

PÁGINA 172

1 Comparando el cuadrado del lado mayor con la suma de los cuadrados de los otros dos, comprueba si cada triángulo es acutángulo, rectángulo u obtusángulo.

a) 26 cm, 24 cm, 10 cm

b) 20 m, 30 m, 40 m

c) 20 km, 17 km, 19 km

d) 15 dam, 17 dam, 8 dam

e) 17 millas, 10 millas, 14 millas

f) 45 dm, 28 dm, 53 dm

g) 33 m, 28 m, 33 m

a) Rectángulo.

b) Obtusángulo.

c) Acutángulo.

d) Rectángulo.

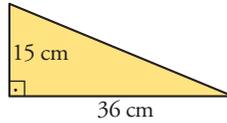
e) Acutángulo.

f) Rectángulo.

g) Acutángulo.

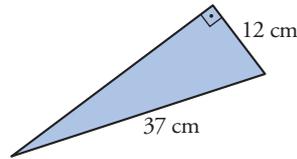
PÁGINA 173

2 Halla la longitud de la hipotenusa.



$$h = \sqrt{36^2 + 15^2} = \sqrt{1521} = 39 \text{ cm}$$

3 Halla la longitud del cateto desconocido.



$$c = \sqrt{37^2 - 12^2} = \sqrt{1225} = 35 \text{ cm}$$

4 Los catetos de un triángulo rectángulo miden 3 dam y 5 dam. Halla la longitud de la hipotenusa aproximando hasta los centímetros.

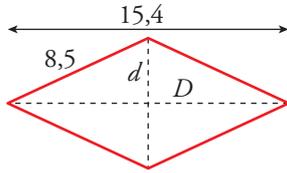
$$h = \sqrt{3^2 + 5^2} \approx 5,831 \text{ dam}$$

5 La hipotenusa de un triángulo rectángulo mide 10,7 m, y uno de los catetos, 7,6 m. Halla la longitud del otro cateto aproximando hasta los milímetros.

$$c = \sqrt{10,7^2 - 7,6^2} = \sqrt{56,73} \approx 7,532 \text{ m}$$

PÁGINA 175

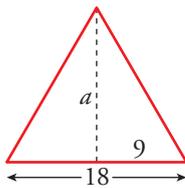
- 1 El lado de un rombo mide 8,5 m, y una de sus diagonales, 15,4 m. Calcula su área.



$$a = \sqrt{8,5^2 - 7,7^2} = \sqrt{12,96} = 3,6 \text{ m} \rightarrow d = 7,2 \text{ m}$$

$$A = \frac{15,4 \cdot 7,2}{2} = 55,44 \text{ m}^2$$

- 2 Halla el área de un triángulo equilátero de 54 cm de perímetro.

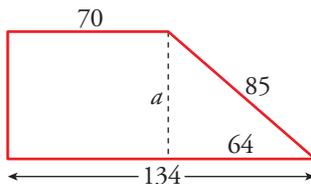


$$\text{Lado} = \frac{54}{3} = 18 \text{ cm}$$

$$a = \sqrt{18^2 - 9^2} = \sqrt{243} \approx 15,59 \text{ cm}$$

$$A = \frac{18 \cdot 15,59}{2} = 140,31 \text{ cm}^2$$

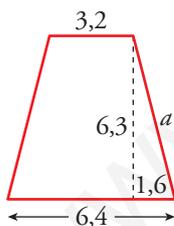
- 3 Halla el área de un trapecio rectángulo cuyas bases miden 70 dm y 134 dm, y el lado oblicuo, 85 dm.



$$a = \sqrt{85^2 - 64^2} = \sqrt{3129} \approx 55,94 \text{ dm}$$

$$A = \frac{134 + 70}{2} \cdot 55,94 = 5705,88 \text{ dm}^2$$

- 4 Calcula el área y el perímetro de un trapecio isósceles cuyas bases miden 3,2 m y 6,4 m, y su altura, 6,3 m.

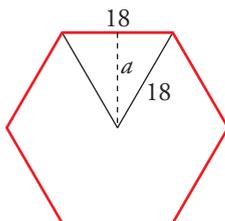


$$a = \sqrt{6,3^2 + 1,6^2} = \sqrt{42,25} = 6,5 \text{ m}$$

$$\text{Perímetro} = 3,2 + 2 \cdot 6,5 + 6,4 = 22,6 \text{ m}$$

$$\text{Área} = \frac{6,4 + 3,2}{2} \cdot 6,3 = 30,24 \text{ m}^2$$

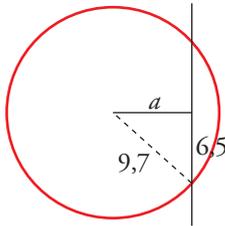
- 5 Calcula el área de un hexágono regular de 18 cm de lado. (Recuerda que en un hexágono regular, el lado mide igual que el radio).



$$a = \sqrt{18^2 - 9^2} = \sqrt{243} \approx 15,6 \text{ cm}$$

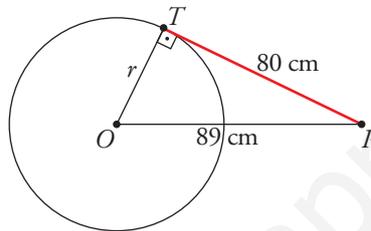
$$A = \frac{18 \cdot 15,6}{2} = 842,4 \text{ cm}^2$$

- 6** En una circunferencia de radio 9,7 m, se traza una cuerda de 13 m. ¿A qué distancia de la cuerda se encuentra el centro de la circunferencia?



$$a = \sqrt{9,7^2 - 6,5^2} = \sqrt{51,84} = 7,2 \text{ m}$$

- 7** La distancia de un punto P al centro O de una circunferencia es 89 cm. Trazamos una tangente desde P a la circunferencia. El segmento tangente PT mide 80 cm. Halla el perímetro de la circunferencia y el área del círculo.

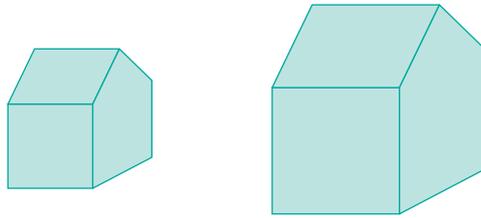


$$r = \sqrt{89^2 - 80^2} = \sqrt{1521} = 39 \text{ cm}$$

$$\text{Perímetro} = 2\pi \cdot 39 \approx 245 \text{ cm}$$

$$\text{Área} = \pi \cdot 39^2 \approx 4778,36 \text{ cm}^2$$

- 1 Estas dos casitas de cartulina son semejantes. La razón de semejanza es 1,5. Para fabricar la primera se ha necesitado $7,2 \text{ dm}^2$ de cartulina y su volumen es $6,4 \text{ l}$. ¿Cuánta cartulina lleva la segunda y qué volumen tiene?



La segunda casa tiene $7,2 \cdot 1,5^2 = 16,2 \text{ dm}^2$ de superficie y un volumen de $6,4 \cdot 1,5^3 = 21,6 \text{ l}$.

2 Dos piscinas son semejantes. La primera mide 15 m de largo, y la otra, 30 m.

- ¿Cuál es la razón de semejanza?
- Si la primera tiene 1,40 m de profundidad, ¿cuál es la profundidad de la segunda?
- Impermeabilizar el interior de la pequeña costó 1 650 €. ¿Cuánto costará impermeabilizar la grande?
- Llenar de agua la primera cuesta 235 €. ¿Cuánto costará llenar la segunda?

a) $\frac{30}{15} = 2$. La razón de semejanza es 2.

b) $1,40 \cdot 2 = 2,80$ m es la profundidad de la segunda

c) $1\,650 \cdot 2^2 = 6\,600$ € costará impermeabilizar la grande.

d) $235 \cdot 2^3 = 1\,880$ € costará llenar la segunda.

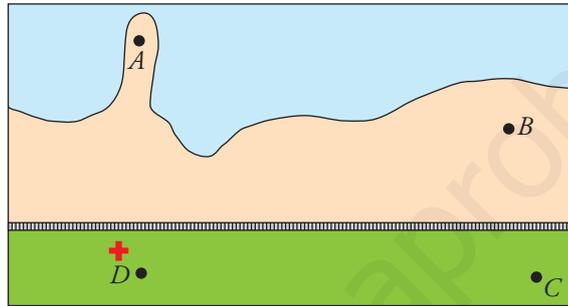
PÁGINA 180

- 1** Tomando medidas sobre el mapa de la página anterior y teniendo en cuenta la escala, calcula la distancia entre Ceuta y Málaga. ¿Cuánto tarda en hacer el recorrido un helicóptero que vuela a 260 km/h?

En el mapa Ceuta - Málaga = 2,7 cm \rightarrow $2,7 \cdot 45 \cdot 10^5$ cm = 121,5 km

$$t = \frac{121,5}{260} = 0,46 \text{ h} \approx 28 \text{ min}$$

- 2** En este plano, la distancia real entre los puntos A y B es 120 m. Obtén la escala a la que está el plano y las distancias reales entre BC , BD y CA .



$$\frac{5 \text{ cm}}{120 \text{ m}} = \frac{5 \text{ cm}}{12000 \text{ cm}} = 4,17 \cdot 10^{-4}$$

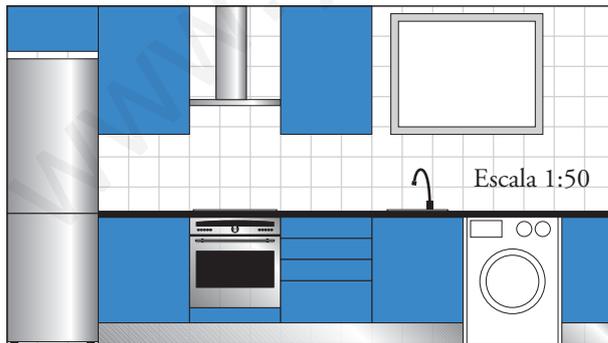
La escala es 1:2 400

$$\overline{BC} = 2 \text{ cm mapa} \rightarrow 48 \text{ m}$$

$$\overline{BD} = 5,2 \text{ cm mapa} \rightarrow 124,7 \text{ m}$$

$$\overline{CA} = 6 \text{ cm mapa} \rightarrow 143,9 \text{ m}$$

- 3** Este es el plano de la pared de una cocina:



Calcula:

- Sus dimensiones (largo y alto).
- La distancia que hay entre los fogones y la campana extractora.
- La superficie del cristal de la ventana.

a) Largo = 4 m

Alto = 2,25 m

b) Entre los fogones y la campana extractora hay 75 cm.

c) La superficie del cristal de la ventana será de $7500 \text{ cm}^2 = 0,75 \text{ m}^2$.

PÁGINA 181

- 1 Traza dos rectas cualesquiera, r y s . Señala en r cuatro puntos, A, B, C y D , de modo que:

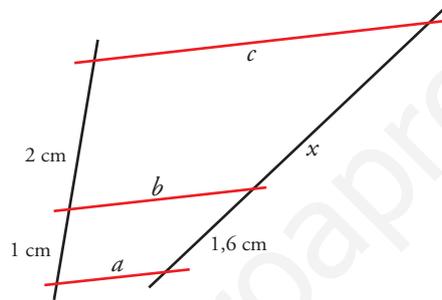
$$\overline{AB} = 1 \text{ cm}, \quad \overline{BC} = 2 \text{ cm}, \quad \overline{CD} = 3 \text{ cm}$$

Traza rectas paralelas, a, b, c y d , que pasen por A, B, C y D . Llama A', B', C' y D' a los puntos en que estas rectas cortan a s .

Comprueba que:

$$\overline{B'C'} = 2 \cdot \overline{A'B'} \quad \text{y} \quad \overline{C'D'} = 3 \cdot \overline{A'B'}$$

- 2 a) Comprueba que las rectas a, b y c del dibujo son paralelas.
b) Calcula x .



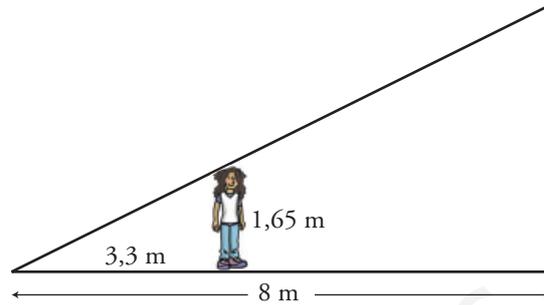
- a) Las rectas a, b y c son paralelas.

b) $\frac{1}{1,6} = \frac{2}{x} \rightarrow x = 1,6 \cdot 2 = 3,2 \text{ cm}$

PÁGINA 182

- 1** El salón de la casa de Raquel es abuhardillado y para medir la altura de la pared se coloca como se ve en el dibujo.

Teniendo en cuenta las medidas, calcula la altura máxima del salón.

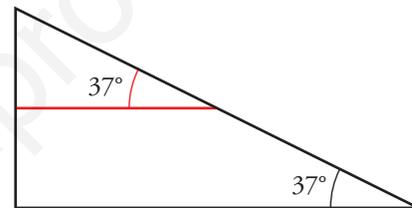


$$\frac{3,3}{8} = \frac{1,65}{x} \rightarrow x = 4 \text{ m}$$

La altura máxima del salón será de 4 m.

- 2** Dos triángulos rectángulos tienen un ángulo de 37° . Justifica que son semejantes.

Dos triángulos rectángulos con un ángulo agudo igual tienen los tres ángulos iguales. Por tanto, pueden ponerse en “posición de Tales”.

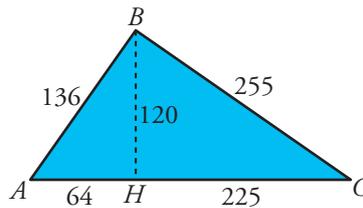


PÁGINA 183

- 2** En el triángulo ABC , $\hat{A} = 33^\circ$ y $\hat{C} = 90^\circ$. En el triángulo $A'B'C'$, $\hat{B}' = 57^\circ$ y $\hat{C}' = 90^\circ$. Explica por qué son semejantes.

Los ángulos de un triángulo suman 180° , por lo que, en el triángulo ABC , $\hat{B} = 57^\circ$. Así, ABC y $A'B'C'$ tienen un ángulo agudo igual y otro recto, y, por tanto, son semejantes.

- 3** Demuestra que los triángulos ABC , AHB y BHC son semejantes, comprobando que sus lados son proporcionales.



$$ABC - ABH \rightarrow \frac{\overline{AB}}{\overline{AH}} = 2,125 = \frac{\overline{AC}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{BC}}{\overline{BH}}$$

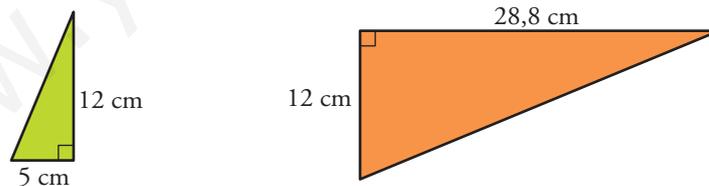
$$ABC - BHC \rightarrow \frac{\overline{AB}}{\overline{BH}} = 1,13 = \frac{\overline{AC}}{\overline{BC}} = \frac{\overline{BC}}{\overline{HC}}$$

Como la semejanza es una relación de equivalencia y ABH es semejante a ABC , que es semejante a BHC , entonces ABH es semejante a BHC .

- 4** Explica por qué dos triángulos rectángulos isósceles son semejantes.

Si es rectángulo e isósceles, sus catetos son iguales y, por tanto, son triángulos semejantes.

- 5** Explica por qué los triángulos adjuntos son semejantes.

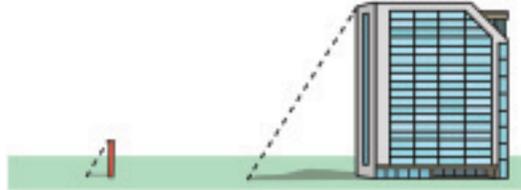


Porque sus catetos son proporcionales:

$$\frac{28,8}{12} = \frac{12}{5} = 2,4$$

PÁGINA 184

- 1** Calcula la altura de un edificio que proyecta una sombra de 49 m en el momento en que una estaca de 2 m arroja una sombra de 1,25 m.



$$\frac{2}{1,25} = \frac{x}{49} \rightarrow x = 78,4$$

Tiene una altura de 78,4 m.

- 2** Las sombras de estos árboles medían, a las cinco de la tarde, 12 m, 8 m, 6 m y 4 m, respectivamente. El árbol pequeño mide 2,5 m. ¿Cuánto miden los demás?



$$\frac{2,5}{4} = \frac{x}{12} \rightarrow x = 7,5$$

$$0,625 \cdot 8 = y \rightarrow y = 5$$

$$0,625 \cdot 6 = z \rightarrow z = 3,75$$

El primero mide 7,5 m, el segundo, 5 m y el tercero, 3,75 m.

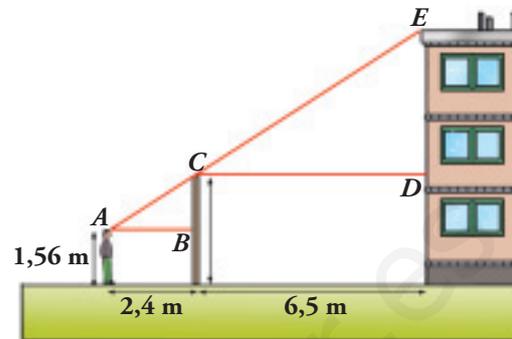
3 Observa de qué ingenioso método se vale Ramón para averiguar la altura del edificio:

Se sitúa de tal manera que la parte alta de la verja y la parte alta del edificio estén alineadas con sus ojos. Señala su posición y toma las medidas que se ven en el dibujo.

a) Explica por qué los triángulos ABC y CDE son semejantes.

b) Calcula \overline{ED} .

c) Calcula la altura del edificio.



a) Porque \hat{A} del pequeño es igual que \hat{C} del grande, y como son rectángulos y tienen un ángulo agudo igual, son semejantes.

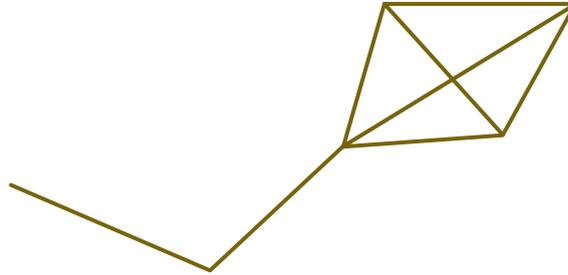
b) $3 - 1,56 = 1,44$

$$\frac{\overline{ED}}{1,44} = \frac{6,5}{2,4} \rightarrow \overline{ED} = 3,9 \text{ m}$$

c) $3 + 3,9 = 6,9 \text{ m}$

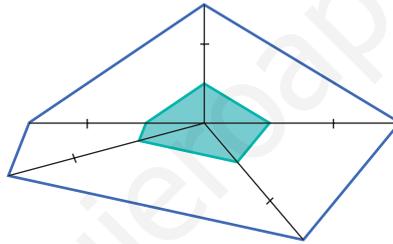
La altura del edificio es de 6,9 m.

- 1** Dibuja en tu cuaderno una figura parecida a esta y amplíala al doble de tamaño mediante el método de la proyección.



Respuesta abierta.

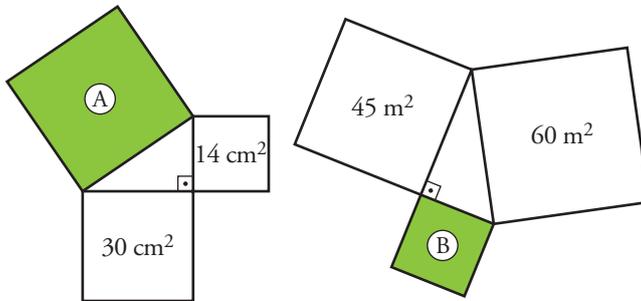
- 2** Dibuja en tu cuaderno un pentágono irregular. Redúcelo a su tercera parte proyectando desde un punto interior. Vuelve a hacerlo tomando como punto de proyección uno de los vértices.



Respuesta abierta.

Teorema de Pitágoras

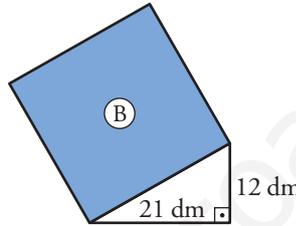
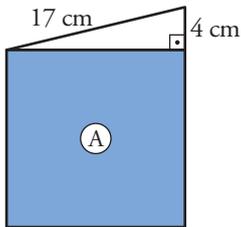
1 $\nabla\nabla\nabla$ Calcula el área del cuadrado verde en cada uno de los siguientes casos:



$$A_A = 30 + 14 = 44 \text{ cm}^2$$

$$B_B = 60 - 45 = 15 \text{ m}^2$$

2 $\nabla\nabla\nabla$ ¿Cuál es el área de los siguientes cuadrados?:



$$l_A = \sqrt{17^2 - 4^2} = \sqrt{273}$$

$$A_A = l_A^2 = 273 \text{ cm}^2$$

$$l_B = \sqrt{21^2 + 12^2} = \sqrt{585}$$

$$A_B = l_B^2 = 585 \text{ dm}^2$$

3 $\nabla\nabla\nabla$ Di si cada uno de los siguientes triángulos es rectángulo, acutángulo u obtusángulo.

a) 15 cm, 10 cm, 11 cm

b) 35 m, 12 m, 37 m

c) 23 dm, 30 dm, 21 dm

d) 15 km, 20 km, 25 km

e) 11 millas, 10 millas, 7 millas

f) 21 mm, 42 mm, 21 mm

g) 18 cm, 80 cm, 82 cm

a) Obtusángulo.

b) Rectángulo.

c) Acutángulo.

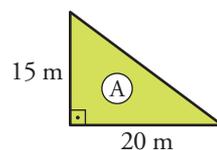
d) Rectángulo.

e) Acutángulo.

f) Obtusángulo.

g) Rectángulo.

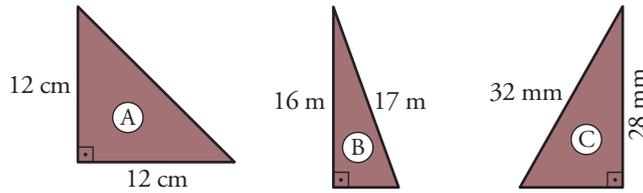
4 $\nabla\nabla\nabla$ Calcula el lado desconocido en cada triángulo:



$$\text{Lado}_A = \sqrt{15^2 + 20^2} = \sqrt{625} = 25 \text{ m}$$

$$\text{Lado}_B = \sqrt{65^2 - 16^2} = \sqrt{3969} = 63 \text{ mm}$$

- 5 $\nabla\nabla\nabla$ Calcula el lado desconocido en cada triángulo aproximando hasta las décimas:

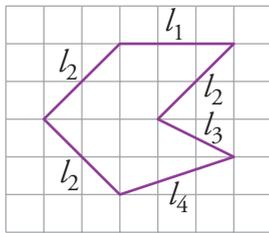


$$\text{Lado } A = \sqrt{12^2 + 12^2} = \sqrt{2 \cdot 12^2} = 12\sqrt{2} \text{ cm} \approx 17 \text{ cm}$$

$$\text{Lado } B = \sqrt{17^2 - 16^2} = \sqrt{33} \text{ m} \approx 5,7 \text{ m}$$

$$\text{Lado } C = \sqrt{32^2 - 28^2} = \sqrt{240} \text{ mm} \approx 15,5 \text{ mm}$$

- 6 $\nabla\nabla\nabla$ Tomando como unidad el lado del cuadradito, calcula el perímetro de la figura morada.



$$l_1 = 3 \text{ u}$$

$$l_2 = \sqrt{2^2 + 2^2} = 2\sqrt{2} \text{ u}$$

$$l_3 = \sqrt{1^2 + 2^2} = \sqrt{5} \text{ u}$$

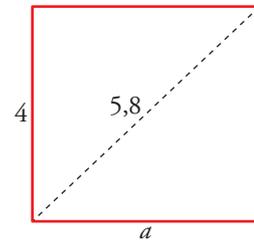
$$l_4 = \sqrt{1^2 + 3^2} = \sqrt{10} \text{ u}$$

$$P = l_1 + 3l_2 + l_3 + l_4 = 3 + 6\sqrt{2} + \sqrt{5} + \sqrt{10} \text{ u}$$

- 7 $\nabla\nabla\nabla$ Calcula el perímetro de un rectángulo cuya diagonal mide 5,8 cm, y uno de los lados, 4 cm.

$$a = \sqrt{5,8^2 - 4^2} = \sqrt{17,64} = 4,2 \rightarrow \text{Perímetro} = 16,4 \text{ cm}$$

El perímetro es de 16,4 cm.

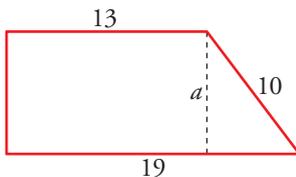


- 8 $\nabla\nabla\nabla$ Halla la diagonal de un cuadrado cuyo perímetro mide 28 dam.

$$l = \frac{28}{4} = 7 \text{ dam}$$

$$\text{La diagonal mide } \sqrt{7^2 + 7^2} = 7\sqrt{2} \approx 9,9 \text{ dam}$$

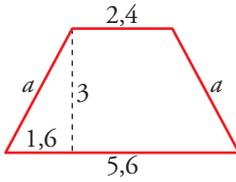
- 9 $\nabla\nabla\nabla$ Los lados paralelos de un trapezio rectángulo miden 13 dm y 19 dm, y el lado oblicuo mide 10 dm. Calcula la altura.



$$a = \sqrt{10^2 - 6^2} = \sqrt{64} = 8 \text{ dm}$$

El trapezio tiene una altura de 8 dm.

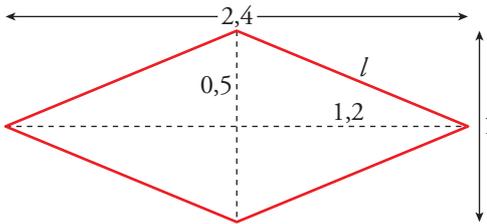
- 10** ▼▼▼ Sabiendo que las bases de un trapezio isósceles miden 2,4 cm y 5,6 cm, y que la altura es de 3 cm, calcula la longitud del lado oblicuo.



$$a = \sqrt{3^2 + 1,6^2} = \sqrt{11,56} = 3,4 \text{ cm}$$

La longitud del lado oblicuo es de 3,4 cm.

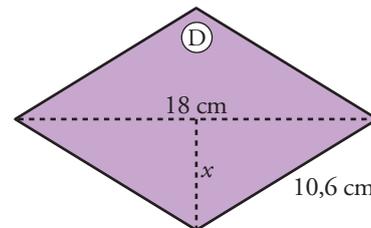
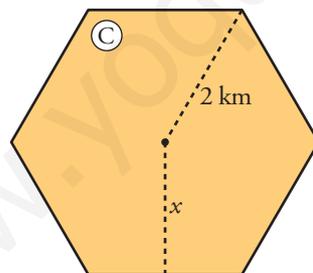
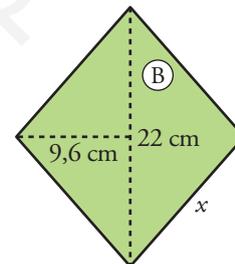
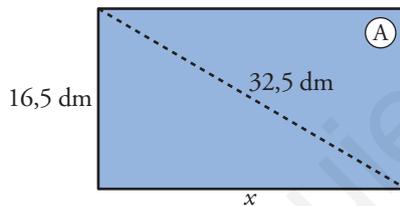
- 11** ▼▼▼ Calcula la medida del lado de un rombo cuyas diagonales miden 1 dm y 2,4 dm.



$$l = \sqrt{1,2^2 + 0,5^2} = \sqrt{1,69} = 1,3 \text{ dm}$$

Cada lado mide 1,3 dm.

- 12** ▼▼▼ Halla la longitud x en cada una de las siguientes figuras:

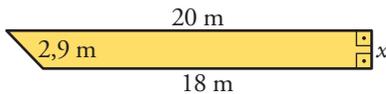


- (A) $x = \sqrt{32,5^2 - 16,5^2} = \sqrt{784} = 28 \text{ dm}$
 (B) $x = \sqrt{9,6^2 + 11^2} = \sqrt{213,16} = 14,6 \text{ cm}$
 (C) $x = \sqrt{2^2 - 1^2} = \sqrt{3} = 1,73 \text{ km}$
 (D) $x = \sqrt{10,6^2 - 9^2} = \sqrt{31,36} = 5,6 \text{ cm}$

■ Áreas y perímetros utilizando el teorema de Pitágoras

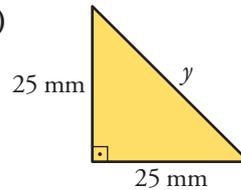
En cada una de las siguientes figuras coloreadas, halla su área y su perímetro. Para ello, tendrás que calcular la medida de algún elemento (lado, diagonal, apotema, ángulo, ...). Si no es exacta, hállala con una cifra decimal.

13 ▼▼▼ a)



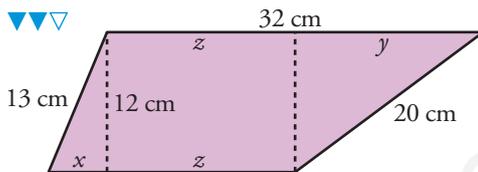
$$\begin{aligned} \text{a) } x &= \sqrt{2,9^2 - 2^2} = \sqrt{4,41} = 2,1 \text{ m} \\ P &= 20 + 2,1 + 18 + 2,9 = 43 \text{ m} \\ A &= \frac{20 + 18}{2} \cdot 2,1 = 39,9 \text{ m}^2 \end{aligned}$$

b)



$$\begin{aligned} \text{b) } y &= \sqrt{25^2 + 25^2} \approx 35,36 \text{ mm} \\ P &= 35,36 + 25 + 25 \approx 85,36 \text{ mm} \\ A &= \frac{25 \cdot 25}{2} = 312,5 \text{ mm}^2 \end{aligned}$$

14 ▼▼▼



$$P = 32 + 20 + 16 + 5 + 13 = 86 \text{ dm}$$

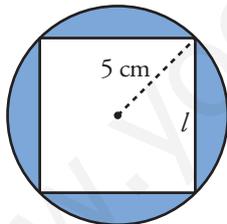
$$x = \sqrt{13^2 - 12^2} = 5 \text{ cm}$$

$$y = \sqrt{20^2 - 12^2} = 16 \text{ cm}$$

$$z = 32 - 16 = 16 \text{ cm}$$

$$A = \frac{32 + 16}{2} \cdot 12 = 318 \text{ cm}^2$$

15 ▼▼▼

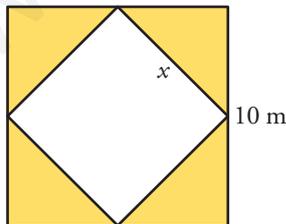


$$l^2 + l^2 = 10^2 \rightarrow l^2 = 50 \rightarrow l = \sqrt{50} \approx 7,07 \text{ cm}$$

$$P = 2\pi r + 4l = 10\pi + 4l \approx 59,7 \text{ cm}$$

$$A = \pi r^2 - l^2 = 25\pi - (7,07)^2 \approx 28,55 \text{ cm}^2$$

16 ▼▼▼

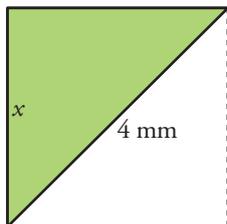


$$x = \sqrt{5^2 + 5^2} = \sqrt{50} \approx 7,07 \text{ m}$$

$$P = 10 \cdot 4 + 7,07 \cdot 4 = 68,28 \text{ m}$$

$$A = 100 - x^2 \approx 50,02 \text{ m}^2$$

17 ▼▼▼

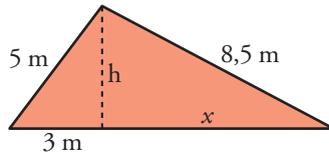


$$x^2 + x^2 = 4^2 \rightarrow x^2 = 8 \rightarrow x \approx 2,83 \text{ mm}$$

$$P = 2x + 4 \approx 9,66 \text{ mm}$$

$$A = \frac{x \cdot x}{2} = 4 \text{ mm}^2$$

18 ▼▼▼



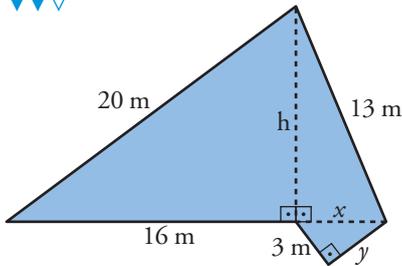
$$h = \sqrt{5^2 - 3^2} = 4 \text{ m}$$

$$x = \sqrt{8,5^2 - 4^2} = 7,5 \text{ m}$$

$$P = 5 + 8,5 + 7,5 + 3 = 24 \text{ m}$$

$$A = \frac{10,5 \cdot 4}{2} = 21 \text{ m}^2$$

19 ▼▼▼



$$h = \sqrt{20^2 - 16^2} = 12 \text{ m}$$

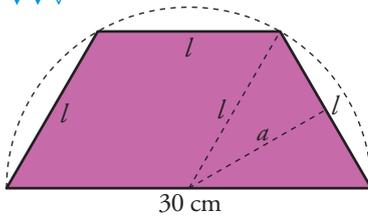
$$x = \sqrt{13^2 - 12^2} = 5 \text{ m}$$

$$y = \sqrt{5^2 - 3^2} = 4 \text{ m}$$

$$P = 20 + 13 + 4 + 3 + 16 = 56 \text{ m}$$

$$A = \frac{(16 + 5) \cdot 12}{2} + \frac{3 \cdot 4}{2} = 132 \text{ m}^2$$

20 ▼▼▼



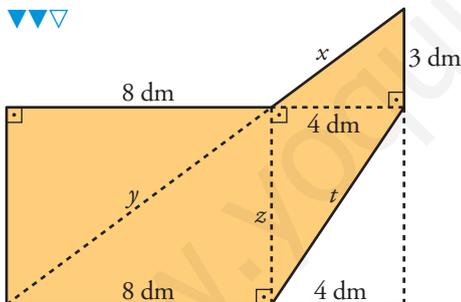
$$l = 15 \text{ cm}$$

$$a = \sqrt{15^2 - 7,5^2} = \sqrt{168,75} \approx 13 \text{ cm}$$

$$P = 30 + 3 \cdot 15 = 75 \text{ cm}$$

$$A = \frac{15 \cdot 3 \cdot a}{2} \approx 292,5 \text{ cm}^2$$

21 ▼▼▼



$$x = \sqrt{4^2 + 3^2} = 5 \text{ dm}$$

$$\text{Por semejanza de triángulos, } \frac{x}{x+y} = \frac{4}{12} \rightarrow$$

$$\rightarrow 5 \cdot 12 = 4 \cdot (5 + y) \rightarrow 15 = 5 + y \rightarrow y = 10 \text{ dm}$$

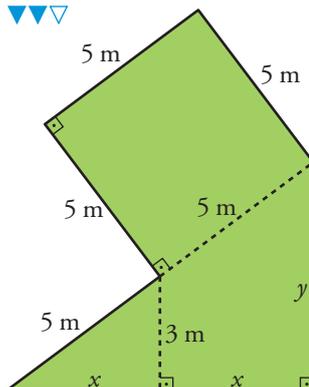
$$z = \sqrt{10^2 - 8^2} = 6 \text{ dm}$$

$$t = \sqrt{4^2 + 6^2} \approx 7,21 \text{ dm}$$

$$P = 8 + 5 + 3 + 7,21 + 8 + 6 = 37,21 \text{ dm}$$

$$A = 8 \cdot 6 + \frac{6 \cdot 4}{2} + \frac{3 \cdot 4}{2} = 48 + 12 + 6 = 66 \text{ dm}^2$$

22 ▼▼▼



$$x = \sqrt{5^2 - 3^2} = 4 \text{ m}$$

$$y = \sqrt{10^2 - 8^2} = 6 \text{ m}$$

$$P = 4 \cdot 5 + 8 + 6 = 34 \text{ m}$$

$$A = 5^2 + \frac{8 \cdot 6}{2} = 49 \text{ m}^2$$

23 ▼▼▼ Halla el área y el perímetro de las figuras descritas en...

a) ...el ejercicio 10

b) ...el ejercicio 11

c) ...el ejercicio 12, A

d) ...el ejercicio 12, B

e) ...el ejercicio 12, C

f) ...el ejercicio 12, D

☞ Ten en cuenta los resultados obtenidos en los ejercicios correspondientes.

$$a) P = 2,4 + 2 \cdot 3,4 + 5,6 = 14,8 \text{ cm}$$

$$A = \frac{2,4 + 5,6}{2} \cdot 3 = 12 \text{ cm}^2$$

$$b) P = 4l = 4 \cdot 1,3 = 5,2 \text{ dm}$$

$$A = 2,4 \cdot 1 = 2,4 \text{ dm}^2$$

$$c) P = 16,5 \cdot 2 + 2,8 \cdot 2 = 89 \text{ dm}$$

$$A = 16,5 \cdot 28 = 462 \text{ dm}^2$$

$$d) P = 14,6 \cdot 4 = 58,4 \text{ cm}$$

$$A = \frac{22 \cdot 19,2}{2} = 211,2 \text{ cm}^2$$

$$e) P = 2 \cdot 6 = 12 \text{ km}$$

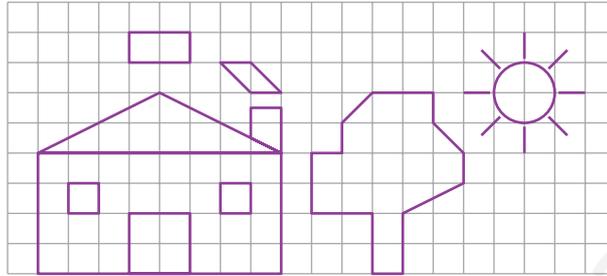
$$A = \frac{12 \cdot 1,73}{2} = 10,38 \text{ km}^2$$

$$f) P = 10,6 \cdot 4 = 42,4 \text{ cm}$$

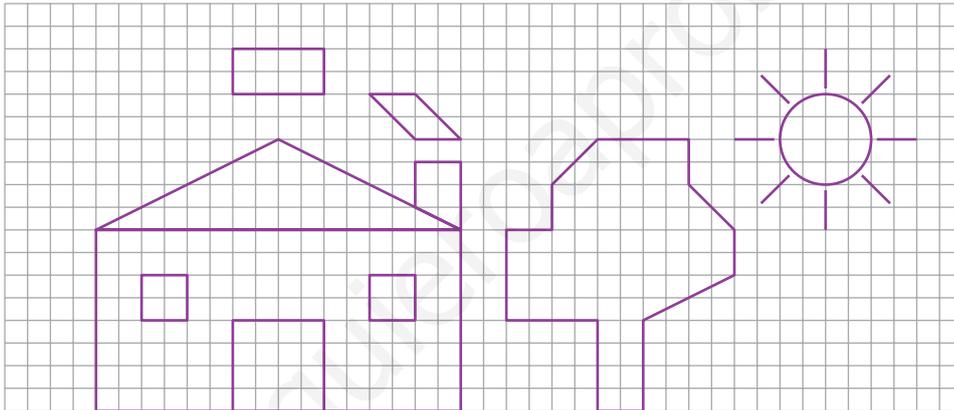
$$A = \frac{18 \cdot 5,6}{2} = 50,4 \text{ cm}^2$$

■ Construcción de figuras semejantes

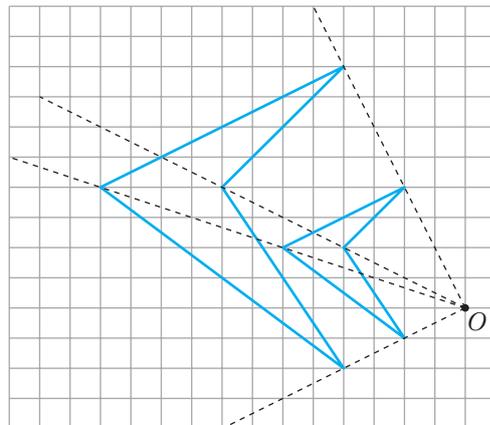
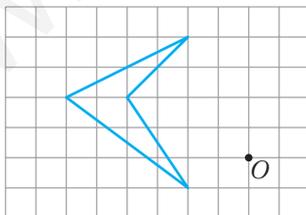
- 24** ▼▼▼ Sobre una hoja de papel cuadrulado, realiza una copia del siguiente dibujo, pero al doble de su tamaño.



Construcción:

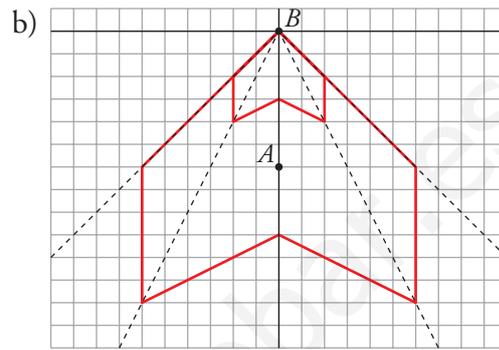
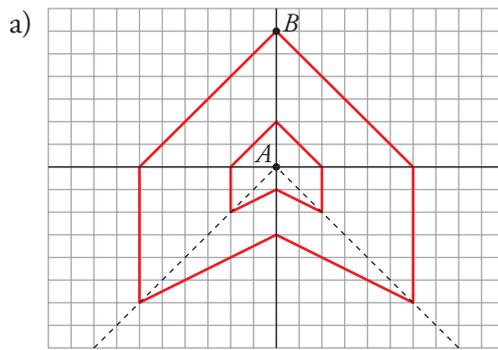
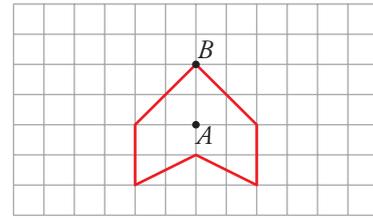


- 25** ▼▼▼ Dibuja en tu cuaderno una figura como la siguiente y amplíala al doble de su tamaño proyectándola desde el punto exterior, O :



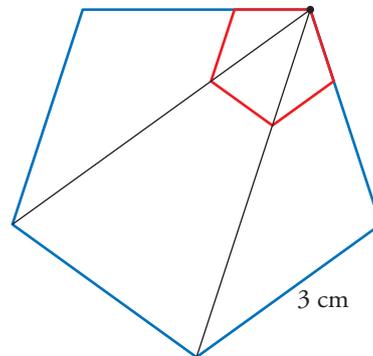
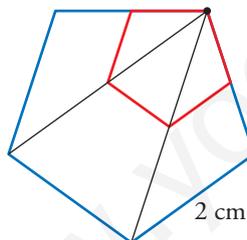
26 ▽▽▽ Copia la siguiente figura en tu cuaderno y amplíala al triple de su tamaño:

- a) Proyectándola desde un punto interior (A).
b) Proyectándola desde uno de sus vértices (B).



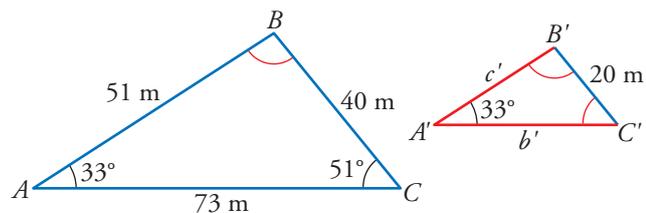
27 ▽▽▽ Para construir un pentágono regular de 2 cm de lado, copiamos un pentágono regular cualquiera (figura roja), alargamos dos de sus lados consecutivos hasta 2 cm y completamos una figura semejante a la roja con los lados paralelos.

Calca en tu cuaderno el pentágono rojo y, procediendo de la misma manera, dibuja un pentágono regular de 3 cm de lado.



■ Semejanza de triángulos

28 ▽▽▽ Sabemos que los siguientes triángulos son semejantes. Halla los lados y los ángulos que faltan.



$$\hat{B} = 180^\circ - 51^\circ - 33^\circ = 96^\circ$$

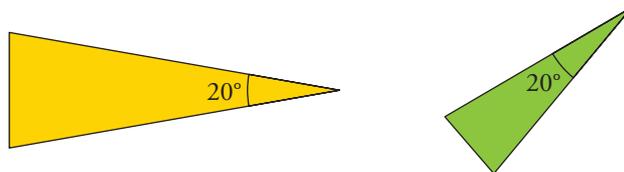
$$\hat{B}' = 96^\circ$$

$$b' = \frac{73}{2} = 36,5 \text{ m}$$

$$\hat{C}' = 51^\circ$$

$$c' = \frac{51}{2} = 25,5 \text{ m}$$

- 29** ▼▼▼ Explica por qué estos dos triángulos isósceles son semejantes:



Por ser isósceles tienen los otros dos ángulos iguales y miden 80° cada uno.

Por tanto, tienen los mismos ángulos y los podemos colocar en posición de Tales.

- 30** ▼▼▼ Los lados de un triángulo miden 7,5 cm, 18 cm y 19,5 cm. Se construye otro semejante a él cuyo lado menor mide 5 cm.

- a) ¿Cuál es la razón de semejanza al pasar del primero al segundo?
 b) ¿Cuánto medirán los otros dos lados del segundo triángulo?
 c) Sabiendo que el primer triángulo es rectángulo, ¿podemos asegurar que el segundo también lo será? Compruébalo aplicando el teorema de Pitágoras a los dos triángulos.

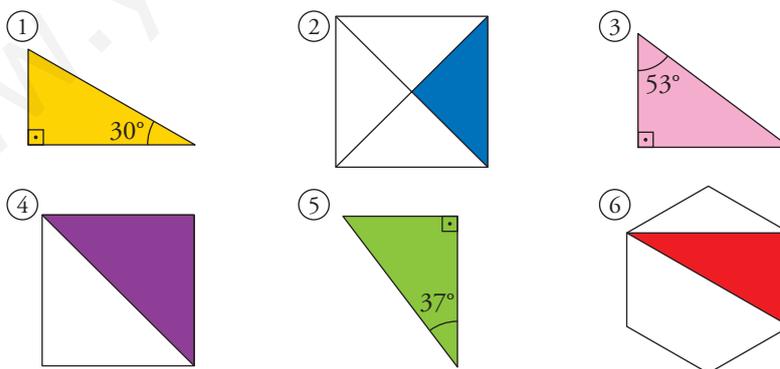
a) $r = \frac{5}{7,5} = \frac{2}{3}$

b) $18 \cdot \frac{2}{3} = 12$ cm y $19,5 \cdot \frac{2}{3} = 13$ cm.

c) El segundo será rectángulo. Lo comprobamos: $5^2 + 12^2 = 13^2$

- 31** ▼▼▼ Explica por qué son semejantes dos triángulos rectángulos con un ángulo agudo igual.

Entre los siguientes triángulos rectángulos, hay algunos semejantes entre sí. Averigua cuáles son calculando previamente el ángulo que le falta a cada uno de ellos.



Dos triángulos rectángulos con un ángulo agudo igual son semejantes porque se pueden poner en la posición de Tales, ya que, al tener un ángulo agudo igual y otro rectángulo, tienen los tres iguales.

Son semejantes:

① y ⑥ ② y ④ ③ y ⑤
 ($90^\circ, 60^\circ, 30^\circ$) ($90^\circ, 45^\circ, 45^\circ$) ($90^\circ, 53^\circ, 37^\circ$)

■ Aplicaciones de la semejanza

- 32** ▼▼▼ La altura de la puerta de la casa mide 3 m. ¿Cuál es la altura de la casa? ¿Y la del árbol más alto?



$$\left. \begin{array}{l} 1 \text{ cm} \rightarrow 3 \text{ m} \\ 2,6 \text{ cm} \rightarrow x \\ 2,5 \rightarrow y \end{array} \right\} \begin{array}{l} x = 7,8 \text{ m mide la casa.} \\ y = 7,5 \text{ m mide el árbol más alto.} \end{array}$$

- 33** ▼▼▼ Un rectángulo tiene unas dimensiones de 10 cm por 15 cm. El lado menor de otro rectángulo semejante a él mide 12 cm. Halla:

- La razón de semejanza para pasar del primer al segundo rectángulo.
- El lado mayor del segundo.
- Las áreas de ambos rectángulos.

a) razón de semejanza = $\frac{12}{10} = 1,2$

b) $15 \cdot 1,2 = 18 \text{ cm}$

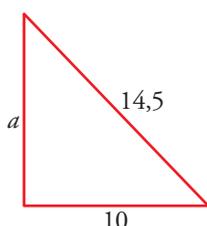
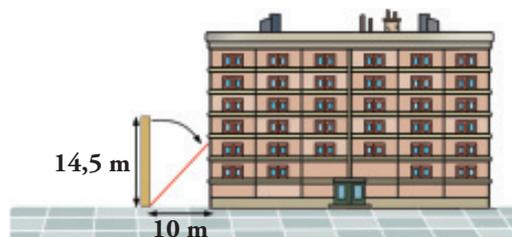
c) El área del primero es 150 cm^2 , y la del segundo, 216 cm^2 .

- 34** ▼▼▼ Para determinar que la altura de un eucalipto es de 11 m, Carlos ha medido la sombra de este (9,6 m) y la suya propia (1,44 m), ambas proyectadas por el Sol a la misma hora. ¿Cuánto mide Carlos?

$$\frac{11}{9,6} = \frac{x}{1,44} \rightarrow x = 1,65. \text{ Carlos mide } 1,65 \text{ m.}$$

■ Resuelve problemas

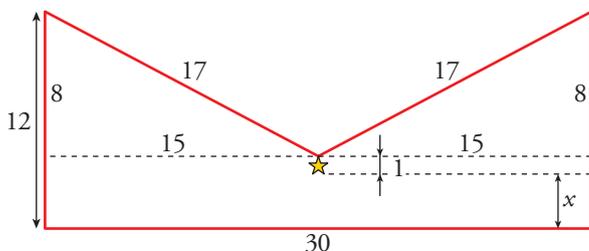
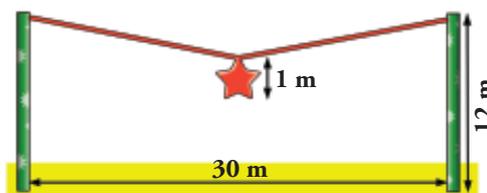
- 35** ▼▼▼ Se cae un poste de 14,5 m de alto sobre un edificio que se encuentra a 10 m de él. ¿Cuál es la altura a la que le golpea?



$$a = \sqrt{14,5^2 - 10^2} = \sqrt{110,25} = 10,5 \text{ m}$$

Golpea el edificio a una altura de 10,5 m.

- 36** ▼▼▼ En las fiestas de un pueblo, cuelgan una estrella de 1 m de altura en medio de una cuerda de 34 m que está atada a los extremos de dos postes de 12 m separados 30 m entre sí. ¿A qué distancia del suelo queda la estrella?



$$\sqrt{17^2 - 15^2} = 8$$

$$x = 12 - 8 - 1 = 3$$

La estrella está a 3 m del suelo.

- 37** ▼▼▼ Una pareja, que va a comprar una casa, consulta un callejero a escala 1:30 000, mide la distancia de esta al metro y resulta ser de 2 cm. ¿Cuál es la distancia real?

Por otro lado, saben que la distancia de esa casa a la guardería es de 1,5 km. ¿A qué distancia se encontrarán en el callejero?

$30\,000 \cdot 2 = 60\,000 \text{ cm} = 600 \text{ m}$ es la distancia al metro.

En el callejero, la casa estará a 5 cm de la guardería.

- 38** ▼▼▼ En la orilla del río Sena (París) hay una réplica a escala 1:4 de la Estatua de la Libertad que mide 11,5 m de altura. Halla la altura de la estatua de Nueva York.

En Cenicero, un pueblo riojano, hay una Estatua de la Libertad de 1,2 m. ¿Cuál sería la escala de esta con respecto a la de Nueva York?

$11,5 \cdot 4 = 46 \text{ m}$ mide la de Nueva York.

$$\frac{4,2}{46} = \frac{3}{115} \rightarrow \text{La escala es } 3:115$$

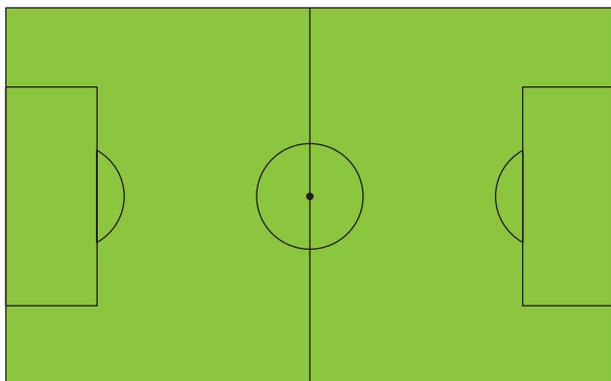
- 39** ▼▼▼ Las medidas de un coche teledirigido de “Fórmula 1”, a escala 1:40, son: 11,75 cm de largo, 5 cm de ancho y 3 cm de alto. ¿Cuáles son las dimensiones reales del coche?

Largo: $11,75 \cdot 40 = 470 \text{ cm} = 4,7 \text{ m}$

Ancho: $5 \cdot 40 = 200 \text{ cm} = 2 \text{ m}$

Alto: $3 \cdot 40 = 120 \text{ cm} = 1,2 \text{ m}$

- 40** ▼▼▼ Averigua cuáles son las dimensiones reales del siguiente campo de fútbol. Calcula la superficie de cada área de penalti (área grande) y del círculo central.



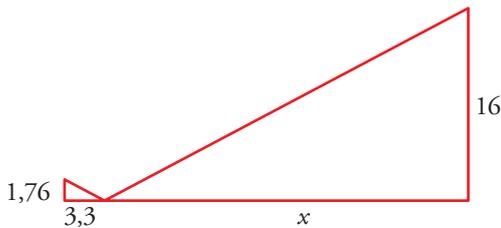
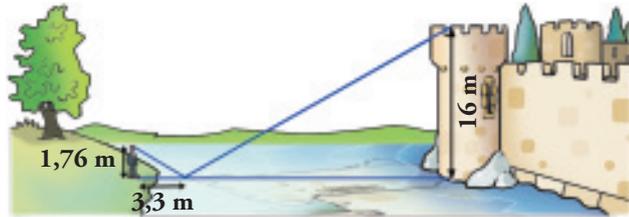
ESCALA 1:1400

$$\text{Área de penalti} = 682,1 \text{ m}^2$$

$$\text{Área del círculo central} = 301,6 \text{ m}^2$$

PÁGINA 191

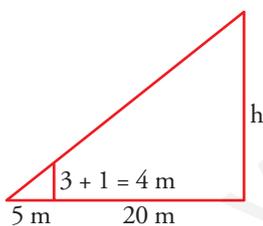
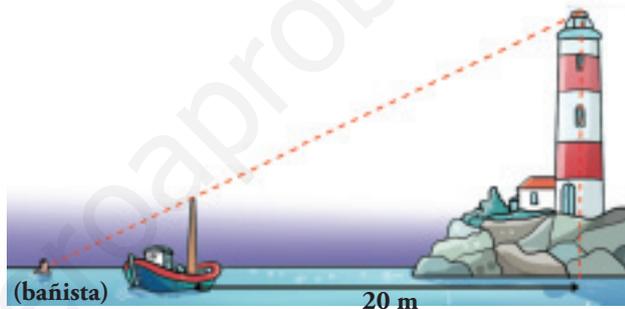
- 41** ▼▼▼ ¿Cuál es la distancia entre el chico y la base de la torre (el chico ve la torre reflejada en el agua)?



$$\frac{1,76}{16} = \frac{3,3}{x} \rightarrow x = \frac{3,3 \cdot 16}{1,76} = 30 \text{ m}$$

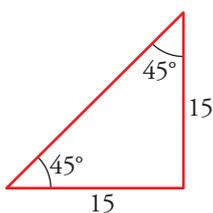
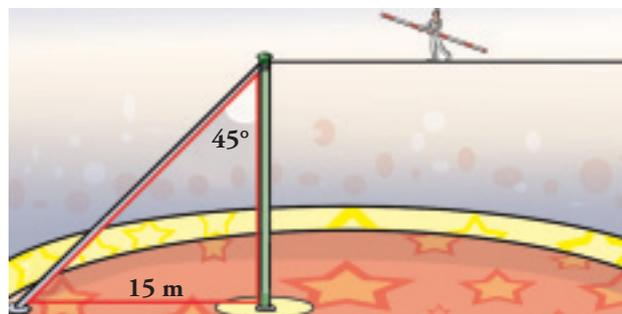
La distancia entre el chico y la base de la torre es de 33,3 m.

- 42** ▼▼▼ El bañista se encuentra a 5 m del barco. La borda del barco está a 1 m sobre el nivel del mar. El mástil del barco sobresale 3 m de la borda. El bañista ve alineados el extremo del mástil y el foco del faro. ¿A qué altura sobre el nivel del mar se encuentra el foco del faro?



$$\frac{h}{25} = \frac{4}{5} \rightarrow h = \frac{4 \cdot 25}{5} = 20 \text{ m}$$

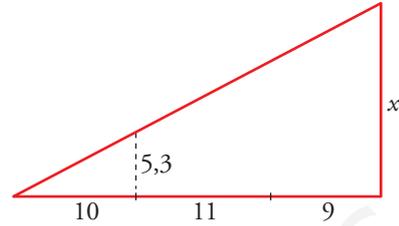
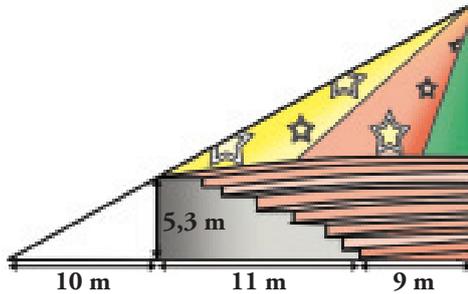
- 43** ▼▼▼ ¿A qué altura se encuentra el equilibrista?



Los ángulos miden 45° , 45° y 90° .

El equilibrista está a 15 m de altura.

44 ▽▽ ▽ ¿Cuál es la altura del siguiente circo?:

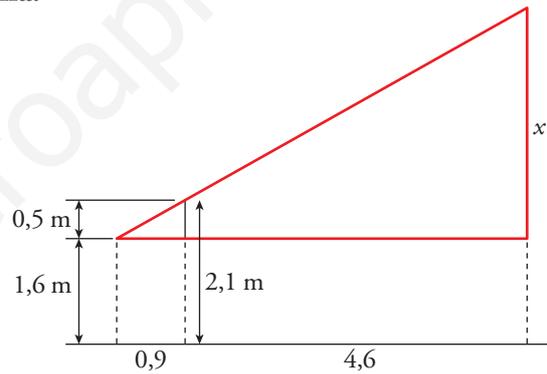
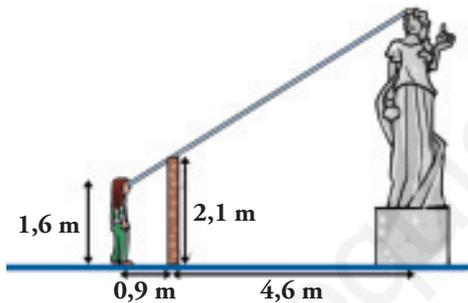


$$\frac{x}{30} = \frac{5,3}{10} \rightarrow x = 15,9 \text{ m}$$

La altura del circo es de 15,9 m.

■ Problemas “+”

45 ▽▽ ▽ ¿A qué altura se encuentra el extremo superior de la escultura, sabiendo que Paula la ve alineada con el borde de la valla?

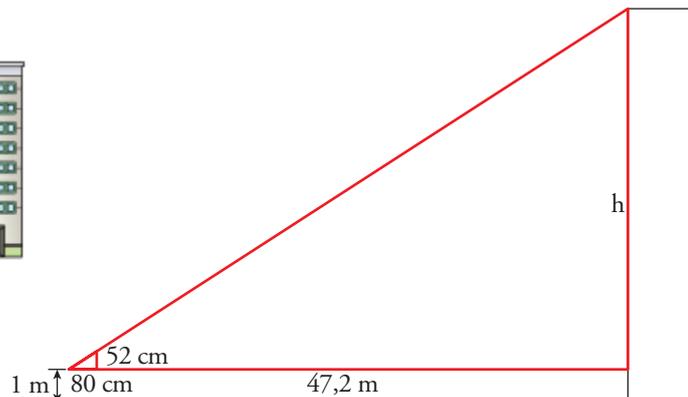
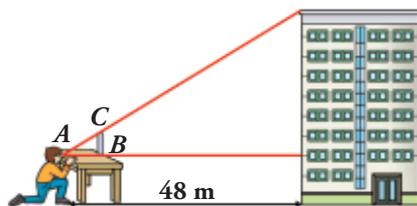


$$\frac{x}{0,5} = \frac{5,5}{0,9} \rightarrow x = 3,06 \text{ m}$$

La estatua mide 3,06 m de alto.

46 ▽▽ ▽ Halla la altura del edificio sabiendo que:

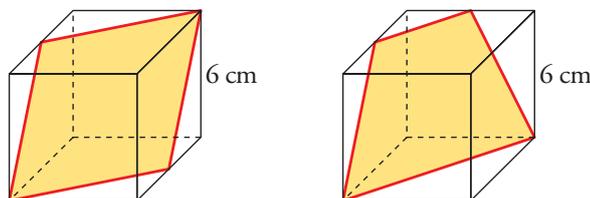
- La mesa tiene 1 m de altura.
- $\overline{AB} = 80 \text{ cm}$ y $\overline{BC} = 52 \text{ cm}$



$$\frac{h}{0,52} = \frac{48}{0,8} \rightarrow h = 31,2$$

El edificio mide 32,2 m de altura.

- 47** ▼▼▼ Tenemos dos cubos de poliespán. Los hemos cortado como se muestra en las dos figuras siguientes:



Halla el área y el perímetro de estos polígonos.

ROMBO:

$$\text{Lado } l = \sqrt{6^2 + 3^2} \approx 6,7 \text{ cm}$$

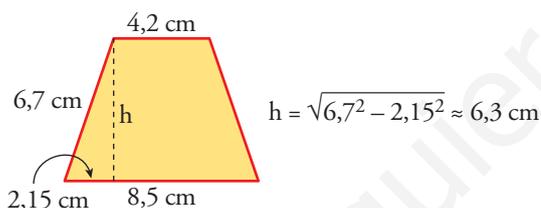
$$\text{Diagonal menor, } d = \sqrt{6^2 + 6^2} \approx 8,5 \text{ cm}$$

$$\text{Diagonal mayor, } D = \sqrt{6^2 + 6^2 + 6^2} \approx 10,4 \text{ cm}$$

$$\text{Perímetro} \approx 4 \cdot 6,7 = 26,8 \text{ cm}$$

$$\text{Área} \approx \frac{8,5 + 10,4}{2} = 44,2 \text{ cm}^2$$

TRAPECIO:



$$\text{Base mayor, } B = \sqrt{6^2 + 6^2} \approx 8,5 \text{ cm}$$

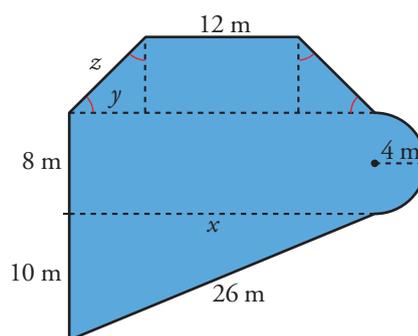
$$\text{Base menor, } b = \sqrt{3^2 + 3^2} \approx 4,2 \text{ cm}$$

$$\text{Lado lateral, } l = \sqrt{6^2 + 3^2} \approx 6,7 \text{ cm}$$

$$\text{Perímetro} \approx 8,5 + 4,2 + 2 \cdot 6,7 = 26,1 \text{ cm}$$

$$\text{Área} \approx \frac{8,5 + 4,2}{2} \cdot 6,3 = 40 \text{ cm}^2$$

- 48** ▼▼▼ La plaza de un pueblo tiene la forma y las dimensiones que aparecen en el dibujo. Los ángulos señalados son, todos ellos, de 45° . Calcula el perímetro y el área de la plaza.



$$x = \sqrt{26^2 - 10^2} = 24 \text{ m}$$

$$y = \frac{24 - 12}{2} = 6 \text{ m}$$

$$z = \sqrt{6^2 + 6^2} \approx 8,5 \text{ m}$$

$$\text{Perímetro} = 12 + 8,5 \cdot 2 + 4\pi + 26 + 18 \approx 85,6 \text{ m}$$

$$\text{Área} = \frac{24 + 12}{2} \cdot 6 + 24 \cdot 8 + \frac{24 \cdot 10}{2} + \frac{\pi \cdot 4^2}{2} = 445,1 \text{ m}^2$$

PÁGINA 193

¿Utilizas la semejanza para calcular longitudes desconocidas?

- 1** Un modelo de coche tiene una longitud de 4,20 m. Una maqueta suya mide 16,8 cm. ¿A qué escala está hecha?

$$4,20 \text{ m} = 420 \text{ cm}; \quad \frac{16,8}{420} = \frac{1}{25}. \quad \text{Está a escala } \frac{1}{25} \rightarrow 1:25.$$

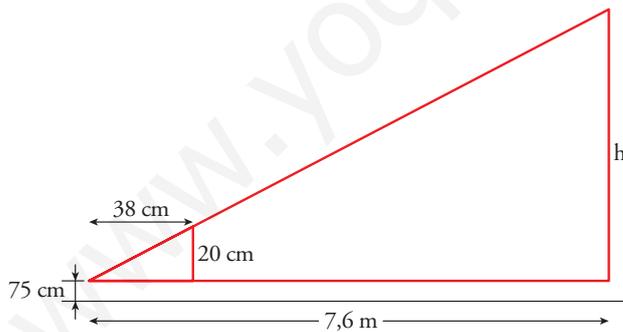
- 2** Los lados de un triángulo miden 6 cm, 8 cm y 13 cm. Otro triángulo semejante a él tiene un lado mediano de 12 cm. Halla las longitudes de sus otros dos lados.

$$\left. \begin{array}{l} \frac{12}{8} = \frac{3}{2} \\ 6 \cdot \frac{3}{2} = 9; \quad 13 \cdot \frac{3}{2} = 19,5 \end{array} \right\} \text{ Los lados miden 9 cm, 12 cm y 19,5 cm.}$$

- 3** Un avión quiere viajar, en línea recta, entre Las Palmas de Gran Canaria y Palma de Mallorca. En un plano a escala 1:9 000 000, la distancia que medimos es de 26 cm. ¿Cuántos kilómetros recorrerá el avión?

$$26 \cdot 9\,000\,000 = 234\,000\,000 \text{ cm} = 2\,340 \text{ km}$$

- 4** La regla mide 20 cm y está a 38 cm del borde de la mesa más cercano a la chica. Halla la altura de la caseta sabiendo que el tablero de la mesa está a 75 cm de altura y que la chica está a 7,6 m de la casa.

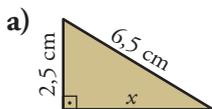


$$\frac{h}{7,6} = \frac{20}{38} \rightarrow h = 4$$

La caseta mide 4,75 m de altura.

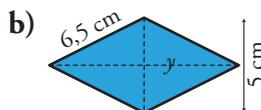
¿Dominas el teorema de Pitágoras y lo aplicas cuando conviene?

- 5** Halla el área de estos polígonos:



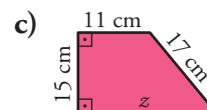
$$a) x = \sqrt{6,5^2 - 2,5^2} = 6 \text{ cm}$$

$$A = \frac{6 \cdot 2,5}{2} = 7,5 \text{ cm}^2$$



$$b) y = \sqrt{6,5^2 - 2,5^2} = 6 \text{ cm}$$

$$A = \frac{12 \cdot 5}{2} = 30 \text{ cm}^2$$



$$c) z = 11 + \sqrt{17^2 - 15^2} = 19 \text{ cm}$$

$$A = \frac{11 + 19}{2} \cdot 15 = 225 \text{ cm}^2$$