce a la forma general y aplica la fórmula.

$$a) (x - 4)^2 = 0$$

$$b) (2x - 5)^2 = 0$$

$$c) (x - 1) \cdot (x - 7) = 0$$

$$d) (x + 2) \cdot (x + 4) = 0$$

$$e) (x - 5) \cdot (x + 7) = 0$$

$$f) (2x - 1) \cdot (2x + 1) = 0$$

$$a) x^2 - 8x + 16 = 0 \rightarrow x = 4; x = 4$$

$$b) 4x^2 - 20x + 25 = 0 \rightarrow x = \frac{5}{2}; x = \frac{5}{2}$$

$$c) x^2 - 8x + 7 = 0 \rightarrow x = 1; x = 7$$

$$d) x^2 + 6x + 8 = 0 \rightarrow x = -2; x = -4$$

$$e) x^2 + 2x - 35 = 0 \rightarrow x = 5; x = -7$$

$$f) 4x^2 - 1 = 0 \rightarrow x = \frac{1}{2}; x = -\frac{1}{2}$$

52 ■■■ Reduce a la forma general y aplica la fórmula.

$$a) x^2 - \frac{1}{4} = \frac{1}{5} \left(\frac{x}{4} - 1 \right)$$

$$b) \frac{x}{2} \left(x + \frac{1}{30} \right) = \frac{x}{3} \left(x + \frac{2}{5} \right)$$

$$c) \frac{x}{3} \left(x - \frac{1}{20} \right) = \frac{x^2}{2} - \frac{1}{15} \left(2x - \frac{1}{2} \right)$$

$$d) \frac{x^2}{2} + x = \frac{2x^2 - 5}{3} - 1$$

$$a) 20x^2 - x - 1 = 0 \rightarrow x = \frac{1}{4}; x = -\frac{1}{5}$$

$$b) 10x^2 - 7x = 0 \rightarrow x = 0; x = \frac{7}{10}$$

$$c) 10x^2 - 7x + 2 = 0 \rightarrow \text{Sin solución.}$$

$$d) x^2 - 6x - 16 = 0 \rightarrow x = 8; x = -2$$

Problemas para resolver con ecuaciones de segundo grado

53 ■■■ Calcula, primero, mentalmente y, después, con una ecuación.

a) ¿Qué número multiplicado por su siguiente da 12?

$$x \cdot (x + 1) = 12$$

b) La suma de los cuadrados de dos números consecutivos es 5. ¿De qué números se trata?

$$x^2 + (x + 1)^2 = 5$$

a) $x = 3$; $x = -4$. Se trata de 3 y 4 ó -4 y -3.

b) $x = 1$; $x = -2$. Se trata de 1 y 2 ó -2 y -1.

54 ■■■ Si un número aumentado en tres unidades se multiplica por el mismo número disminuido en otras tres, se obtiene 55. ¿De qué número se trata?

$$(x + 3) \cdot (x - 3) = 55$$

$$x = +8; x = -8$$

El número puede ser 8 ó -8.

55 ■■■ Si el doble de un número se multiplica por ese mismo número disminuido en 5 unidades, da 12. ¿Qué número es?

$$2x(x - 5) = 12 \rightarrow x = 6; x = -1$$

El número puede ser 6 ó -1.

56 ■■■ Los miembros del equipo vamos a hacer un regalo al entrenador que cuesta 80 €. Nos sale un poco caro, pero si fuéramos dos más, tocaríamos a dos euros menos cada uno. ¿Cuántos somos en el equipo?

$$\text{N.º DE COMPONENTES DEL EQUIPO} \rightarrow x$$

$$\text{CADA UNO DEBE PAGAR} \rightarrow \frac{80}{x}$$

$$\text{SI FUERAN DOS MÁS, CADA UNO PAGARÍA} \rightarrow \frac{80}{x + 2}$$

$$\boxed{\begin{array}{l} \text{LO QUE PAGA} \\ \text{CADA UNO} \end{array}} - 2 = \boxed{\begin{array}{l} \text{LO QUE PAGARÍA CADA} \\ \text{UNO SI FUERAN DOS MÁS} \end{array}}$$

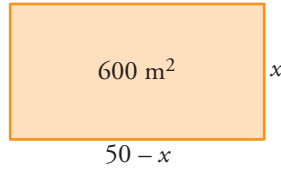
$$\frac{80}{x} - 2 = \frac{80}{x + 2}$$

$$x^2 + 2x - 80 = 0 \rightarrow x = 8; x = -10$$

En el equipo hay 8 jugadores.

57 ■■■ Resuelto en el libro de texto.

- 58** ■■■ El perímetro de un rectángulo mide 100 m, y el área, 600 m². Calcula sus dimensiones.



$$x(50 - x) = 600 \rightarrow x = 30; x = 20$$

El rectángulo mide 30 m de largo y 20 m de ancho.

5 Di si cada una de las siguientes variables estadísticas es cuantitativa o cualitativa:

- a) Deporte preferido.
 b) Número de calzado.
 c) Estatura.
 d) Estudios que se desea realizar.
 e) Nota en el último examen de Matemáticas.
 f) Goles marcados en una jornada por todos los equipos de primera división.
- a) Cualitativa. b) Cuantitativa. c) Cuantitativa.
 d) Cualitativa. e) Cuantitativa. f) Cuantitativa.

6 Lanzamos un dado 40 veces. Estos son los resultados:

1 6 1 4 5	6 2 3 2 4
2 6 6 5 1	2 6 5 3 4
1 6 2 4 6	1 4 6 3 4
2 6 4 3 5	5 2 1 5 3

Halla la frecuencia de cada uno de los valores de la variable.

RESULTADO	1	2	3	4	5	6
FRECUENCIA	6	7	5	7	6	9

PÁGINA 259

4 Halla la \bar{x} y la DM de las siguientes distribuciones. Representálas y compara:

a)

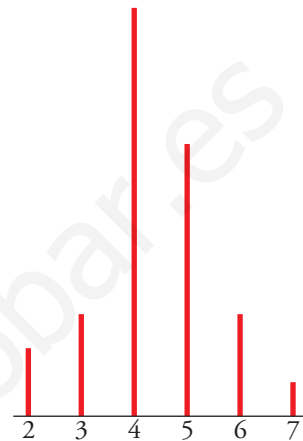
x	2	3	4	5	6	7
f	2	4	12	8	3	1

b)

x	1	2	3	4	6	7	12
f	9	7	3	3	1	1	6

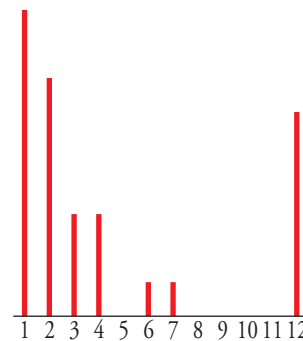
a) $\left\{ \begin{array}{l} \bar{x} = 4,3 \\ DM = 0,89\hat{3} \end{array} \right.$

x	2	3	4	5	6	7	
DISTANCIA	2,3	1,3	0,3	0,7	1,7	2,7	
f	2	4	12	8	3	1	30
d · f	4,6	5,2	3,6	5,6	5,1	2,7	26,8



b) $\left\{ \begin{array}{l} \bar{x} = 4,3 \\ DM = 3,37\hat{3} \end{array} \right.$

x	1	2	3	4	6	7	12	
f	9	7	3	3	1	1	6	30
DISTANCIA	3,3	2,3	1,3	0,3	1,7	2,7	7,7	
d · f	29,7	16,1	3,9	0,9	1,7	2,7	46,2	101,2



a) es casi simétrica, mientras que b) no lo es. En a) las mayores frecuencias están en torno a la media y en b) están muy alejadas de ella.

1 En cada una de las siguientes distribuciones:

a) Halla Q_1 , Me y Q_3 .

b) Representa los datos y sitúa Q_1 , Me y Q_3 sobre ellos.

A: 1, 2, 3, 3, 4, 4, 4, 5, 5, 6, 6, 6, 7, 8, 9, 10

B: 1, 3, 3, 4, 5, 5, 6, 7, 8, 8, 9, 10, 11, 11, 12, 12, 13, 16

C: 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 2, 2, 5, 5, 5, 20

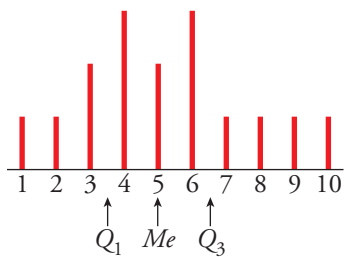
$$a) A \begin{cases} Q_1 = 3,5 \\ Me = 5 \\ Q_3 = 6,5 \end{cases}$$

$$B \begin{cases} Q_1 = 5 \\ Me = 8 \\ Q_3 = 11 \end{cases}$$

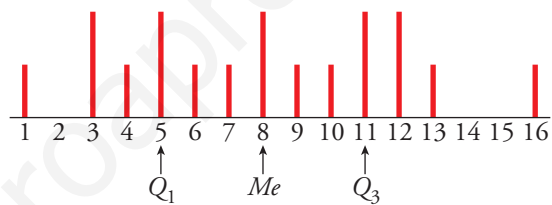
$$C \begin{cases} Q_1 = 1 \\ Me = 1 \\ Q_3 = 5 \end{cases}$$

b)

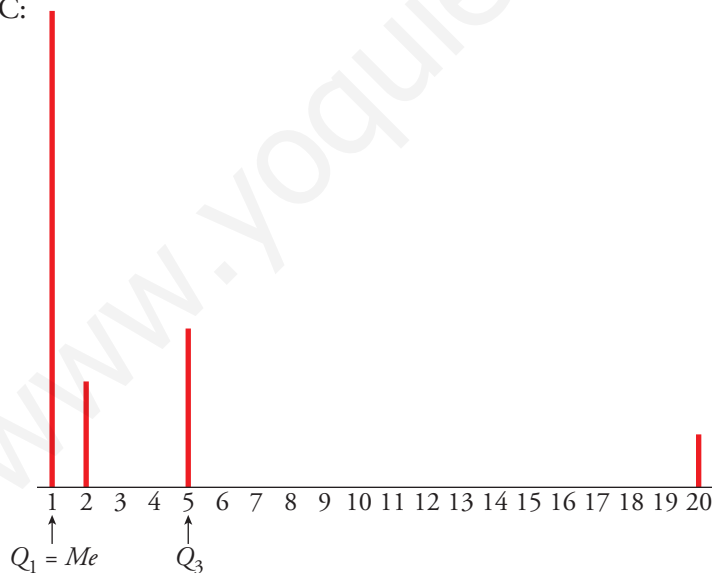
A:



B:

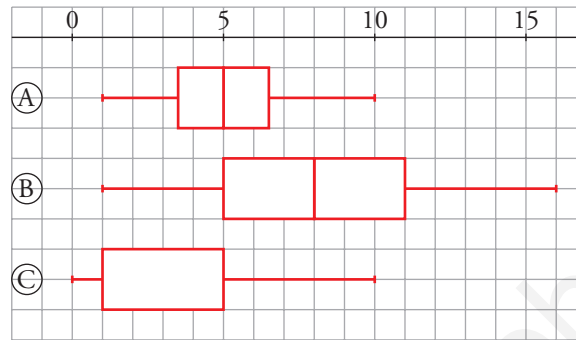


C:



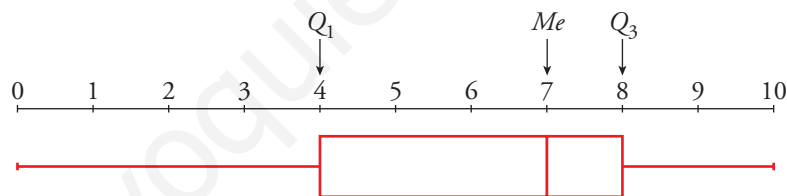
2 Representa mediante un diagrama de caja y bigotes cada una de las tres distribuciones de la ACTIVIDAD 1 de la página anterior.

Utiliza los valores de la media, Me , y de los cuartiles, Q_1 y Q_3 , obtenidos en esa actividad.



3 Representa mediante un diagrama de caja y bigotes las siguientes calificaciones de 35 individuos:

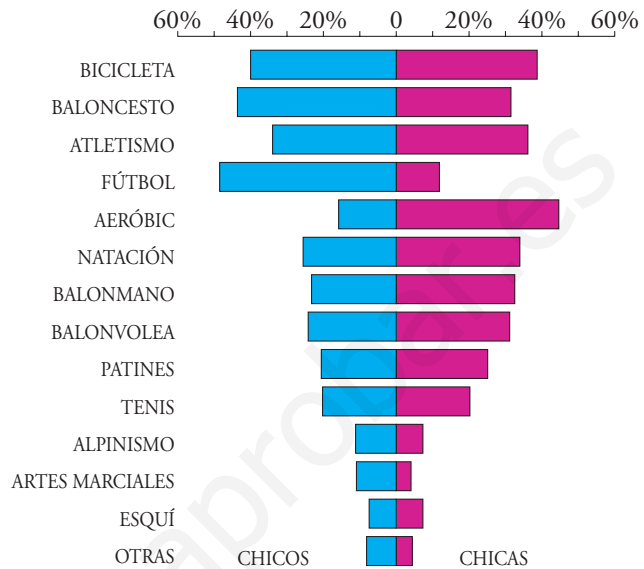
0	3	3	3	4	4	4	4	4	5	5	5	6	6	6
6	7	7	7	7	7	7	7	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	10	10										



Gráficas estadísticas

1 **▼▼▼** Observa este gráfico. Corresponde a los deportes que practican las chicas y los chicos de un centro escolar:

- Aproximadamente, ¿qué porcentaje de chicos practican fútbol? ¿Y de chicas?
- ¿Qué porcentaje de chicas, aproximadamente, practican alpinismo? ¿Y de chicos?
- ¿En qué deporte la proporción de chicas es muy superior a la de chicos?
- Di un deporte en el que la proporción de chicas y chicos es aproximadamente la misma. ¿Cuál es esa proporción?



- ¿Podemos asegurar que hay chicos y chicas que practican más de un deporte? Razona la respuesta.
- Inventa una situación similar a esta relacionada con la lectura (prensa deportiva, prensa del corazón, novela...) y represéntala en una gráfica similar a esta, aunque con menos apartados (4 o 5 son suficientes). Coméntala.

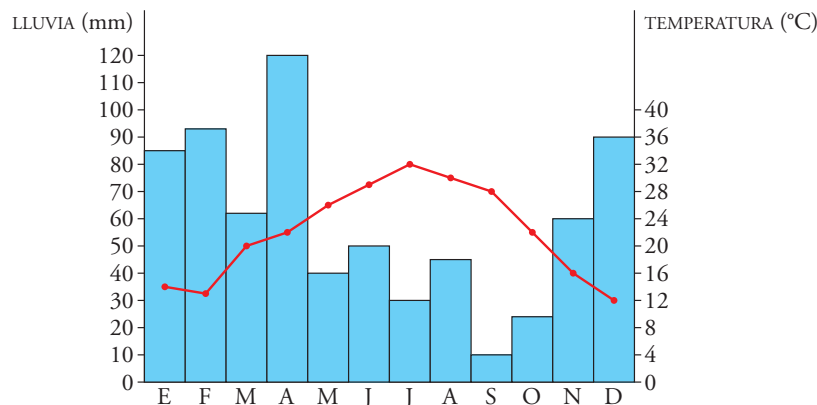
- 50% de chicos. 10% de chicas.
- 8,5% de chicas. 11% de chicos.
- En aerobic.
- En bicicleta. El 40%, aproximadamente.
- Sí, porque entre los 3 primeros deportes los chicos suman más del 100% y con las chicas pasa lo mismo.
- Respuesta libre.

2 **▼▼▼** Haz un climograma como el de la página 255 con los siguientes datos:

	E	F	M	A	M	J	J	A	S	O	N	D
T	14	13	20	22	26	29	32	30	28	22	16	12
LL	85	93	62	120	40	50	30	45	10	24	60	90

T: temperatura en °C.

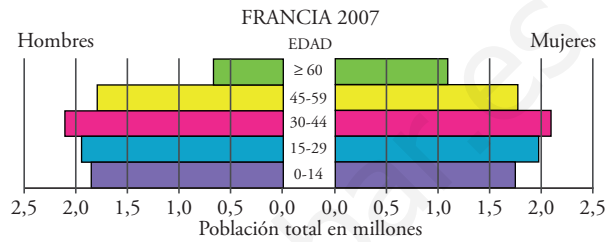
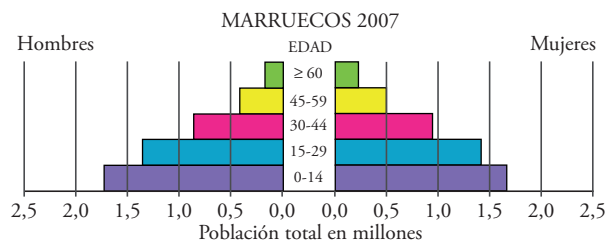
LL: pluviosidad en mm de agua.



3 ▼▼▼ Observa estas pirámides de población:

Di si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas justificando las respuestas:

- La proporción de ancianos/as en Francia es mucho mayor que en Marruecos.
- Hay más ancianas que ancianos en ambos países.
- La proporción de niños/as es mayor en Marruecos que en Francia.

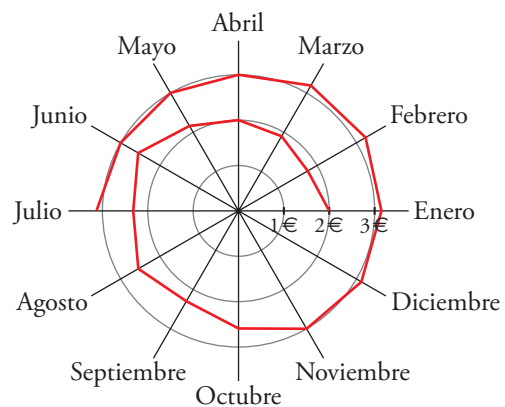


- Verdadero. Hay los mismos niños y el resto de grupos aumenta, incluido el de ancianos/as.
- Verdadero. Se ve simplemente mirando las gráficas. En Francia se nota más.
- Verdadero. La proporción niños/total es mayor en Francia.

4 ▼▼▼ El precio de un cierto producto ha evolucionado, desde enero de 2006 a julio de 2007, como se indica en el gráfico.

Di si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas justificando las respuestas:

- En estos 18 meses, el precio ha subido más del 50%.
- El precio ha ido subiendo poco a poco, pero en algunos meses ha bajado.
- El precio menor, en estos meses, ha sido en enero del 2006.
- El precio máximo ha sido en julio de 2007.



- Verdadero. Costaba 2 € y ahora poco más de 3 €.
- Verdadero. Como en febrero de 2006.
- Falso. Fue en febrero de 2006.
- Falso. Fue en marzo de 2007.

■ Parámetros estadísticos

5 ▽▽▽ Halla la media, la mediana, el recorrido, la desviación media y los cuartiles de las siguientes distribuciones:

a) 1, 3, 8, 9, 4, 1, 1, 7, 10, 10

b) 1, 3, 5, 4, 2, 8, 9, 6, 10, 6

a) $\bar{x} = 5,4$ $Me = 5,5$

b) $\bar{x} = 5,4$ $Me = 5,5$

Recorrido = 9 $DM = 3,4$

Recorrido = 9 $DM = 2,4$

$Q_1 = 1$ $Q_3 = 8,5$

$Q_1 = 2,5$ $Q_3 = 7$

6 ▽▽▽ Compara la media y la mediana de cada una de las siguientes distribuciones y relaciona el resultado con su asimetría:

a) 2, 3, 3, 4, 5, 5, 5, 6, 7, 7, 8

b) 1, 2, 2, 3, 4, 5, 6, 6, 7, 8, 8, 9, 10

c) 1, 2, 3, 4, 6, 8, 8, 8, 8, 9, 9, 9

a) $\begin{cases} \bar{x} = 5 \\ Me = 5 \end{cases}$

b) $\begin{cases} \bar{x} = 5,4615 \\ Me = 6 \end{cases}$

c) $\begin{cases} \bar{x} = 6,25 \\ Me = 8 \end{cases}$

Totalmente simétrica.

Aproximadamente simétrica

No es simétrica.

7 ▽▽▽ Halla la media y la desviación media de cada una de las siguientes distribuciones. Representálas.

a)

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
f	0	0	1	1	6	15	9	4	3	0	1

b)

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
f	9	6	1	1	0	1	1	1	1	7	12

a)

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
f	0	0	1	1	6	15	9	4	3	0	1	40
DISTANCIA, d	5,5	4,5	3,5	2,5	1,5	0,5	0,5	1,5	2,5	3,5	4,5	
d · f	0	0	3,5	2,5	9	7,5	4,5	6	7,5	0	4,5	4,5

$\bar{x} = 5,5$

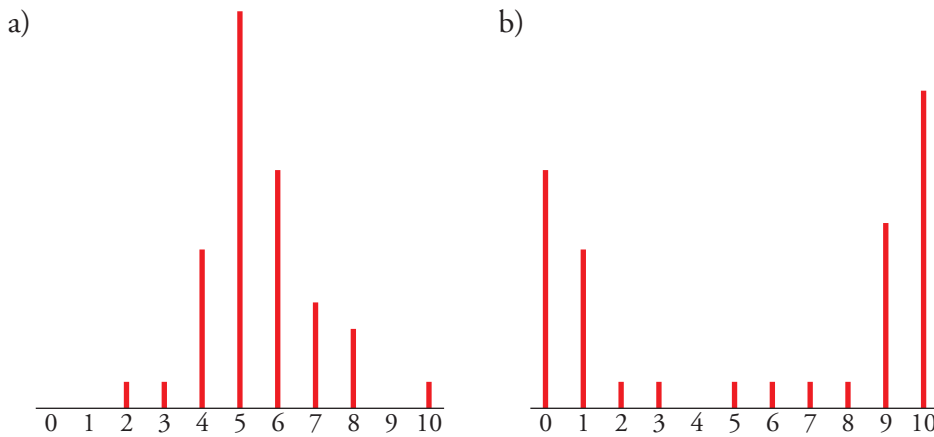
$DM = 1,125$

b)

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
f	9	6	1	1	0	1	1	1	1	7	12	40
DISTANCIA, d	5,5	4,5	3,5	2,5	1,5	0,5	0,5	1,5	2,5	3,5	4,5	
d · f	49,5	27	3,5	2,5	0	0,5	0,5	1,5	2,5	24,5	54	116,5

$\bar{x} = 5,5$

$DM = 2,9125$



8 ▽▽▽ Halla las frecuencias acumuladas de los datos en las tablas a) y b) del ejercicio anterior.

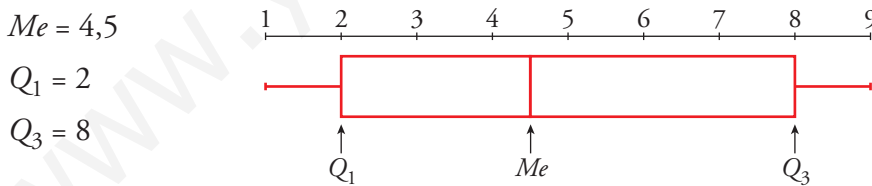
a)	VALOR	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	F. ACUMULADA	0	0	1	2	8	23	32	36	39	39	40

b)	VALOR	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	F. ACUMULADA	9	15	16	17	17	18	19	20	21	28	40

Parámetros de posición y diagramas de caja

9 ▽▽▽ El número de errores que tuvieron en un test un grupo de estudiantes fueron:
1, 1, 2, 2, 4, 5, 5, 8, 8, 9

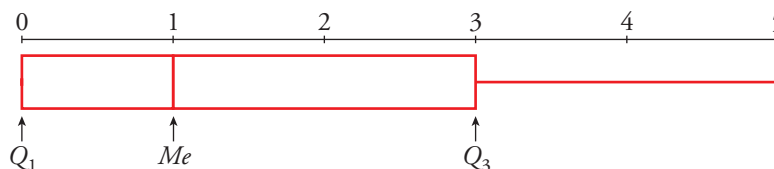
Halla la mediana y los cuartiles primero y tercero, y haz un diagrama de caja con esos datos.



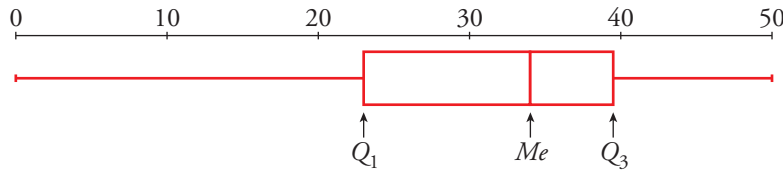
10 ▽▽▽ Esta tabla muestra la distribución del número de asignaturas suspendidas en una evaluación de los estudiantes de una clase:

N.º DE ASIG. SUSP.	0	1	2	3	4	5
N.º DE ESTUDIANTES	10	4	5	2	4	3

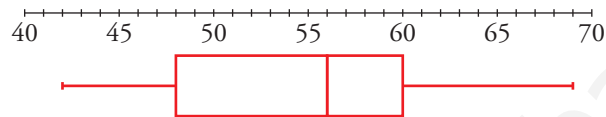
Representa esta distribución mediante un diagrama de caja.



- 11** ▽▽▽ Los tiempos que un grupo de personas han empleado en hacer un test se distribuyen entre 0 y 50 minutos. Construye el diagrama de caja sabiendo que $Q_1 = 23$, $Me = 34$ y $Q_3 = 39$.



- 12** ▽▽▽ Este diagrama de caja representa la distribución de los pesos de un grupo de alumnos y alumnas de una clase:

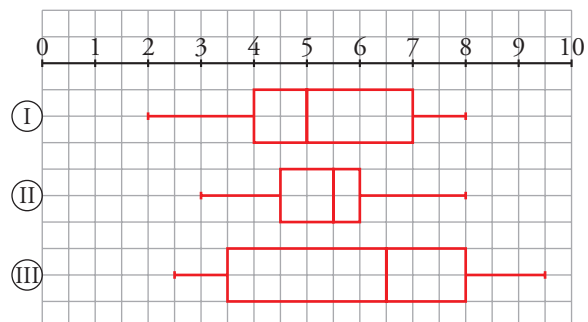


Completa en tu cuaderno estas frases observando el diagrama:

- El 50% de los alumnos y las alumnas de esta clase pesan ... o menos.
 - El 25% de los alumnos y las alumnas de esta clase pesan ... o menos.
 - El 25% de los alumnos y las alumnas de esta clase pesan ... o más.
 - El 50% de los pesos centrales varían entre ... y ...
- El 50% de los alumnos y las alumnas de esta clase pesan 56 kg o menos.
 - El 25% de los alumnos y las alumnas de esta clase pesan 48 kg o menos.
 - El 25% de los alumnos y las alumnas de esta clase pesan 60 kg o más.
 - El 50% de los pesos centrales varían entre 48 kg y 60 kg.

- 13** ▽▽▽ a) Compara estas distribuciones de notas obtenidas por tres grupos de alumnos y alumnas indicando cuál es la mediana y los cuartiles Q_1 y Q_3 en cada una de ellas:
b) En la evaluación de estos grupos se hicieron estos comentarios:

- Aprobó el 50% de la clase.
- Las notas son muy parecidas.
- La cuarta parte de la clase tiene notas superiores a 7.
- Es la mejor clase, aunque también es la que tiene mayor dispersión.



Indica a qué grupo corresponde cada uno de estos comentarios.

- a) ① $\begin{cases} Q_1 = 4 \\ Me = 5 \\ Q_3 = 7 \end{cases}$ ② $\begin{cases} Q_1 = 4,5 \\ Me = 5,5 \\ Q_3 = 6 \end{cases}$ ③ $\begin{cases} Q_1 = 3,5 \\ Me = 6,5 \\ Q_3 = 8 \end{cases}$
- b) 1 → ① 2 → ② 3 → ① 4 → ③

■ Tablas de doble entrada

- 14** ▼▼▼ En una clase con 36 estudiantes se realiza una encuesta con la siguiente pregunta: *¿qué prefieres ver por televisión, un partido de baloncesto (BC) o uno de fútbol (F)?* Los resultados son:

Completa en tu cuaderno la tabla y responde:

- a) ¿Qué significa el 3 de la primera casilla?
 b) ¿Qué significa el 8?
 c) ¿Qué significa el 15 que hay en la columna BC?

	BC	F	TOTAL
CHICOS	3	13	
CHICAS	12	8	
TOTAL			36

- d) De un total de 16 chicos, hay 13 que prefieren F. Esto significa $13/16 = 0,8125$; es decir, 81,25%. Averigua el porcentaje de las chicas que prefieren F.
 e) ¿Qué porcentaje de los que prefieren BC son chicas?

	BC	F	TOTAL
CHICOS	3	13	16
CHICAS	12	8	20
TOTAL	15	21	36

- a) Significa que hay 3 chicos que prefieren ver el baloncesto.
 b) Significa que hay 8 chicas que prefieren ver el fútbol.
 c) El número de chicos y chicas que prefieren ver el baloncesto.
 d) $0,4 = 40\%$. El 40% de chicas prefiere ver el fútbol.
 e) $0,8 = 80\%$. El 80% de los que prefieren el baloncesto son chicas.

- 15** ▼▼▼ En una residencia de ancianos estudiamos la influencia del tabaco sobre los males del pulmón. Confeccionamos la siguiente tabla en la que se detallan los que fuman (F), los que no fuman (no F), los enfermos de pulmón (E) y los no enfermos (no E):

	E	NO E	TOTAL
F	48	32	
NO F	30	90	
TOTAL			

Completa la tabla en tu cuaderno y responde:

- a) ¿Cuántos fuman y cuántos no fuman?
 b) ¿Cuántos hay enfermos y cuántos no enfermos?
 c) ¿Qué porcentaje de E hay entre los fumadores?
 d) ¿Qué porcentaje de E hay entre los no fumadores?
 e) Extrae alguna conclusión de los resultados.

	E	NO E	TOTAL
F	48	32	80
NO F	30	90	120
TOTAL	78	122	200

- a) Fuman 80 y no fuman 120.
 b) Están enfermos 78 y 122 no lo están.
 c) Hay un 60% de enfermos entre los fumadores.
 d) Hay un 25% de enfermos entre los no fumadores.

- 16** ▼▼▼ En una clase de 30 alumnos y alumnas hay 17 chicas y el resto son chicos. En total, hay 14 con gafas. Sabemos que 6 chicas tienen gafas. ¿Cuántos chicos hay sin gafas? Para responder, completa esta tabla en tu cuaderno:

	GAFAS	NO GAFAS	TOTAL
CHICAS	6	11	17
CHICOS	8	5	13
TOTAL	14	16	30

Hay 5 chicos sin gafas.

- 17** ▼▼▼ Esta tabla se refiere a los estudiantes de un curso durante el primer trimestre:

	ESTUDIA MENOS DE 2 H DIARIAS	ESTUDIA MÁS DE 2 H DIARIAS	TOTAL
SUSPENDE MÁS DE 2	16	4	
SUSPENDE 0, 1 O 2	2	10	
TOTAL			

- ¿Cuántos estudiantes hay en total?
- ¿Qué proporción de los estudiantes suspende más de dos asignaturas?
- ¿Qué proporción de los que estudian más de dos horas diarias suspende más de dos asignaturas?
- ¿Qué proporción de los que suspenden más de dos asignaturas estudian más de dos horas diarias?
- Extrae alguna conclusión de los resultados.
 - Hay 32 estudiantes.
 - El 62,5% suspende más de dos asignaturas.
 - El 28,57% de los que estudian más de dos horas.
 - El 20% estudian más de dos horas y suspenden más de dos asignaturas.

- 18** ▼▼▼ Se han seleccionado al azar 100 personas de entre 25 y 30 años. Se les ha preguntado:

- ¿Eres miope? (Sí/No)
- ¿Seguiste estudiando después de los 18 años? (Sí/No)

Estos son los resultados:

		ESTUDIOS	
		SÍ	NO
MIOPE	SÍ	21	19
	NO	14	

Completa la tabla en tu cuaderno y responde:

- ¿Cuántos miopes hay en total? ¿Cuál es el porcentaje de miopes?
- Entre los 35 que estudiaron más, ¿qué porcentaje de miopes hay?
- Compara el porcentaje de miopes entre los que estudiaron más años y entre los que estudiaron menos años.
- Extrae alguna conclusión de los resultados.

		ESTUDIOS	
		SÍ	NO
MIOPE	SÍ	21	19
	NO	14	46

- Hay 40 miopes. Es el 40%.
- Hay un 60%.
- El 60% de los que estudiaron más años.
El 29,23% de los que estudiaron menos años.
Hay más miopes entre los que siguieron estudiando.
- Parece ser (si damos validez a los datos de esta tabla) que estudiar mucho produce miopía.

PÁGINA 267

¿Sabes hallar algunos parámetros estadísticos a partir de datos sueltos o dados en una tabla de frecuencias?

1 Halla la media, la mediana, la moda y la desviación media de las siguientes distribuciones:

a) 10, 12, 19, 15, 8, 10, 10

b) 0, 3, 3, 3, 3, 4, 5

a) $\bar{x} = 12$

$Me = 10$

b) $\bar{x} = 3$

$Me = 3$

$Mo = 10$

$DM = 2,85$

$Mo = 3$

$DM = 0,86$

2 Halla la media y la desviación media de esta distribución:

x	2	3	4	5	6	7	8	9
f	4	8	6	3	1	2	0	1

$\bar{x} = 4$

$DM = 1,28$

¿Sabes hallar algunos parámetros de posición y sabes construir e interpretar diagramas de caja?

3 Halla la mediana y los cuartiles de esta distribución:

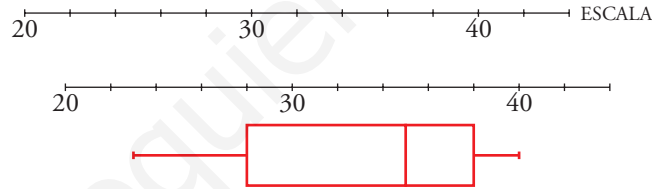
23, 25, 26, 28, 31, 31, 34, 36, 36, 37, 38, 38, 39, 40

Construye un diagrama de caja.

$Q_1 = 28$

$Me = 35$

$Q_3 = 38$



¿Interpretas tablas de doble entrada?

4 En una pecera tenemos 20 peces, 10 rojos y 10 grises. En una esquina ponemos un foco de calor que eleva la temperatura de esa zona. Los peces se distribuyen así:

	CALOR	FRÍO	TOTAL
ROJOS	9		10
GRISES	3		10
TOTAL			20

a) ¿Cuántos peces rojos y cuántos grises permanecen en la parte fría? Completa la tabla en tu cuaderno.

b) ¿Qué porcentaje hay de peces rojos?

c) ¿Qué porcentaje hay de peces que prefieren agua caliente?

d) ¿Qué porcentaje de peces rojos prefieren el agua caliente?

e) De entre los peces que prefieren el agua caliente, ¿qué porcentaje son rojos?

	CALOR	FRÍO	TOTAL
ROJOS	9	1	10
GRISES	3	7	10
TOTAL	12	8	20

a) 1 rojo y 7 grises.

b) El 50% (10/20).

c) El 60% (12/20).

d) El 90% (9/10).

e) El 75% (9/12).