2009

TEMA 7: MAGNITUDES PROPORCIONALES. PORCENTAJES.

Primer Curso de Educación Secundaria Obligatoria. I.e.s de Fuentesaúco.

Manuel González de León.
mgdl
01/01/2009

TEMA 07: MAGNITUDES PROPORCIONALES. PORCENTAJES

1. **RAZÓN Y PROPORCIÓN NUMÉRICA.**
2. **MAGNITUDES DIRECTAMENTE PROPORCIONALES.**
3. **CÁLCULO CON MAGNITUDES DIRECTAMENTE PROPORCIONALES. REDUCCIÓN A LA UNIDAD.**
4. **REGLA DE TRES SIMPLE DIRECTA.**
5. **PORCENTAJES O TANTO POR CIENTO.**

01.- Razón y Proporción Numérica.

A. Razón entre dos números:

Llamamos razón entre dos números “a” y “b” al cociente que resulta de dividir “a” entre “b”.

Es decir:

La razón entre dos números a y b es el cociente $\frac{a}{b}$

Ejemplos:

La razón entre 10 y 2 es 5, ya que $\frac{10}{5} = 2$

La razón entre 24 y 6 es 4, ya que $\frac{24}{6} = 4$

B. Proporción Numérica.

- Concepto:

  Los números a, b, c y d forman una proporción si la razón entre a y b es la misma que entre c y d.

  Es decir:

  $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ Se lee “a es a b como c es a d”

- Términos:

  En la proporción

  $$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \quad \text{Hay 4 términos}$$

  - a y de se llaman extremos.
  - b y c se llaman medios.

- Propiedad Fundamental de las Proporciones.

  En toda proporción se cumple que el producto de extremos es igual al producto de medios.

  Es decir:

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow a \cdot d = b \cdot c$$

Ejemplo:

Los números 2, 5 y 8, 20 forman una proporción, ya que la razón entre 2 y 5 es la misma que entre 8 y 20.

$$\frac{2}{5} = \frac{8}{20} \Rightarrow \begin{array}{c} 2 \cdot 20 = 5 \cdot 8 \\ 40 = 40 \end{array}$$

Ejercicios Resueltos nº 1 y 2.   Ejercicios nº 1, 2, 3 y 4

02.- Magnitudes Directamente Proporcionales:

A. Concepto de Magnitud:

Se entiende por magnitud cualquier fenómeno o característica que se puede medir o contar, y por tanto, asignarle un número.

B. Relación entre magnitudes.

Algunas magnitudes pueden estar relacionadas entre sí, y otras no; esto hace que encontremos los siguientes tipos de relaciones:

- Relaciones no deterministas:

  Relación que se da entre dos magnitudes en las que no hay ninguna influencia entre ellas.

  Ejemplo:

  José pesa 80 Kg. Y cobra 1.200 € al mes.

  Noelia pesa 50 kg. Y cobra 800 € al mes.

- Relaciones deterministas:

  Una magnitud influye en la otra.

  Ejemplo:

  Un obrero trabaja 8h y cobra 56€ al día.

  Este obrero trabaja 10h y cobra 70€ al día.

C. Magnitudes Directamente Proporcionales:

Dos magnitudes son directamente proporcionales si:

Al aumentar una cantidad de la primera magnitud	• Hace aumentar la cantidad de la segunda magnitud.
Al disminuir una cantidad de la primera magnitud	• Hace disminuir la cantida de la segunda magnitud.

Ejemplo: Si trabajo 8 h gano 43,2 € al día.

Al aumentar	Si trabajo 10 h gano 54 € al día
Al disminuir	Si trabajo 7 h gano 37,8 € al día

Por lo tanto las magnitudes tiempo trabajado, € ganados son DIRECTAMENTE PROPORCIONALES

También podemos decir que son directamente proporcionales si se cumple que el producto de extremos es igual al producto de medios.

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \rightarrow a \cdot d = b \cdot c$$

- Términos de una razón.
  - Antecedente: Es el dividendo de la razón. (Numerador)
  - Consecuente: es el divisor de la razón. (Denominador)

$$\frac{antecedente}{consecuente}$$

- Constante de proporcionalidad.

  Es el resultado de dividir al antecedente entre el consecuente. Se representa con la letra **K**

  Ejemplo:

Variable independiente	x	Barra de pan	1	2	3	4
Variable dependiente	y	€ que cuestan	0,5	1	1,5	2

$$K = \frac{y}{x} \qquad \frac{0{,}5}{1} = 0{,}5 \qquad \frac{1}{2} = 0{,}5 \qquad \frac{1{,}5}{3} = 0{,}5 \qquad \frac{2}{4} = 0{,}5$$

$$Razón = \frac{antecedente}{consecuente}$$

Ejercicio resuelto nº 3

- Forma de resolver una proporción.

  Dada la proporción:

$$\frac{x}{3} = \frac{9}{12} \rightarrow x \cdot 9 = 3 \cdot 12 \rightarrow 9x = 36 \rightarrow x = \frac{36}{9} \rightarrow x = 4$$

- Problema.

  Un obrero trabajando 8 h por día gana 40 €. ¿Cuánto ganará si trabaja 10 h por día?

  $\frac{x}{40} = \frac{10}{8} \rightarrow 8x = 400 \rightarrow x = \frac{400}{8} \rightarrow x = 50$ € Ejercicios nº 5, 6 y 7

03.- Cálculo con magnitudes directamente proporcionales. Reducción a la unidad.

A. Método de reducción a la unidad:

Consiste en calcular el valor que corresponde a la unidad de una de las magnitudes, para calcular después el valor que corresponde a cualquier otra cantidad.

B. Manera de resolverlo:

Se realiza de la siguiente manera:

1. Identificamos los datos conocidos.
2. Calculamos el valor que corresponde a la unidad.
3. Hallamos el valor que corresponda a la cantidad que pide el problema.

Ejemplo: En un almacén empaquetan bolígrafos en cajas. Si en 5 cajas empaquetan 115 bolígrafos, ¿cuántos bolígrafos empaquetarán en 11 cajas?.

1. Identificamos los datos conocidos.

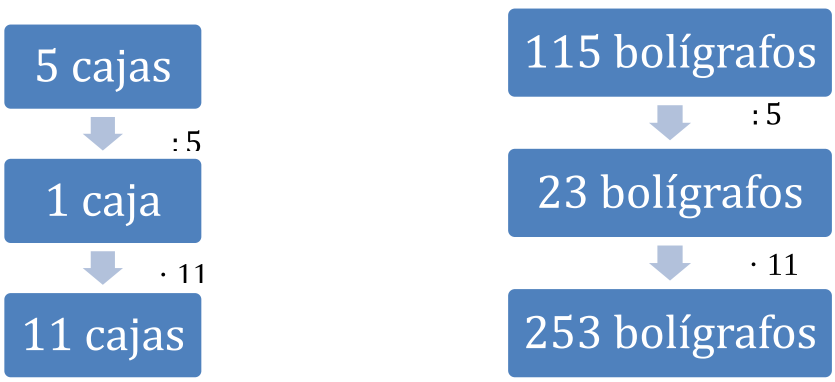
   5 cajas empaquetan 115 bolígrafos

2. Calculamos el valor que corresponde a la unidad.

   En 1 caja se empaquetarán $\frac{115}{5} = 23\ boligrafos$

3. Hallamos el valor que corresponda a la cantidad que pide el problema.

   Con 11 cajas se empaquetaran 23 · 11 = 253



Ejercicio resuelto nº 4

Ejercicios nº 8 y 9 (pg. 149)

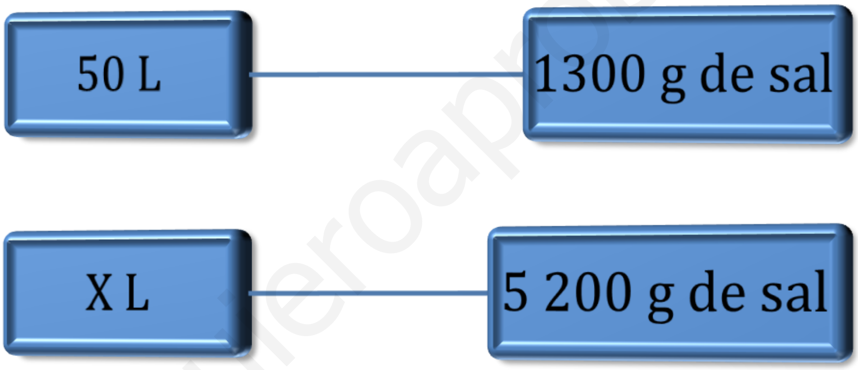
04.- Regla de tres simple directa:

A. Planteamiento.

Para plantear una regla de tres simple directa, seguiremos los siguientes pasos:

1. Escribiremos las dos primeras magnitudes unidas por una raya.
2. De bajo escribiremos, de la misma manera, la magnitud de la incógnita y la otra magnitud.

Ejemplo: En 50l de agua de mar hay 1300g de sal. ¿Cuántos litros de agua de mar contendrán 5200g de sal?



B. Resolución:

Para resolver la regla de tres simple directa:

1. Transformamos los datos planteados es dos proporciones.

$$\frac{50}{x} = \frac{1300}{5200}$$

2. Aplicamos la propiedad del producto de extremos es igual al producto de medios y resolvemos.

$$\frac{50}{x} = \frac{1300}{5200} \rightarrow 1300x = 50 \cdot 5200 \rightarrow x = \frac{50 \cdot 5200}{1300} \rightarrow x = 200$$

Ejercicio resuelto nº 5 Ejercicios 10 y 11

05.- Porcentaje o Tanto por Ciento:

1. Concepto.

Tanto por ciento es una razón cuyo consecuente es 100

$$\left(\frac{antecedente}{consecuente} \rightarrow \frac{x}{100} \right)$$

2. Problemas.

Estudiaremos tres casos:

a. Hallar el porcentaje que representa una cantidad de otra.

Ejemplo:

De los 600 habitantes de una localidad 40 alumnos estudian 1º de E.S.O. ¿Qué porcentaje de alumnos estudian 1º de E.S.O.?

$$\frac{x}{100} = \frac{40}{600} \quad x \cdot 600 = 100 \cdot 40 \rightarrow x = \frac{4000}{600} \rightarrow x = 6{,}6 \rightarrow x = 6{,}6\%$$

b. Hallar el precio final de un artículo cuando hacen un % de descuento.

Ejemplo:

En las rebajas de enero el descuento de una tienda es del 20% sobre el precio indicado. Manuel ha comprado un par de zapatillas deportivas etiquetadas con 90 €. ¿Cuánto tiene que pagar?

Como tiene una rebaja del 20% paga el 80%

$$\frac{x}{80} = \frac{90}{100} \rightarrow x = \frac{90 \cdot 80}{100} \rightarrow x = \frac{7200}{100} \rightarrow x = 72€$$

c. Hallar el precio final de un artículo cuando le hacen un % de incremento.

Ejemplo:

Pablo ha comprado un coche cuyo precio de fabrica es de 8200€. A este precio, hay que añadirle un 16% de IVA. ¿Cuál será el precio final del coche?

Como tiene un incremento del 16%, pagará un 116%

$$\frac{x}{116} = \frac{8200}{100} \rightarrow x = \frac{8200 \cdot 116}{100} \rightarrow x = 9512€$$