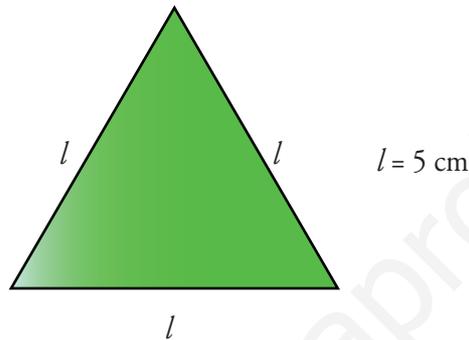


PÁGINA 228

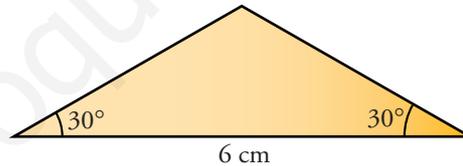
■ EJERCICIOS DE LA UNIDAD

Construcción de triángulos

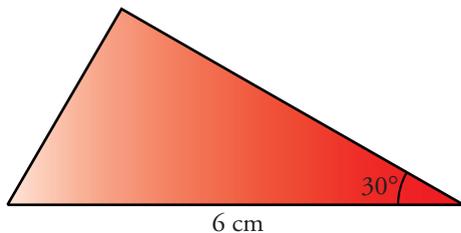
- 1 ▲▲▲ Construye un triángulo equilátero cuyo lado mida $l = 5$ cm.



- 2 ▲▲▲ Construye un triángulo isósceles cuyos ángulos iguales miden 30° y cuyo lado desigual mide 6 cm.

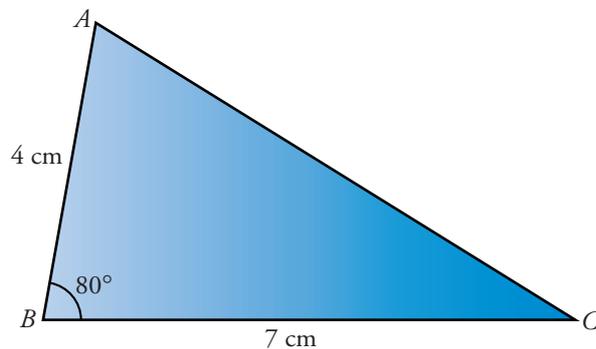


- 3 ▲▲▲ La hipotenusa de un triángulo rectángulo mide 6 cm y uno de sus ángulos, 30° . Constrúyelo. Comprueba que el cateto menor es la mitad de la hipotenusa.



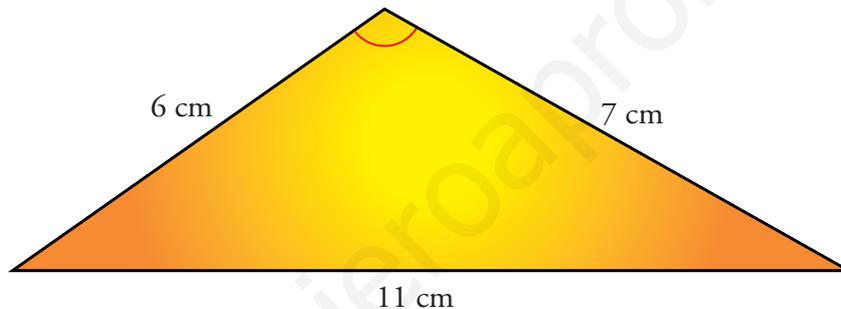
Con la regla se comprueba que el cateto menor mide 3 cm

- 4 ▲▲▲ Construye un triángulo ABC del que se conocen $\overline{AB} = 4$ cm, $\overline{BC} = 7$ cm y $\hat{B} = 80^\circ$. ¿De qué tipo es?



El triángulo es acutángulo y escaleno.

- 5 ▲▲▲ Representa el triángulo de lados 6 cm, 7 cm y 11 cm. ¿De qué tipo es?



El triángulo es obtusángulo y escaleno.

- 6 ▲▲▲ ¿Por qué es imposible construir un triángulo cuyos lados midan 15,3 cm, 8,6 cm y 5,2 cm, respectivamente?

Porque la suma de las longitudes de los dos lados menores no supera la longitud del lado mayor.

- 7 ▲▲▲ ¿Por qué no se puede construir un triángulo con dos ángulos que midan 95° y 88°, respectivamente?

Porque la suma de los dos ángulos dados no es menor que 180°.

- 8 ▲▲▲ Dos de los lados de un triángulo miden 5 cm cada uno, y forman un ángulo de 90°. ¿Cuánto miden los otros dos ángulos?

Es un triángulo isósceles.

Por tanto, los otros dos ángulos son iguales:

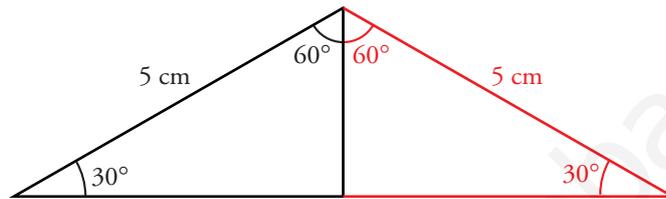
$$180^\circ - 90^\circ = 90^\circ$$

$$90^\circ : 2 = 45^\circ \text{ es la medida de cada uno de ellos}$$

- 9 ▲▲▲ El ángulo desigual de un triángulo isósceles mide 120° y los lados iguales, 5 cm. Constrúyelo.

Se construye en dos pasos:

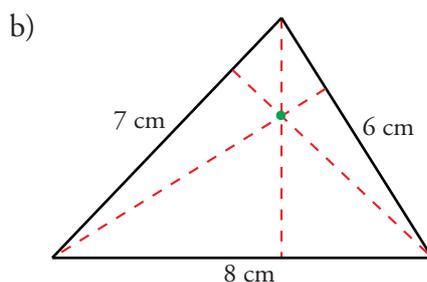
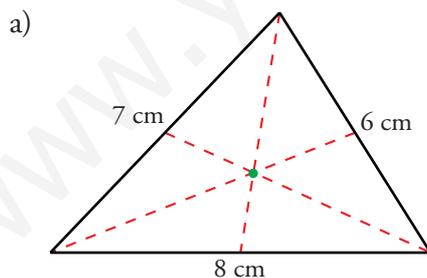
- La mitad del triángulo isósceles es un triángulo rectángulo donde los ángulos agudos miden 30° y 60° , y su hipotenusa mide 5 cm.
- Se construye dicho triángulo y luego se amplía al triángulo completo.

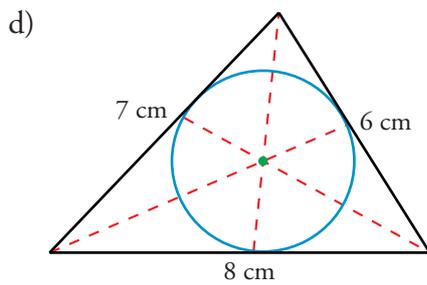
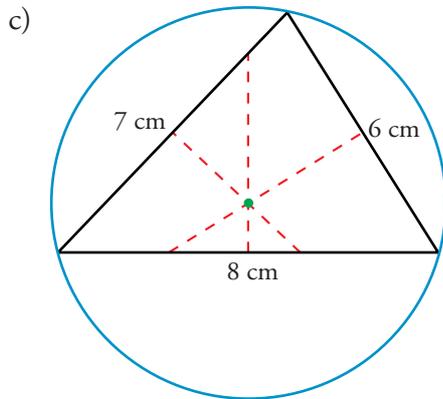


Puntos y rectas notables

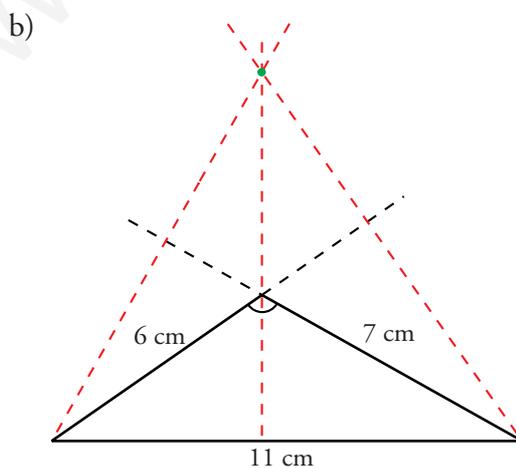
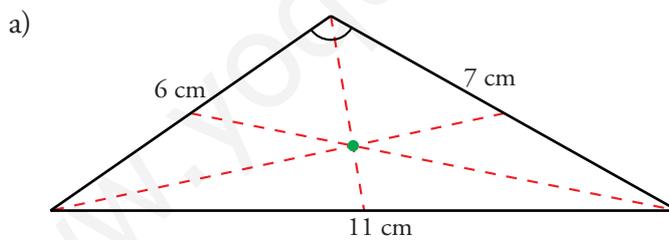
- 10 ▲▲▲ Construye cuatro triángulos cuyos lados midan: $a = 6$ cm, $b = 7$ cm y $c = 8$ cm.

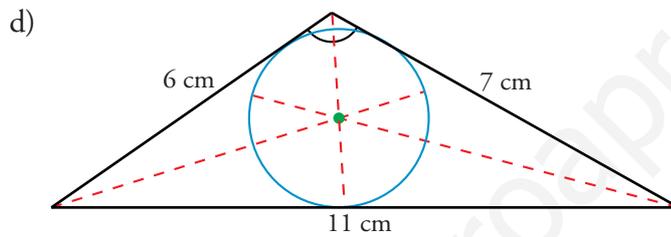
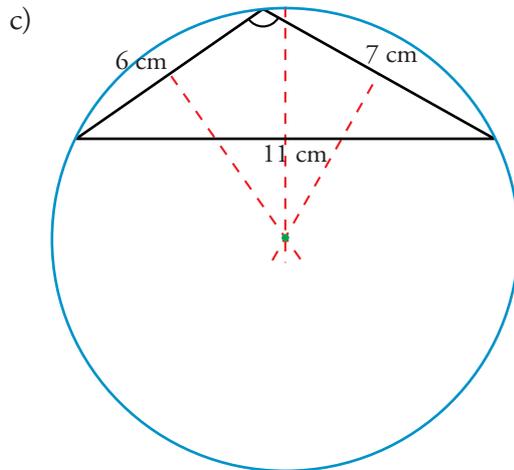
- En uno de ellos, traza sus medianas y localiza el baricentro.
- En otro, traza las alturas y localiza el ortocentro.
- En el tercero, localiza su circuncentro y traza la circunferencia circunscrita.
- En el último, localiza su incentro y traza la circunferencia inscrita.



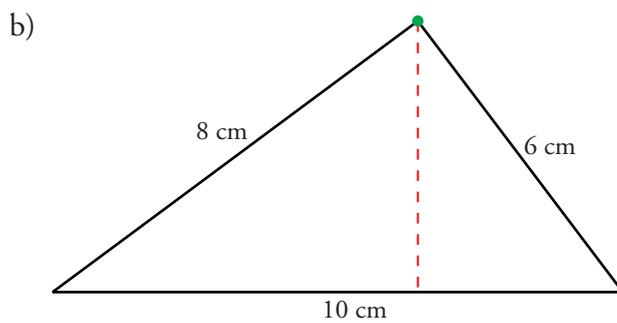
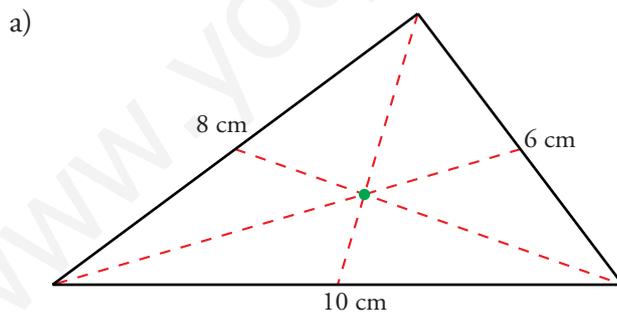


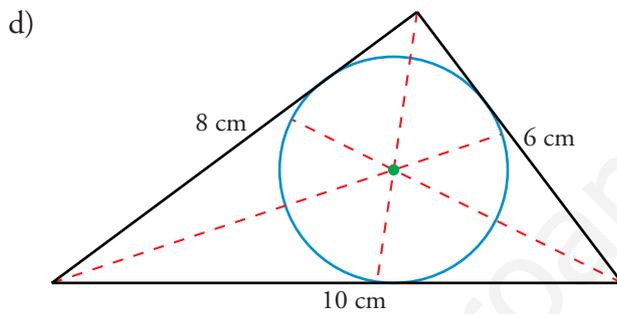
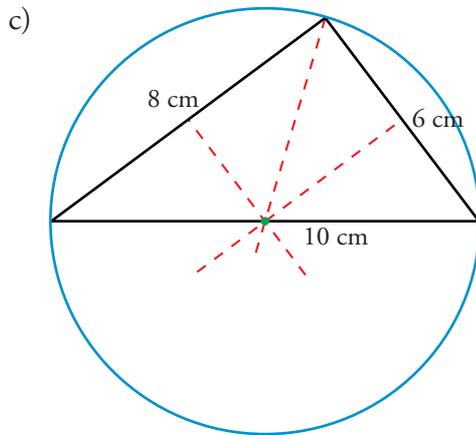
11 $\triangle\triangle\triangle$ Repite la actividad anterior con un triángulo de lados $a=6$ cm, $b=7$ cm y $c=11$ cm.





12 \triangle \triangle \triangle Vuelve a hacer lo mismo con un triángulo de lados $a=10$ cm, $b=8$ cm y $c=6$ cm.



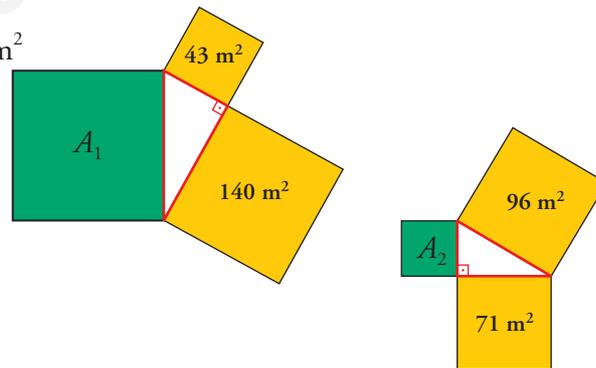


Teorema de Pitágoras

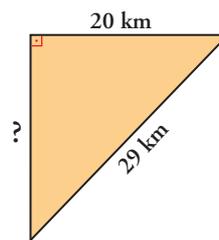
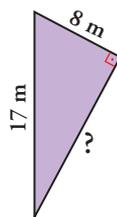
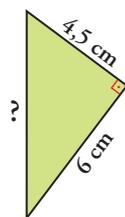
13 $\triangle\triangle\triangle$ Di el valor del área del cuadrado verde en cada uno de los triángulos rectángulos siguientes:

$$A_1 = 140 \text{ m}^2 + 43 \text{ m}^2 = 183 \text{ m}^2$$

$$A_2 = 96 \text{ m}^2 - 71 \text{ m}^2 = 25 \text{ m}^2$$



14 $\triangle\triangle\triangle$ Calcula el lado desconocido en cada uno de los siguientes triángulos rectángulos:

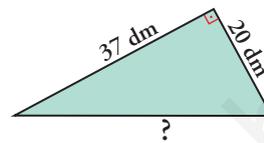
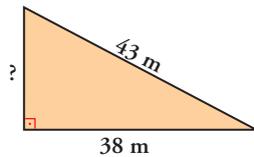


$$x^2 = 4,5^2 + 6^2 = 56,25 \rightarrow x = \sqrt{56,25} = 7,5 \text{ cm}$$

$$x^2 = 17^2 - 8^2 = 225 \rightarrow x = \sqrt{225} = 15 \text{ m}$$

$$x^2 = 29^2 - 20^2 = 441 \rightarrow x = \sqrt{441} = 21 \text{ km}$$

- 15 ▲▲▲ Calcula el lado desconocido de los siguientes triángulos, aproximando hasta las décimas.



$$x^2 = 43^2 - 38^2 = 405 \rightarrow x = \sqrt{405} \approx 20,1 \text{ m}$$

$$x^2 = 37^2 - 20^2 = 1\,810 \rightarrow x = \sqrt{1\,810} \approx 42,5 \text{ dm}$$

- 16 ▲▲▲ Averigua cuáles de los siguientes triángulos son rectángulos:

I: $a = 22 \text{ m}$ $b = 17 \text{ m}$ $c = 10 \text{ m}$

II: $a = 37 \text{ cm}$ $b = 35 \text{ cm}$ $c = 12 \text{ cm}$

III: $a = 61 \text{ m}$ $b = 60 \text{ m}$ $c = 11 \text{ m}$

IV: $a = 42 \text{ m}$ $b = 31 \text{ m}$ $c = 30 \text{ m}$

En los que no son rectángulos, ¿sabrías decir si son acutángulos u obtusángulos?

I: $22^2 = 484$; $17^2 + 10^2 = 389$; 22^2 es mayor que $17^2 + 10^2$. Es OBTUSÁNGULO

II: $37^2 = 1\,369$; $35^2 + 12^2 = 1\,369$; $37^2 = 35^2 + 12^2$. Es RECTÁNGULO

III: $61^2 = 3\,721$; $60^2 + 11^2 = 3\,721$; $61^2 = 60^2 + 11^2$. Es RECTÁNGULO

IV: $42^2 = 1\,764$; $31^2 + 30^2 = 1\,861$; 42^2 es menor que $31^2 + 30^2$. Es ACUTÁNGULO

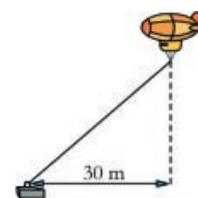
PÁGINA 229

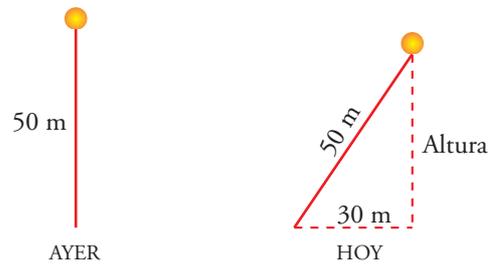
- 17 ▲▲▲ Un globo cautivo está sujeto al suelo con una cuerda.

Ayer, que no había viento, el globo estaba a 50 m de altura.

Hoy hace viento, y la vertical del globo se ha alejado 30 m del punto de amarre.

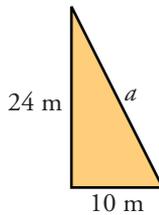
¿A qué altura está hoy el globo?





$$\text{Altura} = \sqrt{50^2 - 30^2} = 40 \text{ m}$$

- 18 ▲▲▲ Para afianzar una antena de 24 m de altura, se van a tender, desde su extremo superior, cuatro tirantes que se amarrarán, en tierra, a 10 m de la base de la torre. ¿Cuántos metros de cable se necesitan para los tirantes?



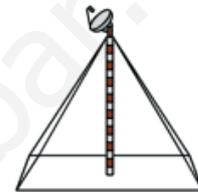
Para un tirante se necesitan:

$$a^2 = 24^2 + 10^2 = 676$$

$$a = 26 \text{ m}$$

$$26 \cdot 4 = 104$$

Por tanto, necesitaremos 104 m de cable.

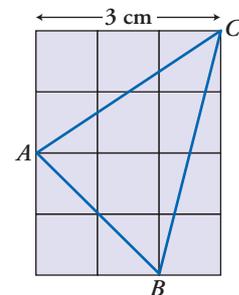


- 19 ▲▲▲ Calcula el perímetro del triángulo ABC .

(NOTA: Aproxima hasta las décimas la medida de cada lado).

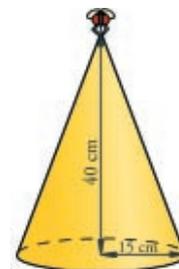
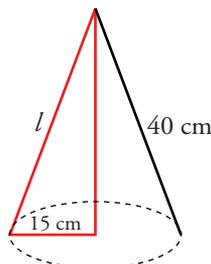
$$\overline{AC} = \sqrt{2^2 + 3^2} = 3,6 \text{ cm} \quad \overline{AB} = \sqrt{2^2 + 2^2} = 2,8 \text{ cm}$$

$$\overline{BC} = \sqrt{1^2 + 4^2} = 4,1 \text{ cm} \quad \text{Perímetro} = 10,5 \text{ cm}$$



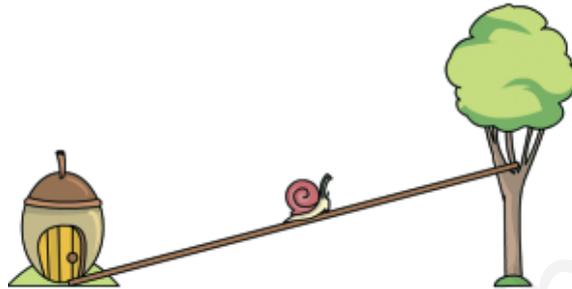
- 20 ▲▲▲ Una mosca está en el vértice de un cucurucho de cartulina con forma de cono. El radio de la base mide 15 cm y la altura es de 40 cm. ¿Cuál es la mayor distancia que puede recorrer la mosca, en línea recta, partiendo del vértice?

$$l = \sqrt{40^2 + 15^2} = 42,7 \text{ cm}$$



- 21 ▲▲▲ Un caracol sale todos los días de su escondite y va a comer los brotes tiernos de un árbol. Para ello se desplaza por el suelo durante 8 minutos y luego, sin variar su velocidad, trepa durante 6 minutos por el tronco.

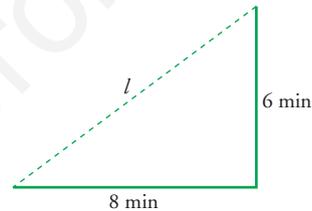
Pero un buen día se encuentra con que alguien ha colocado un tablón justo desde su guarida hasta la base de la copa del árbol.



¿Cuánto crees que tardará si decide subir por el tablón? Eso sí, él avanza, siempre, imperturbable, a la misma velocidad.

$$l = \sqrt{8^2 + 6^2} = 10$$

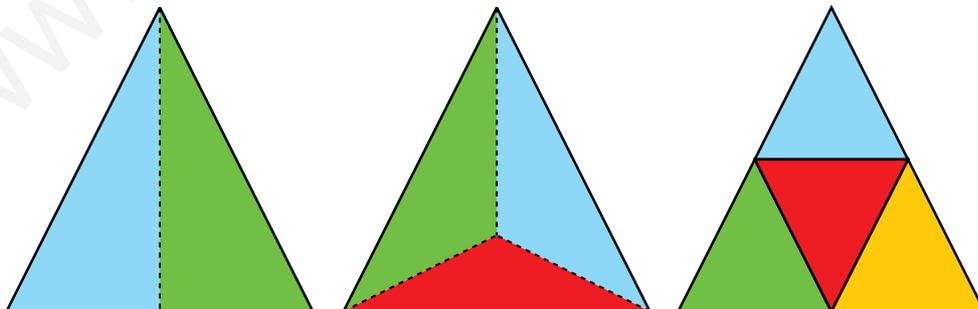
Tardará 10 minutos.



■ PROBLEMAS DE ESTRATEGIA

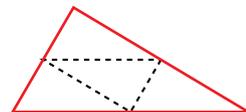
- 22 Dibuja un triángulo equilátero. Divídelo en dos trozos iguales (fácil, ¿verdad?).

Dibuja otro y divídelo en tres trozos iguales (este es menos fácil). ¡Pues también puedes dividirlo en cuatro trozos iguales! Y esto último se puede hacer con un triángulo cualquiera.

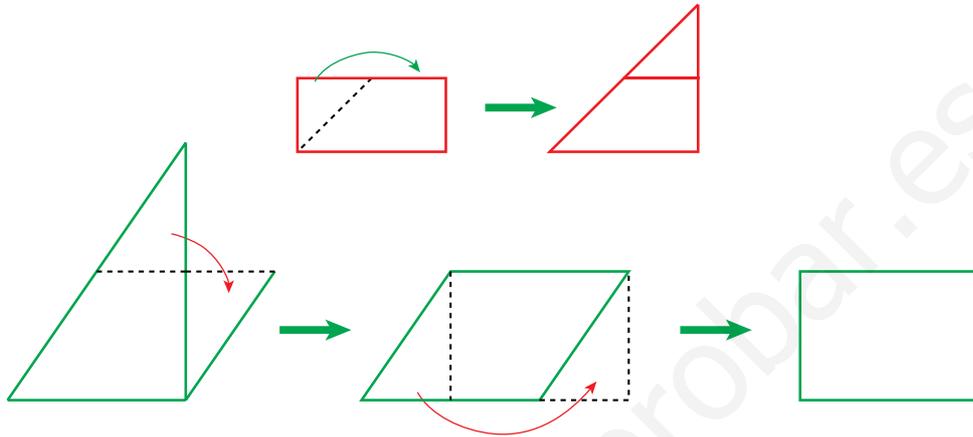


Con un triángulo cualquiera:

Uniéndolo los puntos medios de sus tres lados.

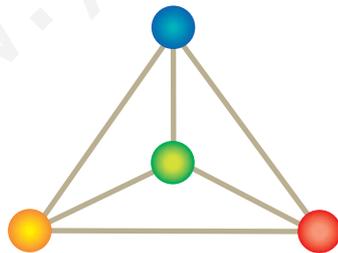
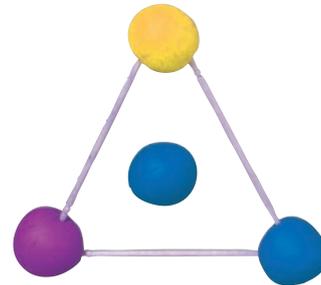


- 23 Busca un método para, cortando y recomponiendo, transformar un rectángulo en un triángulo. Y otro método para transformar un triángulo en cuadrilátero rectángulo (empieza pensando cómo se transforma, cortando y recomponiendo, un triángulo en paralelogramo).



- 24 Con seis palillos de dientes puedes formar 4 triángulos. Piensa y no te empeñes en no levantar los palillos de la mesa. Acaso te resulte más fácil si usas cuatro bolitas de plastilina: tres de ellas te ayudan a formar un triángulo.

¿Dónde debes colocar la cuarta para que con los otros tres palillos se formen tres triángulos más?
4 triángulos con 6 palillos.



Los cuatro triángulos son las caras del tetraedro.