

Ejercicio 1.

Realiza las siguientes operaciones con números enteros:

$$a) 2 + 2 \cdot (3 - 7) - [5 - (-2)^2] = 2 + 2 \cdot (-4) - (5 - 4) = 2 - 8 - 1 = -7$$

$$b) 8 - (7 - 11) - 3 \cdot (3 - 5) - 4 \cdot 2 - 9 = 8 - (-4) - 3 \cdot (-2) - 8 - 9 = 8 + 4 + 6 - 8 - 9 = 18 - 17 = 1$$

$$c) 7 - 7 \cdot [7 - 4 \cdot (5 - 3)] = 7 - 7 \cdot [7 - 4 \cdot (2)] = 7 - 7 \cdot (7 - 8) = 7 - 7 \cdot (-1) = 7 + 7 = 14$$

$$d) \left[-(-6) + 2 \cdot (2 - 5)^2 \right] : \left[10 + 2 \cdot (1 - 3^2) \right] = \left[6 + 2 \cdot (-3)^2 \right] : \left[10 + 2 \cdot (1 - 9) \right] = \left[6 + 2 \cdot 9 \right] : \left[10 + 2 \cdot (-8) \right] = (6 + 18) : (10 - 16) = 24 : (-6) = -4$$

Ejercicio 2.

Ordena de menor a mayor los siguientes números enteros:

$$a) 6, -1, 3, -10, -3, 4, 0, -5, -8, 2$$

$$-10 < -8 < -5 < -3 < -1 < 0 < 2 < 3 < 4 < 6$$

$$b) \begin{array}{cccccccccc} -(-4) & , & +(-3) & , & | +7 | & , & -2^2 & , & -(+2) & , & (-1)^3 & , & |-2|^3 & , & -(-3)^2 & , & -|-5| & , & (-5)^0 \\ \downarrow & & \downarrow \\ 4 & & -3 & & 7 & & -4 & & -2 & & -1 & & 8 & & -9 & & -5 & & 1 \end{array}$$

$$-(-3)^2 < -|-5| < -2^2 < +(-3) < -(+2) < (-1)^3 < (-5)^0 < -(-4) < | +7 | < |-2|^3$$

Ejercicio 3.

De cuántas formas diferentes podemos envasar 352 litros de aceite en envases con un número exacto de litros. Escríbelas.

Descomponemos en factores primos el número 352 y obtenemos $352 = 2^5 \cdot 11$

Como $352 = 2^5 \cdot 11^1$ tenemos que 352 alberga $(5+1) \cdot (1+1) = 12$ divisores, por tanto hay 12 formas diferentes de envasar el aceite y son las siguientes:

nº de envases	1	2	4	8	11	16	22	32	44	88	176	352
Litros en cada envase	352	176	88	44	32	22	16	11	8	4	2	1

Ejercicio 4.

- El número 10^{100} recibe el nombre de googol. ¿Escribe el número que representa mil googoles?

$$1000 \text{ googoles} = 1000 \cdot 10^{100} = 10^3 \cdot 10^{100} = 10^{103}$$

- ¿Cuánto es el doble del cuadrado de 2^{100} ?

$$\text{Doble del cuadrado de } 2^{100} = 2 \cdot (2^{100})^2 = 2 \cdot 2^{2 \cdot 100} = 2 \cdot 2^{200} = 2^{201}$$

Ejercicio 5.

En una clase de 1º de ESO queremos repartir un montón de caramelos por haber ganado un concurso navideño de decoración. Si empezamos dando 7 a cada uno, el último de la lista sólo se lleva 5, y si cada uno se lleva 6 caramelos, sobran 21. ¿Cuántos caramelos hay para repartir?

Vemos que nos faltan 2 caramelos para poder repartir 7 a cada alumno, entonces tenemos que repartiendo 6 caramelos por alumno nos sobran 21 y si intentamos dar un caramelo más a cada uno se quedarían dos sin ese caramelo. Por tanto es claro que en la clase hay 23 alumnos y el número de caramelos que hay es $6 \cdot 23 + 21 = 159 = 7 \cdot 23 - 2$

Escrito algo más formal: al dividir el número de caramelos entre los alumnos obtenemos 6 de cociente y 21 de resto \Rightarrow el divisor (n° alumnos) es mayor que 21; si tuviésemos 2 caramelos más la división sería exacta de cociente 7 \Rightarrow el divisor es 23 y el dividendo (n° total de caramelos) = $23 \cdot 6 + 21 = 159$ ($D = d \cdot c + r$)

Ejercicio 6.

Realiza las operaciones y expresa en forma de potencia:

a) $7 \cdot 7^7 : 7^3 = 7^8 : 7^3 = 7^5$

b) $(4^2 \cdot 2^4) : 2 = [(2^2)^2 \cdot 2^4] : 2 = [2^4 \cdot 2^4] : 2 = 2^8 : 2 = 2^7$

c) $(a^3 \cdot b^5)^2 : (a^6 \cdot b^4) = (a^6 \cdot b^{10}) : (a^6 \cdot b^4) = a^0 \cdot b^6 = b^6$

d) $[(2^4 \cdot 6^4) : 4^4]^2 \cdot 9^3 = [12^4 : 4^4]^2 \cdot 9^3 = [3^4]^2 \cdot (3^2)^3 = 3^8 \cdot 3^6 = 3^{14}$

e) $[(-3)^3 \cdot 3^6] : (3^3 \cdot 3^5) = [(-3)^3 \cdot (-3)^6] : 3^8 = (-3)^9 : (-3)^8 = (-3)$

f) $[5^5 \cdot 5^8] : (-5)^4 = 5^{13} : 5^4 = 5^9$

g) $24^5 : 8^3 = (2^3 \cdot 3)^5 : (2^3)^3 = (2^{15} \cdot 3^5) : 2^9 = 2^6 \cdot 3^5$

h) $\sqrt{2304} = \sqrt{2^8 \cdot 3^2} = 2^4 \cdot 3$

Ejercicio 7.

Multiplica el número 29 por 11, después por 111 y luego por 1111. Fijándote en los resultados, ¿puedes decir que número obtendremos al multiplicar 29 por 1111111111?. ¿Y al multiplicarlo por un número formado por cien unos?

$$29 \cdot 11 = 319 \quad , \quad 29 \cdot 111 = 3219 \quad , \quad 29 \cdot 1111 = 32219 \quad , \quad \text{probamos uno más y vemos que } 29 \cdot 11111 = 322219$$

$$\text{Entonces tendremos que } 29 \cdot 1111111111 = 3222222219 \quad \text{y} \quad 29 \cdot \underbrace{111 \dots 111}_{100 \text{ unos}} = 3 \underbrace{222 \dots 222}_{98 \text{ doses}} 19$$

Ejercicio 8.

Encuentra el primer número de seis cifras que es divisible por los números 24, 30 y 45.

Si el número pedido tiene que ser divisible por 24, 30 y 45 \Rightarrow debe ser múltiplo de los tres \Rightarrow múltiplo común \Rightarrow ese número debe ser múltiplo del m.c.m.(24, 30, 45).

$$\left. \begin{array}{l} 24 = 2^3 \cdot 3 \\ 30 = 2 \cdot 3 \cdot 5 \\ 45 = 3^2 \cdot 5 \end{array} \right\} \Rightarrow \text{m.c.m.}(24, 30, 45) = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 5 = 360$$

El primer número de 6 cifras es 100000 \Rightarrow buscamos el primer múltiplo de 360 mayor que 100000

$$\begin{array}{r} 100000 \quad | \quad 360 \\ 2800 \quad 277 \\ \hline 2800 \\ \hline 280 \end{array}$$

*Si multiplicamos $360 \cdot 277$ nos faltan 280 para llegar a 100000
entonces el número pedido es $360 \cdot 278 = 100080$*