

# DIVISIBILIDAD

## Piensa y practica

**1.** Piensa y contesta, justificando tu respuesta

a) ¿Se puede dividir una clase de 30 alumno en equipos de 7, sin que sobre ninguno?

$30:7$  *No es exacta*      *No se puede*

b) Marta da pasos de 60 cm ¿Puede recorrer 100 m en un número exacto de pasos?

$100m = 1000\text{ cm};$        $1000 : 60 = \text{no es exacta, no se puede recorrer en un } n^{\circ} \text{ exacto de pasos}$

c) Puede vaciarse una tina de aceite, de 1500 l en un número exacto de garrafas de 5 litros?

$1500:5 = 300$       *Es exacta, si se puede vaciar en un número exacto de garrafas de 5l*

d) Tiene algún mes un número exacto de semanas?

*Si, febrero cuando es no bisiesto (tiene 28 días es decir 4 semanas)*

**2.** Observa estas divisiones y completa en tu cuaderno?

$\begin{array}{r} - \quad 36 \quad \overline{) 19} \\ - \quad 0 \quad \quad 4 \end{array}$	$\begin{array}{r} - \quad 15 \quad \overline{) 6} \\ - \quad 3 \quad \quad 2 \end{array}$	$\begin{array}{r} - \quad 55 \quad \overline{) 5} \\ - \quad 05 \quad \quad 11 \end{array}$
$\begin{array}{r} - \quad 126 \quad \overline{) 12} \\ - \quad 006 \quad \quad 10 \end{array}$	$\begin{array}{r} - \quad 225 \quad \overline{) 15} \\ - \quad 75 \quad \quad 15 \\ - \quad 0 \end{array}$	$\begin{array}{r} - \quad 575 \quad \overline{) 23} \\ - \quad 115 \quad \quad 25 \\ - \quad 00 \end{array}$

- 36 es divisible por **9**

- **55 es divisible por 5**

- **225 es divisible por 15**

15 no es divisible por **6**

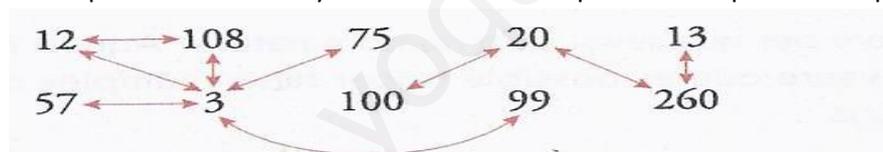
**126 no es divisible por 12**

**575 es divisible por 23**

**3.-** Di si los números de cada pareja están emparentados por la relación de divisibilidad:

a) 224 y 16 <i>Si están emparentados</i> $224:16=14$ exacta	b) 420 y 35 <i>Si</i> $420:35=12$	c) 613 y 13 <i>No</i> $613:13 = \text{No es exacta}$
d) 513 y 19 <i>No</i> $513:19 = \text{No es exacta}$	e) 688 y 44 <i>No</i> $688:44 = \text{No es exacta}$	f) 2070 y 46 <i>Si</i> $2070:46 = 45$ Es exacta

**4.-** Copia estos números y une con flechas los que están emparentados por la relación de divisibilidad:



**5.-** ¿Verdadero o falso?

a) 15 está contenido exactamente 4 veces en 60      *Verdadero*

b) 75 está contenido exactamente 3 veces en 225      *Verdadero*

c) 42 es divisible entre 7      *Verdadero*

d) 54 es divisible entre 8      *Falso*

e) 65 contiene a 13 un número exacto de veces.      *Verdadero*

**6.-** Busca todos los números que están contenidos en 24 una cantidad exacta de veces.

**1, 2, 3, 4, 6, 8, 12 y 24.**

**7.-** Explica con claridad

a) ¿Por qué 522 es múltiplo de 29?	<b>Porque</b> $522 : 29 = 18$ y por tanto $522 = 29 \cdot 18$ .
b) ¿Por qué 17 es divisor de 544?	<b>Porque</b> la división: de 544 entre 17 es exacta, $544 : 17 = 32$ .

**8.-** Calcula y responde, justificando tu respuesta

a) ¿Es 35 divisor de 728?	<i>35 no es divisor de 728 porque <math>728:35</math> no es exacta.</i>
b) ¿Es 1800 múltiplo de 90?	<i>Si ya que <math>1800:90 = 20</math> de manera exacta.</i>

a) Tres números que sean divisores de 40. a) 1, 2, 4, 5, 8, 10, 20, 40	b) Tres números que sean múltiplos 7 b) 7, 14, 21, 28, ...
c) Tres números que sean divisores de 770 c) 1, 2, 5, 7, 10, 11, 14, 22, ...	d) Tres números que sean múltiplos de 50 d) 50, 100, 150, 200, ...

**10.** Busca entre estos números.

**5      10      15      20      30      35      45      60      75      90**

a) Todos los que sean divisores de 90	a) 5, 10, 15, 30, 45, 90
b) Todos los que sean múltiplos de 5	b) 15, 30, 45, 60, 75, 90

**11.** Considera estos números.

**8      10      20      24      30      45      60      75      95      120**

a) ¿Cuáles son múltiplos de 4?	a) 8, 20, 24, 60, 120
a) ¿Cuáles son múltiplos de 10?	b) 10, 20, 30, 60, 120
c) Todos los que sean múltiplos de 15?	c) 30, 45, 60, 75, 120

**12.** Observa el ejemplo, copia en tu cuaderno y completa.

$20 : 5 = 4$	$20$ es múltiplo de 4 y de 5	
$20 : 4 = 5$	4 y 5 son divisores de 20	
a) $12 : 4 = 3$ $12 : 3 = 4$	b) $30 : 5 = 6$ $30 : 6 = 5$	c) $56 : 7 = 8$ $56 : 8 = 7$

a) 12 es múltiplo de 3 y de 4. 3 y 4 son divisores de 12.

b) 30 es múltiplo de 5 y de 6. 5 y 6 son divisores de 30.

c) 56 es múltiplo de 7 y de 8. 7 y 8 son divisores de 56.

**13.** ¿Verdadero o falso?

- a) Si  $m$  es divisible entre  $n$ ,  $n$  es divisible entre  $m$ . **Falso**  
 b) Si  $a$  es distinto de  $b$  y divisible entre  $b$ , si es mayor que  $b$ . **Verdadero**  
 c) Si  $u$  es múltiplo de  $u$ ,  $v$  es divisor de  $u$ . **Verdadero**  
 d) Si  $b$  cabe una cantidad exacta de veces en  $a$ ,  $b$  es múltiplo de  $a$ . **Falso**  
 e) Si  $m \cdot n = k$ ,  $m$  y  $n$  son divisores de  $k$ . **Verdadero.**

### Piensa práctica

**1.** Escribe

a) Tres múltiplos de 9 <b>9, 18, 27, 36, 45, 54,</b>	b) Tres múltiplos de 15: <b>30, 45, 60, 75, 90,</b>	c) Tres múltiplos de 17 <b>17, 34, 51, 68, 85, 102,</b>	d) Tres múltiplos de 40 <b>40, 80, 120, 160, 200,</b>
---	--	--	--

**2.** Encuentra todos los divisores de cada número.

a) divisores 8: <b>1, 2, 4, 8</b>	e) divisores 96 <b>1, 2, 3, 4, 6, 12, 18, 36</b>
b) divisores 12: <b>1, 2, 3, 4, 6, 12</b>	f) divisores 55 <b>1, 5, 11, 55</b>
c) divisores 15: <b>1, 3, 15</b>	g) divisores 60: <b>1, 2, 4, 5, 6, 9, 12, 15, 20, 30, 60</b>
d) divisores 28: <b>1, 2, 4, 7, 14, 28</b>	h) divisores 80: <b>1, 2, 4, 5, 8, 10, 16, 20, 40, 80</b>

**3.** Busca todos los múltiplos de 7, comprendidos entre 300 y 360.

$300 : 7 = 42,85$   $7 \times 43 = 301$  éste es el primer múltiplo de 7 entre 300 y 360,  
 Luego le sumo 7 más para obtener el siguiente, y 7 para el siguiente, ...  
**301, 308, 315, 322, 329, 336, 343, 350, 357**

**4.** ¿Cuál es el primer múltiplo de 8 mayor que 100? **Es 104**

$100 : 8 = 12,5$   $8 \times 13 = 104$

**5.-** Encuentra todos los divisores de

a) 7 <b>Divisores de 7 son el 1, 7</b>	b) 13 <b>Divisores de 13 son el 1, 13</b>
c) 17 <b>Divisores de 17 son el 1, 17</b>	d) 29 <b>Divisores de 29 son el 1, 29</b>

6. ¿De cuántas formas diferentes se pueden repartir en quipos iguales los 24 alumnos y alumnas de una clase. ¿Cuántos equipos salen en cada caso?.

23 equipos de 1, 1 equipo de 24 12 equipos de 2 2 equipos de 12  
8 equipos de 3 3 equipos de 8 6 equipos de 4, 4 equipos de 6

7. Verdadero o falso.

- a) Un múltiplo de a es igual o mayor que a *verdadero*  
b) Un divisor de a es siempre menor que a *falso*  
c) Un número tiene infinitas divisores. *Falso*  
d) Los múltiplos de un número son infinitos. *verdadero*  
e) Todo número es a la vez múltiplo y divisor de si mismo *verdadero*

8. De los números siguientes ¿Cuáles son múltiplos de 3? ¿y de 5? ¿y de 9?  
¿Hay algún múltiplo de 11? Justifica tus respuestas?.

Múltiplos de 3: 510, 555, 774, 1023	Ya que la suma de sus cifras es múltiplo de 3 ej. $5+1+0=6$
Múltiplos de 5: 510, 555	Ya que acaban en 0 o en 5
Múltiplos de 9: 576, 774	Ya que la suma de sus cifras es múltiplo de 9; ej $5+7+6=18$
Múltiplos de 11: 1023	Ya que $(1+2) - (0+3) = 0$

9.- Copia y sigue las instrucciones.

**108, 123, 162, 215, 247, 315, 328, 370, 417, 455.**

- a) Rodea de rojo los múltiplos de 2. **108, 162, 328, 370**  
b) Rodea de azul los múltiplos de 3. **108 123 162 315 417**  
c) Los múltiplos de 2 y de 3 ¿Son también múltiplos de 6?. **Sí,  $108 = 6 \cdot 18$  y  $162 = 6 \cdot 27$**

### Piensa y practica

1. Clasifica en primos y compuestos: 5, 8, 11, 15, 21, 28, 31, 33, 45, 49

Primos	Compuestos (Se pueden descomponer en varios factores)
5, 11, 31,	8 es $4 \cdot 2$ ; 15 es $5 \cdot 3$ ; 21 es $7 \cdot 3$ ; 28 es $7 \cdot 2 \cdot 2$ ; 33 es $11 \cdot 3$ ; $15 \cdot 3 = 45$ ; 49 es $7 \cdot 7$

2. Entre estos números hay dos primos. Búscalos 47, 57, 67, 77 y 87

*Son primos el 47 y 67*

Expresa cada uno de los compuestos como un producto de dos factores.

*$77 = 11 \cdot 7$      $87 = 3 \cdot 29$      $57 = 3 \cdot 19$*

3. Busca todos los números primos menores que 60

*Números primos menores de 60: 1, 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 53,*

4. Verdadero o falso

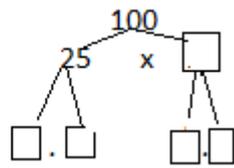
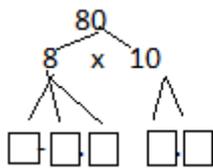
- a) El número (1) no es primo ni compuesto. *Verdadero*  
b) No hay números primos mayores que 100 *Falso*  
c) Un número si es impar es primo *Falso*  
d) Todos los números primos, excepto el 2 son *impares* *Verdadero*

5. Descompón el número 100.

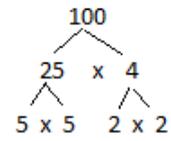
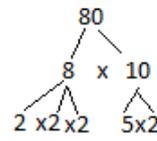
- En dos factores	<i><math>100 = 2 \cdot 50</math>    ó    <math>100 = 25 \cdot 4</math></i>
- En tres factores:	<i><math>100 = 25 \cdot 2 \cdot 2</math>    ó    <math>5 \cdot 5 \cdot 4</math></i>
- En el máximo número de factores	<i><math>100 = 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 5</math></i>

### Piensa y practica

1. Calcula mentalmente y completa en tu cuaderno la descomposición en factores de estos Números: 80 y 100



Solución



2. Descompón artesanalmente como en el ejemplo.

Solución:  $24 = 6 \cdot 4 = 2 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 2 = 2^3 \cdot 3$

18 = 2.3.3	20 = 2.2.5	40 = 2.2.2.5	72 = 2.2.2.3.3.	150 = 2.3.5.5	240 = 2.2.3.5
------------	------------	--------------	-----------------	---------------	---------------

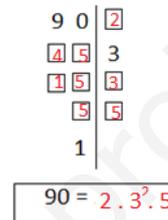
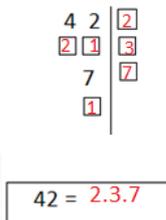
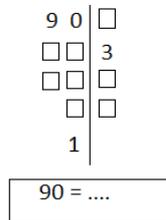
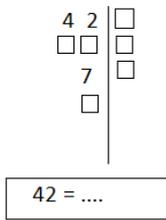
3. ¿Qué números tienen las siguientes descomposiciones factoriales?

a)  $2^2 \cdot 3^2 \cdot 5 = 180$

b)  $2 \cdot 5 \cdot 13 = 130$

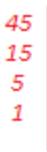
c)  $2 \cdot 5^2 \cdot 7 = 350$

4.- Copia completa y descompón en factores primos.

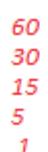


5. Descompón en factores primos.

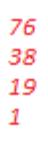
a) 45



b) 60



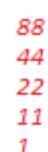
c) 76



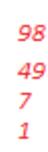
d) 81



e) 88

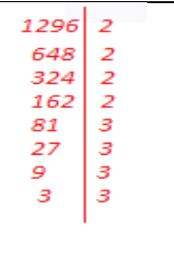
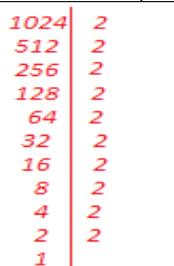
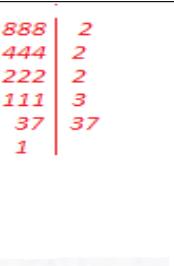
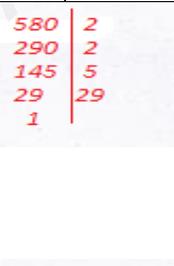
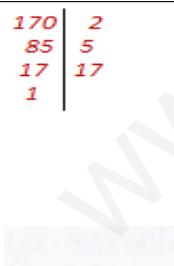


f) 98



6. Escribe como producto de números primos

a) 170 = 2.5.17	b) 350 = 2.5.5.7	c) 580 = 2.2.2.2.37
d) 888 = 2.2.2.3.37	e) 1024 = 2.2.2.2.2.2.2.2.2.2	f) 1296 = 2.2.2.2.3.3.3.3



7. Contesta sin hacer ninguna operación y razona tus respuestas como en el ejemplo.

18 es divisor de 90, porque todos los factores primos de 18 están en 90 ----  $90 = 2.3.3.5 = 18.5$

¿Es 12 divisor de 270? <b>NO</b> 12 = 2.2.3 270 = 2.3.3.3.5 El 12 no es divisor de 270 porque no todos los factores de 12 están en 270	b) Es 270 múltiplo de 18? $270 = 2 \cdot 3^3 \cdot 5$ $18 = 2 \cdot 3^2$ 270 si es múltiplo de 18 porque en su descomposición están todos los factores primos de 18
---	--

8. Teniendo en cuenta la descomposición en factores de 126 averigua, a simple vista, cuáles de los números que aparecen a continuación están entre sus divisores. a) 4, b) 21, c) 18, d) 28.

$$126 = 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 7 = 2 \cdot 3^2 \cdot 7$$

a) $4 = 2 \cdot 2$ <i>NO (solo hay un 2)</i>	b) $21 = 3 \cdot 7 =$ <i>SI (el 3 y el 7 están en la descomposición de 126)</i>	c) $18 = 2 \cdot 3 \cdot 3$ <i>SI, el 2, 3 y 3 están en la descomposición de 126</i>	d) $28 = 2 \cdot 2 \cdot 7$ <i>NO</i>
---	--	---	--

**9.** Escribe factorizados sin hacer operaciones

a) Tres múltiplos de 12 = $2^2 \cdot 3$	a) múltiplos de 12 $2^2 \cdot 3 \cdot 2$ $2^2 \cdot 3 \cdot 3$ y $2^2 \cdot 3 \cdot 5$
b) Tres múltiplos de 45 = $3^2 \cdot 5$	b) múltiplos de 45 $3^2 \cdot 5 \cdot 2$ $3^2 \cdot 5 \cdot 3$ y $3^2 \cdot 5 \cdot 5$

**10.** Escribe todos los divisores de

a) $70 = 1 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 10 \cdot 14 \cdot 35 \text{ y } 70$	b) $80 = 1, 2 \cdot 4 \cdot 5, 8, 10, 16, 20 \cdot 40, 80$
--	--

**11.** Responde a simple vista, sin dividir, cuál es el cociente en cada caso:

- a)  $300 : 12$  -----  $300 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5$      $12 = 2 \cdot 2 \cdot 3$     El cociente es  $5 \cdot 5 = 25$   
 b)  $294 : 21$  -----  $294 = 2 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 7$      $21 = 3 \cdot 7$     El cociente es  $2 \cdot 7 = 14$   
 c)  $495 : 55$  -----  $495 = 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 11$      $55 = 5 \cdot 11$     El cociente es  $3 \cdot 3 = 9$

**12.** Verdadero o falso?

- a) Si  $m$  es múltiplo de  $n$  todos los factores primos de  $m$  están también en  $n$  **FALSO**  
 b) Si  $a$  es divisor de  $b$ , todos los factores primos de  $a$  están también en  $b$  **VERDADERO**  
 c) El número  $a^2 \cdot b$  es divisor del número  $a \cdot b^2$  **FALSO**  
 d) El número  $a^2 \cdot b^2 \cdot c$  es múltiplo de  $a \cdot b \cdot c$  **VERDADERO**  
 e) Si un número  $u$  tiene los mismos factores primos que otro número,  $v$  pero con los exponentes mayores, entonces  $u$  es múltiplo de  $v$  **VERDADERO**

**1.** Copia observa y completa a simple vista.

- a)  $6 \rightarrow 6, 12, 18, 24, 30, 36, 42, 48, 54$   
 $8 \rightarrow 8, 16, 24, 32, 40, 48, 56$

$$\text{min.c.m. } (6, 8) = 24$$

- b)  $9 \rightarrow 9, 18, 27, 36, 45, 54, 63, 72$   
 $12 \rightarrow 12, 24, 36, 48, 60, 72, 84$

$$\text{min.c.m. } (15 \text{ y } 25) = 36$$

- c)  $15 \rightarrow 15, 30, 45, 60, 75, 90, 105$   
 $25 \rightarrow 25, 50, 75, 100, 125, 150$

$$\text{min.c.m } (15 \text{ y } 25) = 75$$

**2.** Calcula como en el ejercicio anterior. (También lo voy a realizar por el método óptimo)

- a) min cm (5 y 8) = **40**

<p><i>De una forma</i></p> <p>5 --- 5 10 15 20 25 30 35 <b>40</b> 45        8 --- 8 16 24 32 <b>40</b> 48 56</p>	<p><i>De otra forma</i></p> $\begin{array}{l l} 5 & 5 \\ 1 & 1 \end{array} \quad \begin{array}{l l} 8 & 2 \\ & 2 \\ & 2 \\ & 1 \end{array} \quad \begin{array}{l} 5 = 5 \\ 8 = 2^3 \\ \text{min.c.m.}(5 \text{ y } 8) = 40 \end{array}$
--	---

- b) min.c.m (8 y 12) = **24**

<p><i>De una forma</i></p> <p>12 --- <b>24</b>, 36, 48, 60, <b>72</b>, 84, 96, 108        8 --- 8 16 <b>24</b> 32 40 48 56 64 <b>72</b> 80</p> <p><b>min.c.m = 24</b></p>	<p><i>De otra forma</i></p> $\begin{array}{l l} 8 & 2 \\ 4 & 2 \\ 2 & 2 \\ 1 & 1 \end{array} \quad \begin{array}{l l} 12 & 2 \\ & 2 \\ & 3 \\ & 3 \end{array} \quad \begin{array}{l} 8 = 2^3 \\ 12 = 2^2 \cdot 3 \\ \text{min.c.m} = 24 \end{array}$
---	--

c) min.c.m (12 y 24) = **24**

De una forma	De otra forma
$\begin{array}{l} 24 \text{ ---- } 24, 48, 72 \\ 12 \text{ ---- } 12, 24, 36, 48 \end{array}$	$\begin{array}{l} 24 \mid 2 \quad 12 \mid 2 \\ 12 \mid 2 \quad 6 \mid 2 \\ 6 \mid 2 \quad 3 \mid 3 \\ 3 \mid 3 \quad 1 \\ * \end{array} \quad \begin{array}{l} 24 = 2^3 \cdot 3 \\ 12 = 2^2 \cdot 3 \\ \text{min.c.m. (12 y 24)} = 24 \end{array}$

d) min.c.m (30, 40) = **120**

$$\begin{array}{l} 30 \mid 2 \\ 15 \mid 3 \\ 5 \mid 5 \\ 1 \mid \end{array} \quad \begin{array}{l} 40 \mid 2 \\ 20 \mid 2 \\ 10 \mid 2 \\ 5 \mid 5 \\ 1 \mid \end{array} \quad \begin{array}{l} 30 = 2 \cdot 3 \cdot 5 \\ 40 = 2^3 \cdot 5 \\ \text{min.c.m (30 y 40)} = 120 \end{array}$$

e) min.c.m (50 y 75) = **150**

$$\begin{array}{l} 50 \mid 2 \\ 25 \mid 5 \\ 5 \mid 5 \\ 1 \mid \end{array} \quad \begin{array}{l} 75 \mid 3 \\ 25 \mid 5 \\ 5 \mid 5 \\ 1 \mid \end{array} \quad \begin{array}{l} 50 = 2 \cdot 5^2 \\ 75 = 3 \cdot 5^2 \\ \text{min.c.m (50 y 75)} = 2 \cdot 5 \cdot 3 = 150 \end{array}$$

f) min.c.m (200 y 300) = **200**

$$\begin{array}{l} 200 \mid 2 \\ 100 \mid 2 \\ 50 \mid 2 \\ 25 \mid 5 \\ 5 \mid 5 \\ 1 \mid \end{array} \quad \begin{array}{l} 300 \mid 2 \\ 150 \mid 2 \\ 75 \mid 3 \\ 25 \mid 5 \\ 5 \mid 5 \\ 1 \mid \end{array} \quad \begin{array}{l} 200 = 2^3 \cdot 5^4 \\ 300 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5^2 \\ \text{min.c.m. (200 y 300)} = 2^3 \cdot 3 \cdot 5^2 = 600 \end{array}$$

**3.** Calcula mentalmente.

a) min.c.m. (6,9) = <b>18</b>	b) min.c.m.(6,12) = <b>12</b>	c) min.c.m. (5,10) = <b>10</b>	d) min.c.m. (15,20) = <b>60</b>
-------------------------------	-------------------------------	--------------------------------	---------------------------------

**4.-** Observa completa en tu cuaderno y calcula.

$$\begin{array}{l} 30 \mid 2 \\ 15 \mid 3 \\ 5 \mid 5 \\ 1 \mid \end{array} \quad \begin{array}{l} 40 \mid \square \\ 20 \mid \square \\ \square \mid \square \\ \square \mid \square \\ 1 \mid \square \end{array} \quad \begin{array}{l} 54 \mid \square \\ \square \mid \square \\ \square \mid \square \\ \square \mid \square \\ 1 \mid \square \end{array} \quad \begin{array}{l} 30 \mid 2 \\ 15 \mid 3 \\ 5 \mid 5 \\ 1 \mid \end{array} \quad \begin{array}{l} 40 \mid 2 \\ 20 \mid 2 \\ 10 \mid 2 \\ 5 \mid 5 \\ 1 \mid \end{array} \quad \begin{array}{l} 54 \mid 2 \\ 27 \mid 3 \\ 9 \mid 3 \\ 3 \mid 3 \\ 1 \mid \end{array}$$

$30 = 2 \cdot 3 \cdot 5$

$40 = 2^3 \cdot 5$

$54 = 2 \cdot 3^3$

$\text{min.c.m. (30, 40)} = 2^3 \cdot 3 \cdot 5 = 120$

$\text{min.c.m. (40, 54)} = 2^3 \cdot 3^3 \cdot 5 = 1080$

**5.-** Calcula min.c.m. (a, b) por el método óptimo.

a) $a = 2 \cdot 11$ $b = 3 \cdot 11$  $\text{min.c.m (a y b)} = 2 \cdot 3 \cdot 11 = 66$	b) $a = 2^4 \cdot 5$ $b = 2^2 \cdot 5^2$  $\text{min.c.m (a y b)} = 2^4 \cdot 5^2 = 400$	c) $a = 5^2 \cdot 7$ $b = 5 \cdot 7^2$  $\text{min.c.m (a y b)} = 5^2 \cdot 7^2 = 1225$
d) $a = 2^4 \cdot 3^2$ $b = 2^2 \cdot 3 \cdot 5$  $\text{min.c.m. (a y b)} = 720$	e) $a = 2 \cdot 5 \cdot 11$ $b = 3 \cdot 5 \cdot 11$  $\text{min.c.m. (a y b)} = 330$	f) $a = 2 \cdot 3 \cdot 5$ $b = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5$  $\text{min.c.m. (a y b)} = 360$

**6.-** Calcula. a) min.c.m. (20, 25) =      b) min.c.m. (28, 35) =      c) min.c.m. (35, 40) =

a) $\begin{array}{l} 20 \mid 2 \\ 10 \mid 2 \\ 5 \mid 5 \\ 1 \mid \end{array} \quad \begin{array}{l} 25 \mid 5 \\ 5 \mid 5 \\ 1 \mid \end{array} \quad \begin{array}{l} 20 = 2^2 \cdot 5 \\ 25 = 5^2 \\ \text{min.c.m. (20 y 25)} = 2^2 \cdot 5^2 = 100 \end{array}$	b) $\begin{array}{l} 28 \mid 2 \\ 14 \mid 2 \\ 7 \mid 7 \\ 1 \mid \end{array} \quad \begin{array}{l} 35 \mid 5 \\ 7 \mid 7 \\ 1 \mid \end{array} \quad \text{min.c.m. (28 y 35)} = 2^2 \cdot 5 \cdot 7 = 140$	c) $\begin{array}{l} 35 \mid 5 \\ 7 \mid 7 \\ 1 \mid \end{array} \quad \begin{array}{l} 40 \mid 2 \\ 20 \mid 2 \\ 10 \mid 2 \\ 5 \mid 5 \\ 1 \mid \end{array} \quad \begin{array}{l} 40 = 2^3 \cdot 5 \\ 35 = 5 \cdot 7 \\ \text{min.c.m. (35 y 40)} = 5 \cdot 7 \cdot 2^3 = 280 \end{array}$
--	---	---

d) min.c.m. (36, 54) =

e) min.c.m. (42, 63) =

f) min.c.m. (72, 108) =

<p>d)</p> <table style="display: inline-table; vertical-align: top;"> <tr><td>36</td><td> </td><td>2</td></tr> <tr><td>18</td><td> </td><td>2</td></tr> <tr><td>9</td><td> </td><td>3</td></tr> <tr><td>3</td><td> </td><td>3</td></tr> <tr><td>1</td><td> </td><td>1</td></tr> </table> <table style="display: inline-table; vertical-align: top; margin-left: 20px;"> <tr><td>54</td><td> </td><td>2</td></tr> <tr><td>27</td><td> </td><td>3</td></tr> <tr><td>9</td><td> </td><td>3</td></tr> <tr><td>3</td><td> </td><td>3</td></tr> <tr><td>1</td><td> </td><td>1</td></tr> </table> <p style="margin-left: 40px;"><math>36 = 2^2 \cdot 3^2</math> <math>54 = 2 \cdot 3^3</math></p> <p>min.c.m. (36,54) = <math>2^2 \cdot 3^3 = 108</math></p>	36		2	18		2	9		3	3		3	1		1	54		2	27		3	9		3	3		3	1		1	<p>e)</p> <table style="display: inline-table; vertical-align: top;"> <tr><td>42</td><td> </td><td>2</td></tr> <tr><td>21</td><td> </td><td>3</td></tr> <tr><td>7</td><td> </td><td>7</td></tr> <tr><td>1</td><td> </td><td>1</td></tr> </table> <table style="display: inline-table; vertical-align: top; margin-left: 20px;"> <tr><td>63</td><td> </td><td>3</td></tr> <tr><td>21</td><td> </td><td>3</td></tr> <tr><td>7</td><td> </td><td>7</td></tr> <tr><td>1</td><td> </td><td>1</td></tr> </table> <p style="margin-left: 40px;"><math>42 = 2 \cdot 3 \cdot 7</math> <math>63 = 3^2 \cdot 7</math></p> <p>min.c.m. (42, 63) = <math>2 \cdot 3^2 \cdot 7 = 126</math></p>	42		2	21		3	7		7	1		1	63		3	21		3	7		7	1		1	<p>f)</p> <table style="display: inline-table; vertical-align: top;"> <tr><td>72</td><td> </td><td>2</td></tr> <tr><td>36</td><td> </td><td>2</td></tr> <tr><td>18</td><td> </td><td>2</td></tr> <tr><td>9</td><td> </td><td>3</td></tr> <tr><td>3</td><td> </td><td>3</td></tr> </table> <table style="display: inline-table; vertical-align: top; margin-left: 20px;"> <tr><td>108</td><td> </td><td>2</td></tr> <tr><td>54</td><td> </td><td>2</td></tr> <tr><td>27</td><td> </td><td>3</td></tr> <tr><td>9</td><td> </td><td>3</td></tr> <tr><td>3</td><td> </td><td>3</td></tr> </table> <p style="margin-left: 40px;"><math>108 = 2^2 \cdot 3^3</math> <math>72 = 2^3 \cdot 3^2</math></p> <p>min.c.m. (72,108) = <math>2^3 \cdot 3^3 = 216</math></p>	72		2	36		2	18		2	9		3	3		3	108		2	54		2	27		3	9		3	3		3
36		2																																																																																				
18		2																																																																																				
9		3																																																																																				
3		3																																																																																				
1		1																																																																																				
54		2																																																																																				
27		3																																																																																				
9		3																																																																																				
3		3																																																																																				
1		1																																																																																				
42		2																																																																																				
21		3																																																																																				
7		7																																																																																				
1		1																																																																																				
63		3																																																																																				
21		3																																																																																				
7		7																																																																																				
1		1																																																																																				
72		2																																																																																				
36		2																																																																																				
18		2																																																																																				
9		3																																																																																				
3		3																																																																																				
108		2																																																																																				
54		2																																																																																				
27		3																																																																																				
9		3																																																																																				
3		3																																																																																				

g) min.c.m. (99, 165) =

h) min.c.m. (216, 288) =

<p>g)</p> <table style="display: inline-table; vertical-align: top;"> <tr><td>99</td><td> </td><td>3</td></tr> <tr><td>33</td><td> </td><td>3</td></tr> <tr><td>11</td><td> </td><td>11</td></tr> <tr><td>1</td><td> </td><td>1</td></tr> </table> <table style="display: inline-table; vertical-align: top; margin-left: 20px;"> <tr><td>165</td><td> </td><td>3</td></tr> <tr><td>55</td><td> </td><td>5</td></tr> <tr><td>11</td><td> </td><td>11</td></tr> <tr><td>1</td><td> </td><td>1</td></tr> </table> <p style="margin-left: 40px;"><math>99 = 3 \cdot 3 \cdot 11</math> <math>165 = 3 \cdot 5 \cdot 11</math></p> <p>min.c.m. (99, 165) = <math>3 \cdot 5 \cdot 11 = 495</math></p>	99		3	33		3	11		11	1		1	165		3	55		5	11		11	1		1	<p>h)</p> <table style="display: inline-table; vertical-align: top;"> <tr><td>216</td><td> </td><td>2</td></tr> <tr><td>108</td><td> </td><td>2</td></tr> <tr><td>54</td><td> </td><td>2</td></tr> <tr><td>27</td><td> </td><td>3</td></tr> <tr><td>9</td><td> </td><td>3</td></tr> <tr><td>3</td><td> </td><td>3</td></tr> </table> <table style="display: inline-table; vertical-align: top; margin-left: 20px;"> <tr><td>288</td><td> </td><td>2</td></tr> <tr><td>144</td><td> </td><td>2</td></tr> <tr><td>72</td><td> </td><td>2</td></tr> <tr><td>36</td><td> </td><td>2</td></tr> <tr><td>18</td><td> </td><td>2</td></tr> <tr><td>9</td><td> </td><td>3</td></tr> <tr><td>3</td><td> </td><td>3</td></tr> </table> <p style="margin-left: 40px;"><math>216 = 2^3 \cdot 3^3</math> <math>288 = 2^5 \cdot 3^2</math></p> <p>mincm (216, 288) = <math>2^5 \cdot 3^3 = 864</math></p>	216		2	108		2	54		2	27		3	9		3	3		3	288		2	144		2	72		2	36		2	18		2	9		3	3		3
99		3																																																														
33		3																																																														
11		11																																																														
1		1																																																														
165		3																																																														
55		5																																																														
11		11																																																														
1		1																																																														
216		2																																																														
108		2																																																														
54		2																																																														
27		3																																																														
9		3																																																														
3		3																																																														
288		2																																																														
144		2																																																														
72		2																																																														
36		2																																																														
18		2																																																														
9		3																																																														
3		3																																																														

7.- Calcula min.c.m. (a, b) en cada caso, ¿qué observas?.

a) a = 4

b) a = 5

c) a = 4

d) a = 6

b = 8

b = 10

b = 12

b = 18

Observo que si b es múltiplo de a, el mcm es b

8. ¿Verdadero o falso?

a) El mínimo común múltiplo de dos números es igual al mayor de ellos. **Falso**

b) El mín.c.m. de dos números contiene los factores comunes a ambos y también los no comunes. **V**

c) mín.c.m. (1,k) = k **Verdadero**

d) Si a es múltiplo de b, min.c.m. (a,b) = a **Verdadero**

e) el mínimo común múltiplo de dos números primos es su producto. **Verdadero**

9. Julio cuenta de cuatro en cuatro, Adela de seis en seis, y Virginia, de diez en diez.

¿Cuáles son los tres primeros números en los que coinciden?.

4 - 8 - 12 - 16 - - -

6 - 12 - 18 - 24 - - -

10 - 20 - 30 - 40 - - -

Solución:

4 - 8 - 12 - 16 - 20 - 24 - 28 - 32 - 36 - 40 - 44 - 48 - 52 - 56 - 60 - 64 ....

6 - 12 - 18 - 24 - 30 - 36 - 42 - 48 - 54 - 60 - 66 - 72 -

10 - 20 - 30 - 40 - 50 - 60 - 70 - 80 - 90 - 100 - 120 - 140

Son 60, 120 180. También lo podía haber hecho con el método óptimo (10 y 6)= 60

10. Victoria tiene fichas de colores que puede apilar en montones de 8 y, también, en montones de 10 sin que sobre ninguna. Explica cuántas fichas puede tener Victoria y justifica tu respuesta.

Solución: El número de flores de Victoria será múltiplo del mcm (8,10)= 40

10		2
5		5
1		1

8		2
4		2
2		2

min.c.m. (10 y 8) =  $2^3 \cdot 5 = 40$

11. Una fábrica envía mercancías a valencia cada 6 días y a Sevilla cada 8 días. Hoy han coincidido ambos envíos. ¿Cuánto volverán a coincidir?.

Solución: Coinciden cada 24 días

6		2
3		3
1		1

8		2
4		2
2		2

min.c.m. (6 y 8) =  $2^3 \cdot 3 = 24$

**12.** Se ha construido dos columnas de igual altura: la primera apilando cubos de 40 cm de arista, y la segunda con cubos de 30 cm de arista. ¿Qué altura alcanzarán sabiendo que superan los dos metros, pero no llegan a tres?. **Solución: 240 cm ó 2,4 m**

$$\begin{array}{r|l} 30 & 2 \\ 15 & 3 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array} \quad \begin{array}{r|l} 40 & 2 \\ 20 & 2 \\ 10 & 2 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array}$$

$$\text{min.c.m. (30 y 40)} = 5 \cdot 3 \cdot 2^3 = 120$$

Como supera los dos metros no puede ser 120, sino el siguiente múltiplo el 240,

**13.** El autobús de la línea roja pasa por la parada, frente a mi casa, cada 20 minutos, y el de la línea verde cada 30 minutos. Si ambos pasan juntos a las dos de la tarde, ¿a qué hora vuelven a coincidir?

**Solución: Coincidirán una hora después (60 minutos), a las tres de la tarde.**

$$\begin{array}{r|l} 30 & 2 \\ 15 & 3 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array} \quad \begin{array}{r|l} 20 & 2 \\ 10 & 2 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array}$$

min.c.m. (30 y 20) =  $5 \cdot 3 \cdot 2^2 = 60$  minutos, es decir 1 hora después

**1.** Copia en tu cuaderno, observa y completa.

a) Div. de 12 ---- 1 2 3 **4** 6 12  
Div. de 16 ---- 1 2 **4** 8 16

$$\text{máx.c.d. (12, 16)} = 4$$

b) Div. de 15 --- 1 3 **5** 15  
Div. de 20 --- 1 2 4 **5** 10 20

$$\text{máx.c.d. (15, 20)} = 5$$

c) Div. de 24 1 2 3 4 **6** 8 12 24  
Div. de 30 1 2 3 5 **6** 10 15 30

**2.** Calcula como en el ejercicio anterior

a) máx.c.d. (6, 8) = **2**

$$\begin{array}{r|l} 6 & 2 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array} \quad \begin{array}{r|l} 8 & 2 \\ 4 & 2 \\ 2 & 2 \\ 1 & \end{array} \quad \begin{array}{l} 6 = 2 \cdot 3 \\ 8 = 2^3 \\ \text{máx.c.m (6 y 8)} = 2 \end{array}$$

b) máx.c.d. (8, 20) = **4**

$$\begin{array}{r|l} 20 & 2 \\ 10 & 2 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array} \quad \begin{array}{r|l} 8 & 2 \\ 4 & 2 \\ 2 & 2 \\ 1 & \end{array} \quad \begin{array}{l} 20 = 2^2 \cdot 5 \\ 8 = 2^3 \end{array}$$

c) máx.c.d (10, 15) = **5**

$$\begin{array}{r|l} 10 & 2 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array} \quad \begin{array}{r|l} 15 & 3 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array} \quad \begin{array}{l} 10 = 2 \cdot 5 \\ 15 = 3 \cdot 5 \end{array}$$

d) máx.c.d. (12, 24) = **12**

$$\begin{array}{r|l} 12 & 2 \\ 6 & 2 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array} \quad \begin{array}{r|l} 24 & 2 \\ 12 & 2 \\ 6 & 2 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array} \quad \begin{array}{l} 12 = 2^2 \cdot 3 \\ 24 = 2^3 \cdot 3 \\ \text{máx.c.d. (12 y 24)} = 12 \end{array}$$

e) máx.c.d. (18, 24) = **6**

$$\begin{array}{r|l} 18 & 2 \\ 9 & 3 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array} \quad \begin{array}{r|l} 24 & 2 \\ 12 & 2 \\ 6 & 2 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array} \quad \begin{array}{l} 18 = 2 \cdot 3^2 \\ 24 = 2^3 \cdot 3 \end{array}$$

f) máx.c.d (40, 50) = **10**

$$\begin{array}{r|l} 40 & 2 \\ 20 & 2 \\ 10 & 2 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array} \quad \begin{array}{r|l} 50 & 2 \\ 25 & 5 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array} \quad \begin{array}{l} 50 = 2^1 \cdot 5^2 \\ 40 = 2^3 \cdot 5^1 \end{array}$$

**3.** Calcula mentalmente.

a) máx.c.d.(2, 3) = <b>1</b>	b) máx.c.d. (4, 5) = <b>1</b>
c) máx.c.d. (3, 9) = <b>3</b>	d) máx.c.d. (6, 9) = <b>3</b>
e) máx.c.d. (30, 40) = <b>10</b>	f) máx.c.d. (50, 75) = <b>25</b>

**4.** Completa en tu cuaderno y calcula.

$60 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5$   
 $90 = 2 \cdot 3^2 \cdot 5$   
 $100 = 2^2 \cdot 5^2$

$\text{máx.c.d. (60, 90)} = 2 \cdot 3 \cdot 5 = 30$   
 $\text{máx.c.d. (60, 100)} = 2^2 \cdot 5 = 20$   
 $\text{máx.c.d. (90, 100)} = 2 \cdot 5 = 10$

$60 \begin{array}{l}   2 \\   30 \\   15 \\   5 \\   1 \end{array}$	$90 \begin{array}{l}   2 \\   45 \\   15 \\   5 \\   1 \end{array}$	$100 \begin{array}{l}   2 \\   50 \\   25 \\   5 \\   1 \end{array}$
---	---	--

**5.** Calcula máx.c.d. (a,b) por el método óptimo.

a) $a = 3 \cdot 7$ $b = 5 \cdot 7$ $\text{máx.c.d. (a, b)} = 7$	b) $a = 2 \cdot 3$ $b = 2 \cdot 3$ $\text{máx.c.d. (a, b)} = 36$	c) $a = 5 \cdot 7$ $b = 5 \cdot 7$ $\text{máx.c.d. (a, b)} = 35$
d) $a = 3 \cdot 5 \cdot 11$ $b = 2 \cdot 5 \cdot 11$ $\text{máx.c.d. (a, b)} = 55$	e) $a = 2 \cdot 5$ $b = 2 \cdot 5 \cdot 7$ $\text{máx.c.d. (a, b)} = 100$	f) $a = 2 \cdot 7 \cdot 13$ $b = 2 \cdot 3 \cdot 13$ $\text{máx.c.d. (a, b)} = 26$

**6.** Calcula. a) máx.c.d. (20, 24) = **4**

b) máx.c.d. (24, 36) = **12**

$20 \begin{array}{l}   2 \\   10 \\   5 \\   1 \end{array}$	$24 \begin{array}{l}   2 \\   12 \\   6 \\   3 \\   1 \end{array}$	$20 = 2^2 \cdot 5$ $24 = 2^3 \cdot 3$ $\text{máx (20 y 24)} = 2^2 = 4$
---	--	--

$24 \begin{array}{l}   2 \\   12 \\   6 \\   3 \\   1 \end{array}$	$36 \begin{array}{l}   2 \\   18 \\   9 \\   3 \\   1 \end{array}$	$36 = 2^2 \cdot 3^2$ $24 = 2^3 \cdot 3$
--	--	--

c) máx.c.d. (54, 60) = **6**

d) máx.c.d. (56, 70) = **14**

$54 \begin{array}{l}   2 \\   27 \\   9 \\   3 \\   1 \end{array}$	$60 \begin{array}{l}   2 \\   30 \\   15 \\   5 \\   1 \end{array}$	$54 = 2 \cdot 3^3$ $60 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5$ $\text{máx.c.d (54y 60)} = 6$
--	---	---

$56 \begin{array}{l}   2 \\   28 \\   14 \\   7 \\   1 \end{array}$	$70 \begin{array}{l}   2 \\   35 \\   7 \\   1 \end{array}$	$70 = 2 \cdot 5 \cdot 7$ $56 = 2^3 \cdot 7$ $\text{mcd} = 2 \cdot 7 = 14$
---	---	---

e) máx.c.d. (120, 144) = **24**

f) máx.c.d. (140, 180) = **20**

$120 \begin{array}{l}   2 \\   60 \\   30 \\   15 \\   5 \\   1 \end{array}$	$144 \begin{array}{l}   2 \\   72 \\   36 \\   18 \\   9 \\   3 \\   1 \end{array}$	$120 = 2^3 \cdot 3 \cdot 5$ $144 = 2^4 \cdot 3^2$ $\text{max.c.d} = 2^3 \cdot 3$
--	---	--

$140 \begin{array}{l}   2 \\   70 \\   35 \\   7 \\   1 \end{array}$	$180 \begin{array}{l}   2 \\   90 \\   45 \\   15 \\   5 \\   1 \end{array}$	$140 = 2^2 \cdot 5 \cdot 7$ $180 = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5$ $\text{mcd} = 2^2 \cdot 5 = 20$
--	--	---

g) máx.c.d. (168, 196) = **28**

h) máx.c.d. (180, 270) = **90**

$196 \begin{array}{l}   2 \\   98 \\   49 \\   7 \\   1 \end{array}$	$168 \begin{array}{l}   2 \\   84 \\   42 \\   21 \\   7 \\   1 \end{array}$	$168 = 2^3 \cdot 3 \cdot 7$ $196 = 2^2 \cdot 7^2$ $\text{máx.c.d} = 2^2 \cdot 7 = 28$
--	--	---

$270 \begin{array}{l}   2 \\   135 \\   45 \\   15 \\   5 \\   1 \end{array}$	$180 \begin{array}{l}   2 \\   90 \\   45 \\   15 \\   5 \\   1 \end{array}$	$270 = 2 \cdot 3^3 \cdot 5$ $180 = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5$ $\text{mcd} = 2 \cdot 3^2 \cdot 5 = 90$
---	--	---

**7.** Calcula máx.c.d. (a, b) en cada caso ¿Qué observas?

a) $a = 4$ $b = 8$ $\text{máx (4 y 8)} = 4$	b) $a = 5$ $b = 10$ $\text{máx (5 y 10)} = 5$	c) $a = 4$ $b = 12$ $\text{máx (4 y 12)} = 4$	d) $a = 6$ $b = 18$ $\text{máx (6 y 18)} = 6$
---	---	---	---

**8.** Verdadero o falso?

- a) El número común divisor de dos números es igual al menor de ellos. **Falso**
- b) El máx.c.d. de dos números contiene solo los factores primos comunes a ambos números. **Verdade**
- c) máx.c.d. (1, k) = k **Falso**
- d) El máx.c.d. de dos números primos es uno. **Verdadero**
- e) Si a es divisible entre b, máx.c.d = b **Verdadero**

**9.** Supón que tienes una hoja de papel de 30 cm x 21 cm y quieres dibujar sobre ella una cuadrícula lo más grande que sea posible en la que no haya cuadrados fraccionados. ¿Cuál debe ser el tamaño de los cuadros? **Solución el tamaño será de 3 cm.**

$$\begin{array}{r|l} 30 & 2 \\ 15 & 3 \\ 5 & 5 \\ 1 & 1 \end{array} \quad \begin{array}{r|l} 21 & 3 \\ 7 & 7 \\ 1 & 1 \end{array} \quad \begin{array}{l} 30 = 2 \cdot 3 \cdot 5 \\ 21 = 3 \cdot 7 \\ \text{máx.c.d (30 y 21)} = 3 \end{array}$$

**11.** Alberto tiene 45 fichas rojas y 36 fichas verdes, y quiere aplicarlas en columnas iguales, lo más altas que sea posible, y sin mezclar colores en la misma pila. ¿Cuántas fichas pondrá en cada montón?

**Solución: 9 fichas en cada montón.**

$$\begin{array}{r|l} 45 & 3 \\ 15 & 3 \\ 5 & 5 \\ 1 & 1 \end{array} \quad \begin{array}{r|l} 36 & 2 \\ 18 & 2 \\ 9 & 3 \\ 3 & 3 \\ 1 & 1 \end{array}$$

**Máx.c.d (45 y 36) = 9**

**12.-** El dueño de un restaurante compra un bidón de 80 litros de aceite de oliva y otro de 60 litros de aceite de girasol, y desea envasarlos en garrafas iguales, lo más grandes que sea posible y sin mezclar. ¿Cuál será la capacidad de la garrafa?

**Solución: Las garrafas serán de 20 litros.**

$$\begin{array}{r|l} 80 & 2 \\ 40 & 2 \\ 20 & 2 \\ 10 & 2 \\ 5 & 5 \\ 1 & 1 \end{array} \quad \begin{array}{r|l} 60 & 2 \\ 30 & 2 \\ 15 & 3 \\ 5 & 5 \\ 1 & 1 \end{array} \quad \begin{array}{l} 80 = 2^4 \cdot 5 \\ 60 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5 \\ \text{máx.c.d (80 y 60)} = 2^2 \end{array}$$

**10.** Rosa ha sacado de la hucha un montón de monedas, todas iguales, y ha comprado un lapicero de 70 céntimos. Después, ha vuelto a la tienda y ha comprado un bolígrafo de 80 céntimos. ¿Cuál puede ser el valor de cada una de esas monedas si siempre ha dado el precio exacto? (Busca todas las soluciones posibles).

**Solución: Pueden ser monedas de 10 céntimos, de 5 cts de 2 cts y de 1 céntimo.**

$$\begin{array}{r|l} 80 & 2 \\ 40 & 2 \\ 20 & 2 \\ 10 & 2 \\ 5 & 5 \\ 1 & 1 \end{array} \quad \begin{array}{r|l} 70 & 2 \\ 35 & 5 \\ 7 & 7 \\ 1 & 1 \end{array} \quad \begin{array}{l} 80 = 2^4 \cdot 5 \\ 70 = 2 \cdot 5 \cdot 7 \\ \text{máx.c.d. (80 y 70)} = 2 \cdot 5 = 10 \end{array}$$

**El 10 es el divisor común mayor pero también son divisores el 1, el 2, 5 y 10**

**Divisores de 80 = 1, 2, 5, 10, 20, 40, 80**

**Divisores de 70 = 1, 2, 5, 10, 14, 35, 70**

**13.** Un carpintero tiene dos listones de 180 cm y 240 cm, respectivamente, y desea cortarlos en trozos iguales, lo más largos que sea posible, y sin desperdiciar madera. ¿Cuánto debe medir cada trozo? **Solución: Los listones se deben cortar en trozos de 60 cm**

$$\begin{array}{r|l} 180 & 2 \\ 90 & 2 \\ 45 & 3 \\ 15 & 3 \\ 5 & 5 \\ 1 & 1 \end{array} \quad \begin{array}{r|l} 240 & 2 \\ 120 & 2 \\ 60 & 2 \\ 30 & 2 \\ 15 & 3 \\ 5 & 5 \\ 1 & 1 \end{array} \quad \begin{array}{l} 180 = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5 \\ 240 = 2^4 \cdot 3 \cdot 5 \\ \text{máx.c.d (180 y 240)} = 2^2 \cdot 3 \cdot 5 = 60 \end{array}$$

**1.** Reflexiona contesta si o no y justifícalo

a) Se pueden guardar 300 litros de aceite en bidones de 15 litros sin que sobre nada?	<b>Si porque 300 : 15 = 20</b>
b) Si sacas del horno 100 magdalenas y las empaquetas por docenas ¿Queda alguna suelta?	100 : 12 = 8 no es exacto quedan magdalenas sueltas
c) Se puede cortar un listón de 1,80m en un número exacto de trozos de 20cm	180 : 20 = 9 exacto si se puede
d) ¿Hacen 100 minutos un número exacto de cuartos de hora?.	100 : 15 = 6, no exacto, no se puede

**2.** Razona si existe relación de divisibilidad entre

a) 20 y 300 $300:20 = 15$ exacta. Si relación	b) 13 y 195 $195:13=15$ exacta. Si relación	c) 38 y 138 $138:38=$ inexacta. No relación
d) 15 y 75 $75:15=5$ exacta. Si relación	e) 23 y 203 $203:23=inexacta$ . No relación	f) 117 y 702 $702:117=6$ exacta. Si relación

**3.** Expresa el número 899 como producto de los factores distintos de él mismo y de la unidad. Múltiplos y divisores.  $899 = 31 \cdot 29$

**4.** Escribe.

- a) Los múltiplos de 20 comprendidos entre 150 y 210 *Son el 160, 180, 200*  
 b) Un múltiplo de 13 comprendido entre 190 y 200.  $190 = 23 \cdot 15$   
 c) Todos los pares de números cuyo producto es 80. *1 y 80, 2 y 40, 4 20, 5 y 16, 8 y 10*

**5.** Busca todos los divisores de:

a) Divisores de 10: <b>1, 2, 5, 10</b>	f) Divisores de 30: <b>1, 3, 5, 6, 10, 15, 30</b>
b) Divisores de 18: <b>1, 2, 3, 6, 9, 18</b>	g) Divisores de 39: <b>1, 3, 13, 39</b>
c) Divisores de 20: <b>1, 2, 4, 5, 10, 20</b>	h) Divisores de 45: <b>1, 3, 5, 15, 45</b>
d) Divisores de 24: <b>1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24</b>	i) Divisores de 50: <b>1, 2, 5, 10, 25, 50</b>
e) Divisores de 28: <b>1, 2, 4, 7, 14, 28</b>	j) Divisores de 80: <b>1, 2, 4, 8, 10, 20, 40, 80</b>

**6.** De cuántas formas diferentes se pueden envasar 60 bombones en cajas con el mismo número de unidades en cada una sin que sobre ninguno.

*1 caja con 60 bombones, 2 cajas con 30 bombones, 4 cajas con 15 bombones  
 10 cajas con 6 bombones, 15 cajas con 4 bombones, 20 cajas con 3 bombones,  
 30 cajas con 2 bombones, 60 cajas con 1 bombón*

**7.** Busca todas las formas posibles de hacer montones iguales con 72 terrones de azúcar

*1 montón con 72 terrones, 2 montones con 36 terrones, 3 montones con 24 terrones  
 4 montones con 18 terrones, 18 montones con 4 terrones, 6 con 12 terrones, 12 con 6 terrones,  
 24 con 3 terrones, 72 con 1 terrón*

**Criterios de divisibilidad**

**8.** Escribe a) Busca un número de tres cifras que sea divisible entre 3 *Por ejemplo el 111 o 561*

b) Un número de cuatro cifras que sea divisible entre 5 *Por ejemplo el 1005 o 2090*

c) Un número de cinco cifras que sea divisible entre 9. *Por ejemplo 33066 o 10647*

**9.** Sustituye cada letra por una cifra para que el número resultante sea divisible entre 3.

<b>A51</b>	<b>351 - 651 - 951</b>
<b>2B8</b>	<b>228 - 258 - 288</b>
<b>31C</b>	<b>312 - 315 - 318</b>
<b>52D</b>	<b>522 - 525 - 528</b>
<b>1E8</b>	<b>138 - 108 - 168 - 198</b>

**10.** Busca en cada caso todos los valores posibles de a para que el número resultante sea a la vez múltiplo de 2 y de 3.

<b>4</b>   <b>a</b>	<b>42</b>   <b>48</b>
<b>3</b>   <b>2</b>   <b>a</b>	<b>324</b>
<b>2</b>   <b>4</b>   <b>a</b>	<b>240</b>   <b>246</b>

**11.** Un año es bisiesto si es múltiplo de cuatro pero no de 100. ¿Cuáles son los tres próximos bisiestos.

*2016, 2020 y 2024*

**12.** Para saber si un número es múltiplo de 11

**13.** Separa los números primos de los compuestos.

12

14	17	28	29	47	53	Primos 17, 29, 47, 53, 71 y 79	Compuestos 14, 28, 57, 63, 91, 99
57	63	71	79	91	99		

**14.** Busca el primer número, mayor que 500 que no se pueda expresar como el producto de dos factores diferentes de él mismo y de la unidad. **Es el 503**

**15.** Averigua si el número 521 es primo o compuesto. Justifica tu respuesta.

*Es primo, porque no lo puedo descomponer, lo he dividido por 2 por 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19 y 23 y todas las divisiones son inexactas.*

**16.** Para saber si el número 223 es primo, solo se necesita aplicar los criterios de divisibilidad y dividir entre 7, 11, 13 y 17. ¿por qué?.

*Porque el cociente (división) entre 223 y 17 es menor que 17 y si hubiera divisores menores que 17 los encontraríamos antes de probar con este número.*

### Mínimo común múltiplo y máximo común divisor

**17.** Obtén mentalmente tres múltiplos comunes.

a) 4 y 5	20, 40 y 60	b) 10 y 12	120, 240 y 360
c) 15 y 25	75, 150 y 300	d) 20 y 40	40, 80 y 120
e) 100 y 150	300, 600 y 900	f) 20, 25 y 30	300, 600 y 900

**18.** El mínimo común múltiplo de dos números es 15. ¿Cuáles pueden ser esos números?

3 y 5 o 1 y 15

**19.** Calcula

a) $\text{mín.c.m.}(2,4,8) = 8$	b) $\text{máx.c.d.}(2,4,8) = 2$	c) $\text{mín.c.m.}(\quad) = 60$
d) $\text{máx.c.d.}(\quad) = 5$	e) $\text{mín.c.m.}(\quad) = 10$	f) $\text{máx.c.d.}(\quad) = 120$

$\begin{array}{r l} 2 & 2 \\ 1 & 1 \end{array}$	$\begin{array}{r l} 4 & 2 \\ 2 & 2 \\ 1 & 1 \end{array}$	$\begin{array}{r l} 8 & 2 \\ 4 & 2 \\ 1 & 1 \end{array}$	$\begin{array}{r l} 10 & 2 \\ 5 & 5 \\ 1 & 1 \end{array}$	$\begin{array}{r l} 15 & 3 \\ 5 & 5 \\ 1 & 1 \end{array}$	$\begin{array}{r l} 20 & 2 \\ 10 & 2 \\ 5 & 5 \\ 1 & 1 \end{array}$	$\begin{array}{r l} 20 & 2 \\ 10 & 2 \\ 5 & 5 \\ 1 & 1 \end{array}$	$\begin{array}{r l} 30 & 2 \\ 15 & 3 \\ 5 & 5 \\ 1 & 1 \end{array}$	$\begin{array}{r l} 40 & 2 \\ 20 & 2 \\ 10 & 2 \\ 5 & 5 \\ 1 & 1 \end{array}$
---	--	--	---	---	---	---	---	---

### Resuelve problemas

**20.** Los miembros de un club social se pueden agrupar, sin que ninguno quede suelto. Por parejas por tríos y por grupos de 7. Cuantos miembros tiene el club sabiendo que son más de 80, Pero menos de 90.

**El club tiene 84 miembros**

**22.** Los trenes a Miramar salen cada 18 min y los de Arandilla, cada 24 min. Si son las 15h 45 min y salen a la vez ¿Cuándo volverán a coincidir?

**Después de las 15.45 volverán a coincidir a las 16:57**

**21.** Ramón tiene un montón de monedas de 10 céntimos, que puede agrupar en montones de 80 céntimos y también en montones de un euro. ¿Cuánto dinero tiene sabiendo que en total hay más de 5€ pero menos de 10€?.

**Ramón tiene 800 céntimos u 8€**

**23.** Se desea partir una cartulina de 48 x 60 cm en tarjetas cuadradas que tengan entre cinco y diez centímetros de lado. ¿Cual debe ser el tamaño de las tarjetas para no desperdiciar recortes de cartulina?

...

**Las tarjetas tienen que ser de 6 cm de lado,**

**24.** En una escuela de baloncesto había 20 equipos todos con igual número de jugadores. Debido a un recorte de presupuesto, se han suprimido cuatro equipos, distribuyendo sus miembros entre los demás. Así cada equipo ha aumentado en dos elementos. ¿Cuántos jugadores hay en la escuela de baloncesto?

160 jugadores

**26.** Un comerciante de ropa recibe una partida de camisas a 24€ la unidad. Un amigo suyo recibe una partida de pantalones a 45€. Puestos en contacto deciden intercambiar parte de sus mercancías para mejorar la oferta de sus negocios. ¿En qué condiciones harán el intercambio?.

15 camisas

**28.** Un granjero tras recoger en una cesta una cosecha de huevos piensa:

- Si los envaso por docenas me sobran 5
  - Si tuviera uno más podría envasarlos en cajas de 10 exactamente.
  - Casi he cogido 100
- ¿Cuántos huevos tiene? **Tiene 89**

**25.** Una bodega comercializa sus vinos en cajas con el mismo número de botellas. ¿Cuántas botellas van en cada caja, si un comercio ha comprado 60 botellas de vino tinto, 57 de blanco y 47 de rosado.

En cada caja van 3 botellas

**27.** Un restaurante que está reponiendo menaje invierte 300 € en la compra de vasos y otros tanto en la de tazas. Sabiendo que la taza cuesta 1 € más que el vaso y que ha comprado 15 vasos más que tazas ¿Cuántos vasos y cuántas tazas ha adquirido?

75 y 60

**1.** Busca entre los siguientes cuatro pares de números emparentados por la relación de divisibilidad

6    15    35    80    90    240

<b>Solución: 6 y 90,</b>	<b>90: 6= 15 exacta</b>
<b>15 y 90,</b>	<b>90:15= 6 exacta</b>
<b>80 y 240,</b>	<b>240:80=3 exacta</b>
<b>6 y 240</b>	<b>240:6 =40 exacta</b>

- 2.** Verdadero o falso.
- a) 60 es divisible entre 5 **Verdadero**
  - b) 7 es múltiplo de 21 **Falso**
  - c) 12 es divisor de 120 **Verdadero**
  - d) 162 múltiplo de 8 **Falso**

**3.** Escribe

- |  |
|--|
| a) Los múltiplos de 12 comprendidos entre 50 y 100 <b>Solución: 60, 72, 84, 96</b><br><i>50:12=4, .. multiplicaremos por 5 12x5=60 este es el primer múltiplo entre 50 y 100</i> |
| b) Todos los divisores de 90 <b>1, 2, 3, 5, 6, 9, 10, 15, 18, 30, 45, 90</b>   |

**4.** Encuentra los números pedidos

- |  |
|--|
| a) El primer múltiplo de 13, después de 1000. <b>Solución: 1001</b><br><i>1000 :13= 76,9... multiplicaremos por 77 13x 77=1001 este es el primer múltiplo.</i>         |
| b) El último múltiplo de 11, antes de 1000. <b>Solución: 990</b><br><i>1000:11= 90,9 ... multiplicaremos por 90 1x90= 990 este es el último múltiplo antes de 1000</i> |

**5.** Completa en tu cuaderno

- a) Un número es múltiplo de 3 cuando ... *la suma de sus cifras es múltiplo de 3*
- b) Un número es divisible entre 5 cuando ... *acaba en 0 o 5*
- c) Un número es múltiplo de 9 cuando ... *la suma de sus cifras es múltiplo de 9.*

**6.** Escribe ordenados, todos los números primos menores que 50.

*2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47*

**7.** Averigua si los números siguientes son primos o compuestos.

a) 101 <i>Primo</i>
b) 147 <i>Compuesto</i> (porque se puede descomponer en factores $147=49 \times 3$ ó $147=7 \times 7 \times 3$ )
c) 247 <i>Compuesto</i> (se puede descomponer $147=13 \times 19$ )

**8.** Descompón en factores primos

a) 36 $36 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3$	b) 48 $48 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3$	c) 396 $396 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 11$
---	---	--

**9.** Calcula

a) min.c.m. (36, 48) = <b>144</b>	b) maxc.d. (36, 48) = <b>12</b>
c) min.c.m (810, 15, 25) = <b>150</b>	d) máx.c.d. (10, 15, 25) = <b>5</b>

$36 \begin{array}{l} 2 \\ 18 \\ 9 \\ 3 \\ 3 \\ 1 \end{array}$	$144 \begin{array}{l} 2 \\ 72 \\ 36 \\ 18 \\ 9 \\ 3 \\ 3 \\ 1 \end{array}$	$36 = 2^2 \cdot 3^2$ $144 = 2^4 \cdot 3^2$	$36 \begin{array}{l} 2 \\ 18 \\ 9 \\ 3 \\ 3 \\ 1 \end{array}$	$144 \begin{array}{l} 2 \\ 72 \\ 36 \\ 18 \\ 9 \\ 3 \\ 3 \\ 1 \end{array}$	$36 = 2^2 \cdot 3^2$ $144 = 2^4 \cdot 3^2$
---	--	---	---	--	---

**10.** ¿De cuántas formas distintas se puede dividir una clase de 28 alumnos, en quipos con el mismo número de miembros, sin que sobre ninguno.

<i>Nº de equipos</i>	1	2	4	7	14	28
<i>Miembros por equipos</i>	28	14	7	4	2	1

**11.** ¿Cuál es el lado del menor cuadrado que se puede formar uniendo baldosas rectangulares de 15 m de largo por 6 cm de ancho? *El lado del menor cuadrado que se puede formar mide 30 cm.*

6cm 15cm	$6 = 2 \cdot 3$ $15 = 3 \cdot 5$	}	$mcm(6 \text{ y } 15) = 2 \cdot 3 \cdot 5 = 30$
-------------	-------------------------------------	---	---

**12.** Un grupo de 48 niños, acompañados de 36 padres, acuden a un campamento de montaña. Para dormir acurdan ocupar cada cabaña con el mismo número de personas. Además cuantas menos cabañas ocupen, menos pagan. Por otro lado, ni los padres quieren dormir con niños, ni los niños con padres. ¿Cuántas entraran en cada cabaña? ¿Cuántas cabañas ocupadas? *Solución: 12 personas, ocuparán 7 cabañas.*

$48 \begin{array}{l} 2 \\ 24 \\ 12 \\ 6 \\ 3 \\ 3 \\ 1 \end{array}$	$36 \begin{array}{l} 2 \\ 18 \\ 9 \\ 3 \\ 3 \\ 1 \end{array}$	$48 = 2^4 \cdot 3$ $36 = 2^2 \cdot 3^2$ $mcd(48 \text{ y } 36) = 2^2 \cdot 3 = 12$ $48 : 12 = 7 \text{ cabañas}$
---	---	---