

PÁGINA 92**■ EJERCICIOS DE LA UNIDAD****El conjunto \mathbb{Z} . Orden y representación**

1 ▲▲▲ Expresa matemáticamente, con operaciones de enteros, los siguientes enunciados:

- Me dan 5 € de paga.
- Me gasto 12 € en un disco.
- Me llega una factura de 20 €.
- Mi hermana me perdona una deuda de 25 €.
- Acabo de perder los 10 € que me ha dado mi tío Nicolás.
- Mi madre no me va a dar la paga de 5 € del domingo.
- +5
- -12
- +(-20)
- -(-25)
- -(+10)
- -(+5)

2 ▲▲▲ Descontando los gastos, deudas y facturas que tiene Ricardo de sus ingresos, haberes y ganancias, le quedan 1 580 €.

Si hoy su hermano le ha perdonado una deuda de 190 €, ¿cuál será su saldo en la actualidad?

$$1580 - (-190) = ?$$

$$1580 - (-190) = 1580 + 190 = 1770 \text{ €}$$

3 ▲▲▲ Escribe el opuesto de cada uno de los siguientes números:

- | | | | | |
|--------|--------|-------|------|-------|
| a) +13 | b) -21 | c) +1 | d) 0 | e) -8 |
| a) -13 | b) +21 | c) -1 | d) 0 | e) +8 |

4 ▲▲▲ Ordena de menor a mayor:

- a) +4, 0, +5, +9, +8, +2

- b) $-5, -3, 0, -1, -10, -2$
 c) $10, -3, -7, +5, -4, 6, -8$
 a) $0 < +2 < +4 < 5 < +8 < 9$
 b) $-10 < -5 < -3 < -2 < -1 < 0$
 c) $-8 < -7 < -4 < -3 < 5 < 6 < 10$

Suma y resta

- 5 ▲▲▲ Comprueba, con los números $(+5)$, (-7) y (-4) , que la suma es asociativa:

$$a + (b + c) = (a + b) + c$$

$$(+5) + [(-7) + (-4)] = [(+5) + (-7)] + (-4)$$

$$(+5) + (-11) = (-2) + (-4)$$

$$-6 = -6$$

- 6 ▲▲▲ Quita paréntesis:

a) $+(-5)$

b) $-(-4)$

c) $-(+6)$

d) $-(+8)$

e) $+(+12)$

f) $+(-5)$

g) $-[-(-3)]$

h) $-[+(-5)]$

i) $-[-(+7)]$

a) -5

b) $+4$

c) -6

d) -8

e) $+12$

f) -5

g) -3

h) $+5$

i) $+7$

- 7 ▲▲▲ Calcula:

a) $12 - 8 + 4 - 9 - 3 + 10$

b) $5 - 9 - 7 + 4 - 6 + 8$

c) $-1 - 3 + 5 - 8 - 4 - 3 + 2$

d) $-6 - 9 + 4 + 12 - 15 + 21$

a) $12 - 8 + 4 - 9 - 3 + 10 = 12 + 4 + 10 - (8 + 9 + 3) = 26 - 20 = 6$

b) $5 - 9 - 7 + 4 - 6 + 8 = 5 + 4 + 8 - (9 + 7 + 6) = 17 - 22 = -5$

c) $-1 - 3 + 5 - 8 - 4 - 3 + 2 = 5 + 2 - (1 + 3 + 8 + 4 + 3) =$
 $= 7 - 19 = -12$

d) $-6 - 9 + 4 + 12 - 15 + 21 = 4 + 12 + 21 - (6 + 9 + 15) =$
 $= 37 - 30 = 7$

8 ▲▲▲ Calcula:

a) $(-5) - (-5) - (+5)$

b) $(-12) + (+6) - (-7)$

c) $(+6) + (-2) - (+5) - (-7)$

d) $(+18) - (-11) - (+10) + (-14)$

e) $(-8) - (-1) - (+3) + (-5) + (+9)$

f) $(+2) - (+12) + (-11) - (-15) - (-5)$

a) $(-5) - (-5) - (+5) = (-5) + 5 - 5 = -5$

b) $(-12) + (+6) - (-7) = -12 + 6 + 7 = 13 - 12 = 1$

c) $(+6) + (-2) - (+5) - (-7) = 6 - 2 - 5 + 7 = 13 - 7 = 6$

d) $(+18) - (-11) - (+10) + (-14) = 18 + 11 - 10 - 14 = 29 - 24 = 5$

e) $(-8) - (-1) - (+3) + (-5) + (+9) = -8 + 1 - 3 - 5 + 9 =$
 $= 10 - 16 = -6$

f) $(+2) - (+12) + (-11) - (-15) - (-5) = 2 - 12 - 11 + 15 + 5 =$
 $= 22 - 23 = -1$

10 ▲▲▲ Calcula:

a) $10 - (8 + 4)$

b) $6 - (3 - 12)$

c) $(5 + 7) - (2 - 8)$

d) $18 + (3 - 5 + 2 - 8)$

e) $15 - (8 - 2 - 6 + 1)$

f) $(5 - 3 + 2) - (10 - 5 - 3 + 1)$

a) $10 - (8 + 4) = 10 - 12 = -2$

b) $6 - (3 - 12) = 6 - (-9) = 6 + 9 = 15$

c) $(5 + 7) - (2 - 8) = 12 - (-6) = 12 + 6 = 18$

d) $18 + (3 - 5 + 2 - 8) = 18 + (-8) = 18 - 8 = 10$

e) $15 - (8 - 2 - 6 + 1) = 15 - (1) = 14$

f) $(5 - 3 + 2) - (10 - 5 - 3 + 1) = 4 - (3) = 1$

11 ▲▲▲ Quita paréntesis, como se ha hecho en la primera expresión:

a) $(+a) + (+b) = a + b$

b) $(+a) + (-b)$

c) $(+a) - (+b)$

d) $(+a) - (-b)$

e) $(-a) + (+b)$

f) $(-a) + (-b)$

g) $(-a) - (+b)$

h) $(-a) - (-b)$

a) $(+a) + (+b) = a + b$

b) $(+a) + (-b) = a - b$

c) $(+a) - (+b) = a - b$

d) $(+a) - (-b) = a + b$

e) $(-a) + (+b) = -a + b$

f) $(-a) + (-b) = -a - b$

g) $(-a) - (+b) = -a - b$

h) $(-a) - (-b) = -a + b$

PÁGINA 93

13 ▲▲▲ Calcula:

a) $(4 - 6) - [(-2) + (-7)]$

b) $(-9) + [(-4) - (-2) + (-3)]$

c) $(+12) - [(+2) + (-7) - (+14)]$

d) $[(-12) - (-20)] - [(+6) + (5 - 9) - (16 - 8 - 11)]$

a) $(4 - 6) - [(-2) + (-7)] = -2 - [-2 - 7] = -2 - (-9) = -2 + 9 = 7$

b) $(-9) + [(-4) - (-2) + (-3)] = (-9) + [-4 + 2 - 3] =$
 $= (-9) + (-5) = -9 - 5 = -14$

c) $(+12) - [(+2) + (-7) - (+14)] = (+12) - [2 - 7 - 14] =$
 $= (+12) - (-19) = 12 + 19 = 31$

d) $[(-12) - (-20)] - [(+6) + (5 - 9) - (16 - 8 - 11)] =$
 $= [-12 + 20] - [6 + (-4) - (-3)] = 8 - [6 - 4 + 3] = 8 - 5 = 3$

Multipliación y división

14 ▲▲▲ Calcula los productos:

a) $(+11) \cdot (+7)$

b) $(+5) \cdot (-12)$

c) $(-3) \cdot (+20)$

d) $(-5) \cdot (-15)$

e) $(-4) \cdot (+2) \cdot (-8)$

f) $(-3) \cdot (-1) \cdot (-5)$

g) $(+2) \cdot (+3) \cdot (-2)$

h) $(+5) \cdot (-1) \cdot (-2) \cdot (+3)$

a) 77

b) -60

c) -60

d) 75

e) 64

f) -15

g) -12

h) 30

15 ▲▲▲ Halla el cociente:

a) $(+48) : (-6)$

b) $(-150) : (+3)$

c) $300 : (-6)$

d) $(-99) : (-11)$

e) $(-8) : (-1)$

f) $(+300) : (+12)$

g) $(-1000) : 25$

h) $(-1) : (-1)$

a) -8

b) -50

c) -50

d) 9

c) 8

f) 25

g) -40

h) 1

17 ▲▲▲ Calcula:

a) $(+5) \cdot (-4) \cdot (+3)$

b) $(+5) \cdot [(-4) \cdot (+3)]$

c) $[(+45) : (-15)] : (-3)$

d) $(+45) : [(-15) : (-3)]$

e) $([(+81) : (-3)] : (+9)) : (-3)$

f) $[(+81) : (-3)] : [(+9) : (-3)]$

a) $(+5) \cdot (-4) \cdot (+3) = (-20) \cdot (+3) = -60$

b) $(+5) \cdot [(-4) \cdot (+3)] = (+5) \cdot [-12] = -60$

c) $(+45) : (-15) : (-3) = (-3) : (-3) = 1$

d) $(+45) : [(-15) : (-3)] = (+45) : (+5) = 9$

e) $([(+81) : (-3)] : (+9)) : (-3) = ((-27) : (+9)) : (-3) = (-3) : (-3) = 1$

f) $[(+81) : (-3)] : [(+9) : (-3)] = [(-27)] : [(+9) : (-3)] \rightarrow$ No tiene solución entera.

18 ▲▲▲ Calcula:

a) $20 + 5 \cdot (6 - 9)$

b) $18 - 3 \cdot (4 + 2)$

c) $4 \cdot (2 - 6) - 5 \cdot (3 - 7)$

d) $150 : (7 - 12)$

e) $(35 - 15) : (5 - 8)$

f) $(6 - 2 - 10) : (5 - 11)$

a) $20 + 5 \cdot (6 - 9) = 20 + 5 \cdot (-3) = 20 - 15 = 5$

b) $18 - 3 \cdot (4 + 2) = 18 - 3 \cdot 6 = 18 - 18 = 0$

c) $4 \cdot (2 - 6) - 5 \cdot (3 - 7) = 4 \cdot (-4) - 5 \cdot (-4) = -16 + 20 = 4$

d) $150 : (7 - 12) = 150 : (-5) = -30$

e) $(35 - 15) : (5 - 8) = 20 : (-3) \rightarrow$ No tiene solución entera.

f) $(6 - 2 - 10) : (5 - 11) = (-6) : (-6) = 1$

20 ▲▲▲ Calcula:

a) $(-2) \cdot (+7) + (+5) \cdot (+6)$

b) $(+4) \cdot (-20) - (+2) \cdot (-40)$

c) $(+5) \cdot (+10) - (+4) \cdot (-20)$

d) $(+5) \cdot [(-3) + (+7)]$

e) $(-2) \cdot [8 - (+4) - (-10)]$

f) $[(-6) - (-3)] \cdot [(+5) - (-2)]$

a) $(-2) \cdot (+7) + (+5) \cdot (+6) = (-14) + (+30) = 16$

b) $(+4) \cdot (-20) - (+2) \cdot (-40) = -80 - (-80) = -80 + 80 = 0$

c) $(+5) \cdot (+10) - (+4) \cdot (-20) = 50 - (-80) = 50 + 80 = 130$

d) $(+5) \cdot [(-3) + (+7)] = (+5) \cdot (+4) = 20$

e) $(-2) \cdot [8 - (+4) - (-10)] = (-2) \cdot [8 - 4 + 10] = (-2) \cdot 14 = -28$

f) $[(-6) - (-3)] \cdot [(+5) - (-2)] = (-6 + 3) \cdot (5 + 2) = (-3) \cdot 7 = -21$

22 ▲▲▲ Calcula:

a) $(-5) \cdot [(-5) + (+2) - (4 + 6 - 1)]$

b) $(-3) \cdot (+2) - [(-5) + (-7) - (-1)] \cdot (-3)$

c) $3 \cdot [(+4) + (-6)] - (-2) \cdot [8 - (+4)]$

d) $6 + (3 - 5 + 4) \cdot 2 - 3 \cdot (6 - 9 + 8)$

a) $(-5) \cdot [(-5) + (+2) - (4 + 6 - 1)] = (-5) \cdot [-5 + 2 - (9)] =$
 $= (-5) \cdot (-12) = 60$

b) $(-3) \cdot (+2) - [(-5) + (-7) - (-1)] \cdot (-3) =$
 $= -6 - [-5 - 7 + 1] \cdot (-3) =$
 $= -6 - (-11) \cdot (-3) = -6 - 33 = -39$

$$\begin{aligned} \text{c) } 3 \cdot [(+4) + (-6)] - (-2) \cdot [8 - (+4)] &= 3 \cdot [4 - 6] - (-2) \cdot [8 - 4] = \\ &= 3 \cdot (-2) - (-2) \cdot 4 = -6 + 8 = 2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{d) } 6 + (3 - 5 + 4) \cdot 2 - 3 \cdot (6 - 9 + 8) &= 6 + (2) \cdot 2 - 3 \cdot (+5) = \\ &= 6 + 4 - 15 = -5 \end{aligned}$$

Potencias y raíces

23 ▲▲▲ Calcula:

a) El cuadrado de (-10) .

b) El cuadrado de (-15) .

c) El cubo de (-5) .

d) El cubo de (-10) .

a) 100

b) 225

c) -125

d) $-1\,000$

24 ▲▲▲ Calcula:

a) $(-5)^3$

b) $(+5)^3$

c) -5^3

d) $(-5)^4$

e) $(+5)^4$

f) -5^4

a) -125

b) 125

c) -125

d) 625

e) 625

f) -625

25 ▲▲▲ Calcula el valor de x , y , z y k :

a) $(-x)^3 = -8$

b) $(+y)^4 = 81$

c) $z^5 = -1$

d) $(+k)^5 = -1$

a) $x = 2 \rightarrow (-2)^3 = -8$

b) $y = 3 \rightarrow (+3)^4 = 81$

c) $z = -1 \rightarrow -1^5 = -1$

d) $k = -1 \rightarrow [+(-1)]^5 = (-1)^5 = -1$

PÁGINA 94

26 ▲▲▲ Calcula, si existe:

a) $\sqrt{81} - \sqrt{100}$

b) $\sqrt{81 - 100}$

c) $\sqrt{81 + 144}$

d) $\sqrt{81} + \sqrt{144}$

a) $\sqrt{81} - \sqrt{100} = 9 - 10 = -1$

b) $\sqrt{81 - 100} \rightarrow$ No existe.

c) $\sqrt{81 + 144} = \sqrt{225} = 15$

d) $\sqrt{81} + \sqrt{144} = 9 + 12 = 21$

27 ▲▲▲ Calcula:

a) $(-3)^2 \cdot (-3)$

b) $(-2)^2 \cdot (+2)^3$

c) $(+4)^3 : (+4)^2$

d) $(-5)^4 : (+5^2)$

a) $(-3)^2 \cdot (-3) = 9 \cdot (-3) = -27$

b) $(-2)^2 \cdot (+2)^3 = 4 \cdot 8 = 32$

c) $(+4)^3 : (+4)^2 = (+4)^{3-2} = (+4)^1 = 4$

d) $(-5)^4 : (+5^2) = 625 : 25 = 25 = 5^2$

Problemas28 ▲▲▲ Un día de invierno a las doce de la mañana, la temperatura en el patio del colegio era de -4 °C, y en el interior de la clase, de 17 °C. ¿Cuál era la diferencia de temperatura entre el interior y el exterior?

$$17 - (-4) = 21 \text{ °C}$$

29 ▲▲▲ Ayer, la temperatura a las nueve de la mañana era de 15 °C. A mediodía había subido 6 °C, a las cinco de la tarde marcaba 3 °C más, a las nueve de la noche había bajado 7 °C y a las doce de la noche aún había bajado otros 4 °C. ¿Qué temperatura marcaba el termómetro a medianoche?

$$15 + 6 + 3 - 7 - 4 = 24 - 11 = 13 \text{ °C}$$

- 30 ▲▲▲ La tabla expresa las temperaturas máxima y mínima de varias ciudades en un día de julio.

	MÁXIMA	MÍNIMA
ATENAS	36	25
LISBOA	38	26
LONDRES	25	18
MADRID	38	21
PEQUÍN	28	20
BUENOS AIRES	15	4
SANTIAGO DE CHILE	9	-2

¿Qué ciudad tuvo una variación de temperatura más brusca? ¿Cuántos grados supuso esa variación?

Las variaciones de temperatura son:

$$\text{Atenas} \rightarrow 36 - 25 = 11$$

$$\text{Lisboa} \rightarrow 38 - 26 = 12$$

$$\text{Londres} \rightarrow 25 - 18 = 7$$

$$\text{Madrid} \rightarrow 38 - 21 = 17$$

$$\text{Pequín} \rightarrow 28 - 20 = 8$$

$$\text{Buenos Aires} \rightarrow 15 - 4 = 11$$

$$\text{Santiago de Chile} \rightarrow 9 - (-2) = 9 + 2 = 11$$

La variación de temperatura más brusca corresponde a Madrid, con 17 °C de diferencia entre la máxima y la mínima.

- 31 ▲▲▲ Aristóteles, uno de los filósofos más influyentes de todos los tiempos, vivió entre los años 106 y 43 a.C. ¿A qué edad murió? ¿Cuántos años hace de eso?

$$(-43) - (-106) = -43 + 106 = 63$$

Aristóteles murió a los 63 años de edad.

Si estuviésemos en el año 2002, de esto haría:

$$2002 - (-43) = 2045 \text{ años}$$

Si estuviésemos en el 2003, de esto haría:

$$2003 - (-43) = 2003 + 43 = 2046 \text{ años}$$

Etc.

32 ▲▲▲ ¿En qué año nos situamos medio siglo antes del año 15 de nuestra era?

$$15 - 50 = -35$$

Nos situamos en el año 35 a.C.

33 ▲▲▲ En las vidas de Cicerón y Séneca encontramos numerosos rasgos comunes. Los dos eran ciudadanos de Roma, cultos, buenos oradores y metidos en política, lo que a ambos les costó la vida.

Sin embargo, vivieron en distinta época:

- Cicerón nació en el año 106 a.C. y vivió 63 años.
- Séneca nació 47 años después de la muerte de Cicerón y vivió 61 años. ¿En qué año murió Séneca?

Cicerón murió en el año 43 a.C., ya que:

$$-106 + 63 = -43$$

Séneca nació en el año 4 d.C., ya que:

$$-43 + 47 = +4$$

Séneca murió en el año 65 d.C., ya que:

$$4 + 61 = 65$$

34 ▲▲▲ El empresario de una estación invernal resume así la marcha de su negocio durante el año pasado:

1 ^{er} TRIMESTRE	Ganancias de 3 875 € cada mes
2 ^o TRIMESTRE	Pérdidas de 730 € cada mes
3 ^{er} TRIMESTRE	Pérdidas de 355 € cada mes
4 ^o TRIMESTRE	Ganancias de 2 200 € cada mes

¿Cuál fue el balance final?

$$(3\,875 \cdot 3) - (730 \cdot 3) - (355 \cdot 3) + (2\,200 \cdot 3) =$$

$$= (3\,875 - 730 - 355 + 2\,200) \cdot 3 = 4\,990 \cdot 3 = 14\,970$$

El balance final es una ganancia de 14 970 €.

- 35 ▲▲▲ Azucena tenía el cinco de septiembre 187 € en su cuenta bancaria. La cuenta ha sufrido las variaciones que se indican a continuación:

BANCO KOKO		EXTRACTO DE MOVIMIENTOS nº de cuenta.....		
FECHA	D	H	CONCEPTO	
10 - IX	18 €		Extracción cajero	
13 - IX		3 €	Abono intereses cuenta	
1 - X		1084 €	Abono nómina	
5 - X	93 €		Recibo compañía telefónica	
15 - X	53 €		Gasto comercio	
15 - X	520 €		Préstamo hipotecario	

¿Cuál es su saldo el día quince de octubre?

$$187 - 18 + 3 + 1084 - 93 - 53 - 520 = 590$$

El saldo de Azucena, el día 15 de octubre, es de 590 € a su favor.

PÁGINA 95

Números negativos con calculadora

- 37 ▲▲▲ Utilizando los procedimientos del ejercicio anterior, escribe en la pantalla de tu calculadora:

a) -6

a) $0 \text{ [-] } 6 \text{ [=]}$

6 [M-] [MR]

b) -15

b) $0 \text{ [-] } 15 \text{ [=]}$

15 [M-] [MR]

c) -585

c) $0 \text{ [-] } 585 \text{ [=]}$

585 [M-] [MR]

- 38 ▲▲▲ Fijándote en la operación que se da resuelta, di las soluciones de las que se te proponen.

Después, comprueba con la calculadora.

$143 - 156 = -13$

a) $243 - 256$

b) $43 - 156$

c) $143 - 256$

d) $543 - 556$

$320 : 80 = 4$

e) $(+32) : (+8)$

f) $(-32) : (-8)$

g) $(-320) : (+80)$

h) $(-320) : (-8)$

$143 - 156 = -13$

a) $243 - 256 = -13$

b) $43 - 156 = -113$

c) $143 - 256 = -113$

d) $543 - 556 = -13$

$320 : 80 = 4$

e) $(+32) : (+8) = 4$

f) $(-32) : (-8) = 4$

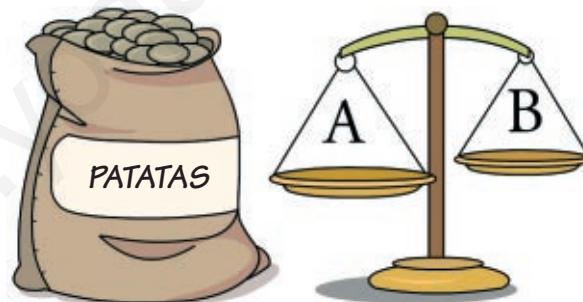
g) $(-320) : (+80) = -4$

h) $(-320) : (-8) = 40$

■ PROBLEMAS DE ESTRATEGIA

39 Dispones de:

- Una balanza con dos platillos, A y B.
- Tres pesas: una de 1 kg, otra de 3 kg y la tercera de 5 kg.
- Un saco de patatas.



Busca todas las cantidades de patatas que podrías pesar, con una sola pesada, usando la balanza y una, dos o las tres pesas.

Por ejemplo: para pesar dos kilos de patatas puedes colocar la pesa de 5 kg en el platillo A y la de 3 kg, en el platillo B.

Recoge tus resultados en una tabla como la que ves a la derecha.

PESO (en kg)	PLATILLO A	PLATILLO B
1	1	0
2	5	3
3
4
5
...

PESO (en kg)	PLATILLO A	PLATILLO B
1	1	0
2	5	3
3	3	0
4	5	1
5	5	0
6	1 + 5	0
7	5 + 3	1
8	5 + 3	0
9	1 + 3 + 5	0

→ (también 5 en A y
3 en B)

→ (también 1 + 3 en
A y 0 en B)

40 Supón que tienes una balanza y estas cuatro pesas.



¿Cómo pesarías con ellas las siguientes cantidades?

- | | |
|----------|----------|
| a) 6 kg | b) 5 kg |
| c) 14 kg | d) 29 kg |
| e) 30 kg | f) 38 kg |

	PESO (EN kg)	PLATILLO A	PLATILLO B
a)	6	9	3
b)	5	9	1 + 3
c)	14	27	1 + 3 + 9
d)	29	27 + 3	1
e)	30	27 + 3	0
f)	38	27 + 9 + 3	1

41 Lee atentamente lo que Nuria puede hacer con sus tres pesas y una balanza:



¿Sabrías decir de cuántos kilos es cada una de las tres pesas de Nuria?

Nuria puede pesar, como máximo, 13 kg (menor que 14). Por tanto, la suma de sus pesas ha de ser de 13 kg.

Comprobamos que con pesas de 1 kg, 3 kg y 9 kg puede conseguirse:

PESO (EN kg)	PLATILLO A	PLATILLO B
1	1	0
2	3	1
3	3	0
4	1 + 3	0
5	9	1 + 3
6	9	3
7	9 + 1	3
8	9	1
9	9	0
10	9 + 1	0
11	9 + 3	1
12	9 + 3	0
13	9 + 3 + 1	0