

PÁGINA 72**■ EJERCICIOS DE LA UNIDAD****Múltiplos y divisores**

1 ▲▲▲ Calcula mentalmente para indicar si existe relación de divisibilidad entre estos números:

- | | | |
|-----------------------|----------------------|----------------------|
| a) 50 y 200 | b) 35 y 100 | c) 88 y 22 |
| d) 15 y 35 | e) 15 y 60 | f) 200 y 500 |
| a) Sí. $200 : 50 = 4$ | b) No | c) Sí. $88 : 22 = 4$ |
| d) No | e) Sí. $60 : 15 = 4$ | f) No |

2 ▲▲▲ Calcula mentalmente:

- Tres números que estén contenidos una cantidad exacta de veces en 200.
 - Tres divisores de 500.
 - Tres múltiplos de 30.
- a) 1, 2, 4, 5, 8, 10, 20, 25, 40, 50, 100, 200
b) 1, 2, 4, 5, 10, 20, 25, 50, 100, 125, 250, 500
c) Por ejemplo: 60, 90, 120

3 ▲▲▲ Razona si existe relación de divisibilidad entre:

- | | | |
|-------------|-------------|--------------|
| a) 15 y 900 | b) 14 y 210 | c) 45 y 145 |
| d) 25 y 675 | e) 17 y 162 | f) 142 y 994 |
- a) Sí. $900 : 15 = 60$
b) Sí. $210 : 14 = 15$
c) No. 45 no cabe un número exacto de veces en 145.
d) Sí. $675 : 25 = 27$
e) No. 17 no cabe un número exacto de veces en 162.
f) Sí. $994 : 142 = 7$

4 ▲▲▲ Responde justificando las respuestas:

- ¿Es 765 múltiplo de 5? ¿Y 819 de 52?
 - ¿Es 15 divisor de 765? ¿Y 17 divisor de 587?
- a) 765 es múltiplo de 5 $\rightarrow 765 = 5 \cdot 153$
819 no es múltiplo de 52. No hay ningún número que al multiplicarlo por 52 se obtenga 819.
- b) 15 es divisor de 765 porque $765 : 15 = 51$
17 no es divisor de 587 porque la división $587 : 17$ no es exacta.

- 5 ▲▲▲ Escribe todos los pares de números cuyo producto es 100.

$$1 \cdot 100 = 2 \cdot 50 = 4 \cdot 25 = 5 \cdot 20 = 10 \cdot 10 = 100$$

- 6 ▲▲▲ Busca todos los divisores de:

a) 24 b) 50 c) 81

a) Divisores de 24 \rightarrow 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24

b) Divisores de 50 \rightarrow 1, 2, 5, 10, 25, 50

c) Divisores de 81 \rightarrow 1, 3, 9, 27, 81

- 7 ▲▲▲ Busca los múltiplos de 32 comprendidos entre 700 y 800.

$$32 \cdot 22 = 704$$

704, 736, 768, 800

Números primos y compuestos

- 8 ▲▲▲ Calcula mentalmente dos números cuyo producto sea:

a) 36 b) 360 c) 3 600

d) 42 e) 420 f) 4 200

Solución abierta.

a) $36 = 4 \cdot 9 = 2 \cdot 18 = 12 \cdot 3 = 6 \cdot 6$

b) $360 = 4 \cdot 90 = 2 \cdot 180 = 36 \cdot 10 = 20 \cdot 18 = 12 \cdot 30 = 6 \cdot 60 = \dots$

c) $3\,600 = 4 \cdot 900 = 20 \cdot 180 = 36 \cdot 100 = 120 \cdot 30 = \dots$

d) $42 = 6 \cdot 7 = 3 \cdot 14 = 2 \cdot 21 = \dots$

e) $420 = 6 \cdot 70 = 30 \cdot 14 = 20 \cdot 21 = \dots$

f) $4\,200 = 60 \cdot 70 = 30 \cdot 140 = 20 \cdot 210 = \dots$

- 9 ▲▲▲ Descompón en producto de dos factores:

a) 144 b) 240

c) 238 d) 288

e) 675 f) 713

Solución abierta.

a) $144 = 2 \cdot 72 = 4 \cdot 36 = \dots$

b) $240 = 24 \cdot 10 = 6 \cdot 40 = \dots$

c) $238 = 119 \cdot 2 = 17 \cdot 14 = \dots$

d) $288 = 2 \cdot 144 = 12 \cdot 24 = \dots$

e) $675 = 3 \cdot 225 = 5 \cdot 135 = \dots$

f) $713 = 23 \cdot 31$

10 ▲▲▲ Descompón en factores primos:

a) 32

b) 180

c) 225

d) 392

e) 468

f) 1 260

$$a) 32 = 2^5$$

$$b) 180 = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5$$

$$c) 225 = 3^2 \cdot 5^2$$

$$d) 392 = 2^3 \cdot 7^2$$

$$e) 468 = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 13$$

$$f) 1\,260 = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot 7$$

11 ▲▲▲ Separa los números primos de los compuestos:

91 17 49 97 15 71 57 53 81 27 111 29

Primos: 91, 17, 97, 71, 53 y 29

Compuestos: 49, 15, 57, 81, 27 y 111

Criterios de divisibilidad

12 ▲▲▲ Busca entre estos números los múltiplos de 2, los de 3, los de 5, los de 7 y los de 13:

104 130 140 119 143 182
186 147 200 255 245 203

Múltiplos de 2 → 104, 130, 140, 182, 186 y 200

Múltiplos de 3 → 186, 147 y 255

Múltiplos de 5 → 130, 140, 200, 255 y 245

Múltiplos de 7 → 140, 119, 182, 147, 245 y 203

Múltiplos de 13 → 104, 130, 143 y 182

13 ▲▲▲ Sustituye cada letra por una cifra, de manera que el número resultante sea divisible por 3:

2 4 A 7 3 B 4 9 C 7 D 4 E 5

Busca, en cada caso, todas las soluciones.

A → 0, 3, 6, 9

B → 2, 5, 8

C → 2, 5, 8

D → 2, 5, 8

E → 0, 3, 6, 9

14 ▲▲▲ Busca en cada caso todos los valores posibles de a para que el número resultante sea, a la vez, múltiplo de 2 y de 3:

1 | a

1 | 4 | a

7 | 5 | a

1 | a → 1 | 2 , 1 | 8

1 | 4 | a → 1 | 4 | 4

7 | 5 | a → 7 | 5 | 0 , 7 | 5 | 6

- 15 ▲▲▲ ¿Cómo sabes de un vistazo si un número es múltiplo de 100? ¿Y cómo sabes si es divisible entre 6?

Un número es múltiplo de 100 si sus dos últimas cifras son 00.

Un número es divisible entre 6 si acaba en cifra par y la suma de sus cifras es múltiplo de 3.

Máximo común divisor y mínimo común múltiplo

- 16 ▲▲▲ Calcula mentalmente:

- | | |
|-------------------------|------------------------|
| a) M.C.D. (4, 6) | b) M.C.D. (4, 8) |
| m.c.m. (4, 6) | m.c.m. (4, 8) |
| c) M.C.D. (20, 30) | d) M.C.D. (12, 18) |
| m.c.m. (20, 30) | m.c.m. (12, 18) |
| a) M.C.D. (4, 6) = 2 | b) M.C.D. (4, 8) = 4 |
| m.c.m. (4, 6) = 12 | m.c.m. (4, 8) = 8 |
| c) M.C.D. (20, 30) = 10 | d) M.C.D. (12, 18) = 6 |
| m.c.m. (20, 30) = 60 | m.c.m. (12, 18) = 36 |

PÁGINA 73

- 18 ▲▲▲ Calcula:

- | | |
|---|---------------------------|
| a) M.C.D. (72, 108) | b) M.C.D. (270, 234) |
| m.c.m. (72, 108) | m.c.m. (270, 234) |
| c) M.C.D. (560, 588) | d) M.C.D. (210, 315, 420) |
| m.c.m. (560, 588) | m.c.m. (210, 315, 420) |
| a) $72 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 = 2^3 \cdot 3^2$ | |
| $108 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 2^2 \cdot 3^3$ | |
| M.C.D. (72, 108) = $2^2 \cdot 3^2 = 36$ | |
| m.c.m. (72, 108) = $2^3 \cdot 3^3 = 216$ | |
| b) $270 = 2 \cdot 3^3 \cdot 5$ | |
| $234 = 2 \cdot 3^2 \cdot 13$ | |
| M.C.D. (270, 234) = $2 \cdot 3^2 = 18$ | |
| m.c.m. (270, 234) = $2 \cdot 3^3 \cdot 5 \cdot 13 = 3\,510$ | |
| c) $560 = 2^4 \cdot 5 \cdot 7$ | |
| $588 = 2^2 \cdot 3 \cdot 7^2$ | |
| M.C.D. (560, 588) = $2^2 \cdot 7 = 28$ | |
| m.c.m. (560, 588) = $2^4 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7^2 = 11\,760$ | |

$$\begin{aligned} \text{d) } 210 &= 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \\ 315 &= 3^2 \cdot 5 \cdot 7 \\ 420 &= 2^2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \\ \text{M.C.D. (210, 315, 420)} &= 3 \cdot 5 \cdot 7 = 105 \\ \text{m.c.m. (210, 315, 420)} &= 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot 7 = 1\,260 \end{aligned}$$

Para aplicar lo aprendido

- 19 ▲▲▲ ¿De cuántas formas diferentes se pueden disponer 72 baldosas cuadradas de manera que formen un rectángulo?

Hallamos primeramente los divisores de 72:

$$1 \quad 2 \quad 3 \quad 4 \quad 6 \quad 8 \quad 9 \quad 12 \quad 18 \quad 24 \quad 36 \quad 72$$

Las baldosas se pueden disponer de seis formas diferentes:

$$1 \times 72 \quad 2 \times 36 \quad 3 \times 24 \quad 4 \times 18 \quad 6 \times 12 \quad 8 \times 9$$

- 20 ▲▲▲ Busca todas las formas posibles de hacer equipos de igual número de elementos con los chicos y chicas de una clase de 24 personas.

Divisores de 24 \rightarrow 1 2 3 4 6 8 12 24

1 equipo de 24 personas / 24 equipos de 1 persona

2 equipos de 12 personas / 12 equipos de 2 personas

3 equipos de 8 personas / 8 equipos de 3 personas

4 equipos de 6 personas / 6 equipos de 4 personas

- 21 ▲▲▲ En un colegio se reparten invitaciones para una obra de teatro subvencionada.

Ana observa que el número de entradas puede contarse exactamente de 2 en 2, de 3 en 3 y de 5 en 5.

¿Cuáles son los posibles números de entradas?

El número de entradas ha de ser múltiplo de 2, de 3 y de 5:

$$2 \cdot 3 \cdot 5 = 30$$

Así, el número de entradas puede ser 30 y todos sus múltiplos:

$$30, 60, 90, 120, 150 \dots$$

- 22 ▲▲▲ Para transportar 12 perros y 18 gatos se van a usar jaulas iguales que sean lo más grandes posible, y de forma que en todas quepa el mismo número de animales. ¿Cuántos animales deben ir en cada jaula?

NOTA: A nadie en su sano juicio se le ocurriría poner perros y gatos juntos.

Hemos de encontrar un divisor común de 12 y 18, el mayor:

$$12 = 2^2 \cdot 3$$

$$18 = 2 \cdot 3^2$$

$$\text{M.C.D.} (12, 18) = 2 \cdot 3 = 6$$

Deben ir 6 animales en cada jaula.

- 23 ▲▲▲ El autobús de la línea A pasa por cierta parada cada 9 minutos y el de la línea B, cada 12 minutos. Si acaban de salir ambos a la vez, ¿cuánto tardarán en volver a coincidir?

Hemos de calcular el mínimo común múltiplo de 9 y 12:

$$\left. \begin{array}{l} 9 = 3^2 \\ 12 = 2^2 \cdot 3 \end{array} \right\} \text{m.c.m.} (9, 12) = 2^2 \cdot 3^2 = 36$$

Volverán a coincidir al cabo de 36 minutos.

- 24 ▲▲▲ Se desea dividir un terreno rectangular, de 120 m de ancho por 180 m de largo, en parcelas cuadradas que sean lo más grandes posible. ¿Cuánto debe medir el lado de cada parcela?

En este caso hemos de hallar el máximo común divisor de 120 y 180:

$$\left. \begin{array}{l} 120 = 2^3 \cdot 3 \cdot 5 \\ 180 = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5 \end{array} \right\} \text{M.C.D.} (120, 180) = 2^2 \cdot 3 \cdot 5 = 60$$

Hay que dividir el terreno en parcelas cuadradas de 60 m de lado.

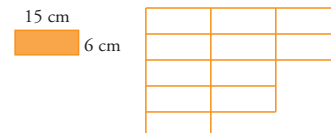
- 25 ▲▲▲ En un club de atletismo se han inscrito 18 chicos y 24 chicas. ¿Cuántos equipos se pueden hacer teniendo en cuenta que debe haber:

- en todos, el mismo número de chicos y el mismo número de chicas;
- el máximo número de equipos que sea posible?

$$\left. \begin{array}{l} 18 = 2 \cdot 3^2 \\ 24 = 2^3 \cdot 3 \end{array} \right\} \text{M.C.D.} (18, 24) = 2 \cdot 3 = 6$$

Se pueden hacer 6 equipos de 3 chicos y 4 chicas cada uno.

- 26 ▲▲▲ ¿Cuál es el lado del menor cuadrado que se puede formar uniendo baldosas rectangulares de 6 cm por 15 cm?



$$\left. \begin{array}{l} 6 = 2 \cdot 3 \\ 15 = 3 \cdot 5 \end{array} \right\} \text{m.c.m.} (6, 15) = 2 \cdot 3 \cdot 5 = 30$$

El menor cuadrado que se puede formar tiene 30 cm de lado.

- 27 ▲▲▲ Se ha formado una pila de cubos de 20 cm de arista hasta alcanzar la misma altura que otra pila de cubos de 30 cm de arista. ¿Cuál será la altura de ambas pilas? (Busca al menos tres soluciones).

$$\left. \begin{array}{l} 20 = 2^2 \cdot 5 \\ 30 = 2 \cdot 3 \cdot 5 \end{array} \right\} \text{m.c.m. } (20, 30) = 2^2 \cdot 3 \cdot 5 = 60$$

La mínima altura es de 60 cm (3 cubos de 20 cm y 2 cubos de 30 cm).

Otras soluciones pueden ser 120 cm (6 cubos de 20 cm y 4 cubos de 30 cm), 180 cm (9 cubos de 20 cm y 6 cubos de 30 cm), etc. Todas ellas múltiplos de 60.

■ PROBLEMAS DE ESTRATEGIA

28 Un granjero, tras recoger en una cesta su cosecha de huevos, piensa:

- Si los envaso por docenas, me sobran 5.
- Si tuviera uno más podría envasarlos, exactamente, en cajas de 10.
- Casi he recogido 100.

¿Cuántos huevos tiene?

- Según la primera pista, es un múltiplo de 12 más un 5.
- Según la segunda pista, la cifra de las unidades es 9.
- Tiene casi 100 huevos.

Probamos:

$$12 \cdot 6 + 5 = 72 + 5 = 77 \rightarrow \text{No acaba en 9}$$

$$12 \cdot 7 + 5 = 84 + 5 = 89 \rightarrow \text{Puede valer}$$

$$12 \cdot 8 + 5 = 96 + 5 = 101 \rightarrow \text{No vale}$$

El número de huevos que ha recogido es 89.

29 ▲▲▲ Los participantes en un desfile pueden agruparse, para desfilar, de 3 en 3, de 5 en 5 o de 25 en 25, pero no pueden hacerlo ni de 4 en 4 ni de 9 en 9.

¿Cuál es el número de participantes si sabemos que está entre 1 000 y 1 250?

$$\text{m.c.m. } (3, 5, 25) = 75$$

El número tiene que ser múltiplo de 75 y estar entre 1 000 y 1 250:

$$1\ 050 \quad 1\ 125 \quad 1\ 200$$

El número 1 125 es múltiplo de 9 ($1\ 125 = 9 \cdot 125$) y 1 200 es múltiplo de 4 ($1\ 200 = 4 \cdot 300$).

Por tanto, el número de participantes es 1 050.

30 ▲▲▲ Divide la esfera del reloj en 6 partes de forma que los números que entran en cada parte sumen lo mismo.

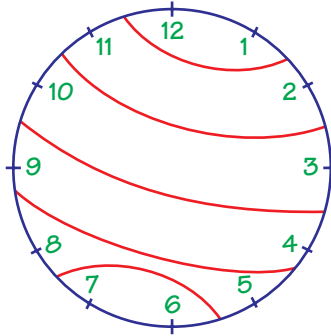
La suma de todos los números de la esfera del reloj es:

$$1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10 + 11 + 12 = 78$$

Así, cada una de las 6 partes debe sumar $78 : 6 = 13$.

Las regiones en las que hay que dividir el reloj son:

$$1 + 12 / 11 + 2 / 10 + 3 / 9 + 4 / 8 + 5 / 7 + 6$$



31 Fátima ha invitado a diez amigos a su fiesta de cumpleaños. Después de merendar, propone un acertijo con premio: “Se llevará la caja de bombones quien averigüe, sin abrirla, cuántos bombones contiene. Os doy tres pistas:

- Hay menos de cinco docenas.
- Están ordenados en filas de nueve.
- Si se repartieran entre todos los presentes, sobraría uno.”

¿Cuántos bombones contiene la caja?

- Hay menos de 60 bombones.
- Son un múltiplo de 9.
- Diez amigos más Fátima son once. El número de bombones es un múltiplo de 11 más uno.

Las posibilidades, según la última pista, son:

$$12 \quad 23 \quad 34 \quad 45 \quad 56 \quad 67 \quad \dots$$

Como ha de ser múltiplo de 9 y menor que 60, el número de bombones es 45.