

# El movimiento

<i>1. Magnitudes escalares y vectoriales.....</i>	<i>2</i>
<i>2. El movimiento. Elementos cinemáticos.....</i>	<i>3</i>
<i>3. Tipos de movimientos.....</i>	<i>6</i>
<i>4. Algunos movimientos de especial interés.....</i>	<i>8</i>
4.1. Movimiento Rectilíneo Uniforme (M.R.U.).....	9
4.2. Movimiento Rectilíneo Uniformemente Acelerado (M.R.U.A.).....	11
<i>5. Actividades</i>	
<i>6. Enlaces de interés</i>	



*Dragón Khan de Port Aventura.*

La mecánica es la disciplina, dentro de la física, que se encarga del estudio del movimiento. En particular la cinemática es la rama de la mecánica que se encarga del estudio del movimiento sin atender a las causas que lo producen. Por otro lado, la dinámica estudia el movimiento a partir de las causas o fuerzas que lo producen. Por completar, la estática es la rama de la mecánica que estudia, no el movimiento, sino su ausencia.

# 1. Magnitudes escalares y vectoriales

Una **magnitud física** es aquella que representa una propiedad física, es decir, que se puede medir de forma objetiva. Dependiendo de la complejidad de la propiedad que represente, las magnitudes físicas pueden ser: *escalares* o *vectoriales*.

Las **magnitudes escalares** son aquellas que representan propiedades que se expresan por medio de una **cantidad**, es decir, un valor numérico y la unidad correspondiente.

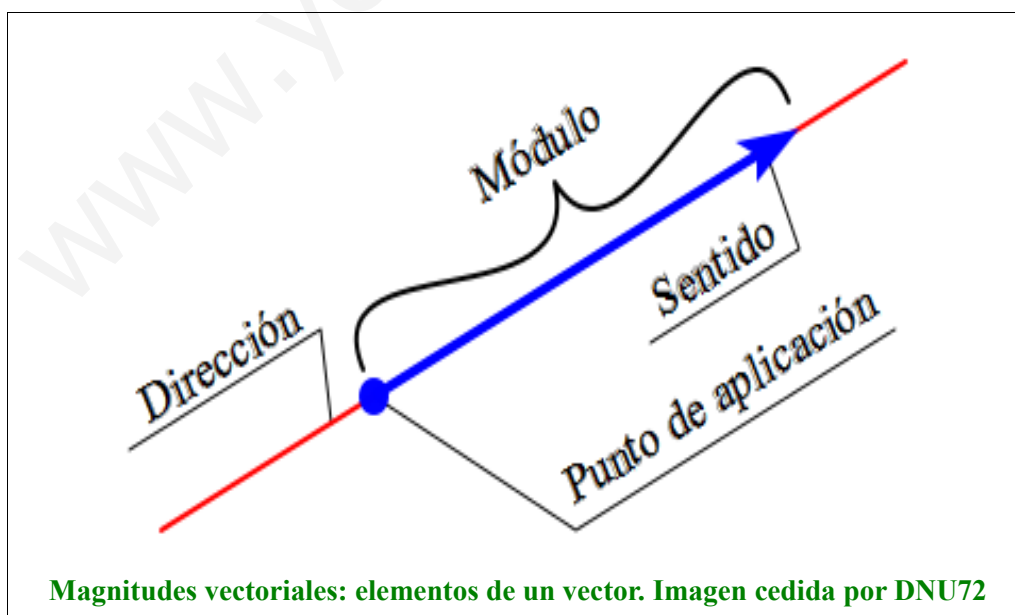
*“La longitud es una magnitud escalar ya que permite indicar que una mesa mide 1,25 metros de largo, por medio de una cantidad (1,25 m)”*

Las **magnitudes vectoriales** son aquellas que representan propiedades que no sólo quedan totalmente definidas por una cantidad sino que además se indica la dirección y el sentido de dicha propiedad con respecto a un punto de aplicación.

*“La velocidad es una magnitud vectorial ya que cuando se indica la velocidad de un barco, no basta con proporcionar la cantidad de nudos que muestra el velocímetro para saber donde podremos encontrarlo un tiempo posterior, sino que debemos conocer además el rumbo que lleva, es decir, la dirección y el sentido del vector velocidad”*

Por tanto, una magnitud vectorial se representa por medio de un **vector**, es decir, un segmento orientado (**flecha**) que consta de los siguientes elementos:

- **Módulo:** indica el tamaño del vector y corresponde con la cantidad de la magnitud que representa el vector.
- **Dirección:** Es la recta sobre la que descansa el vector.
- **Sentido:** de los dos posibles, que tiene toda recta o dirección, es el que indica la punta de flecha u orientación del extremo del vector.
- **Punto de aplicación:** u origen del vector.

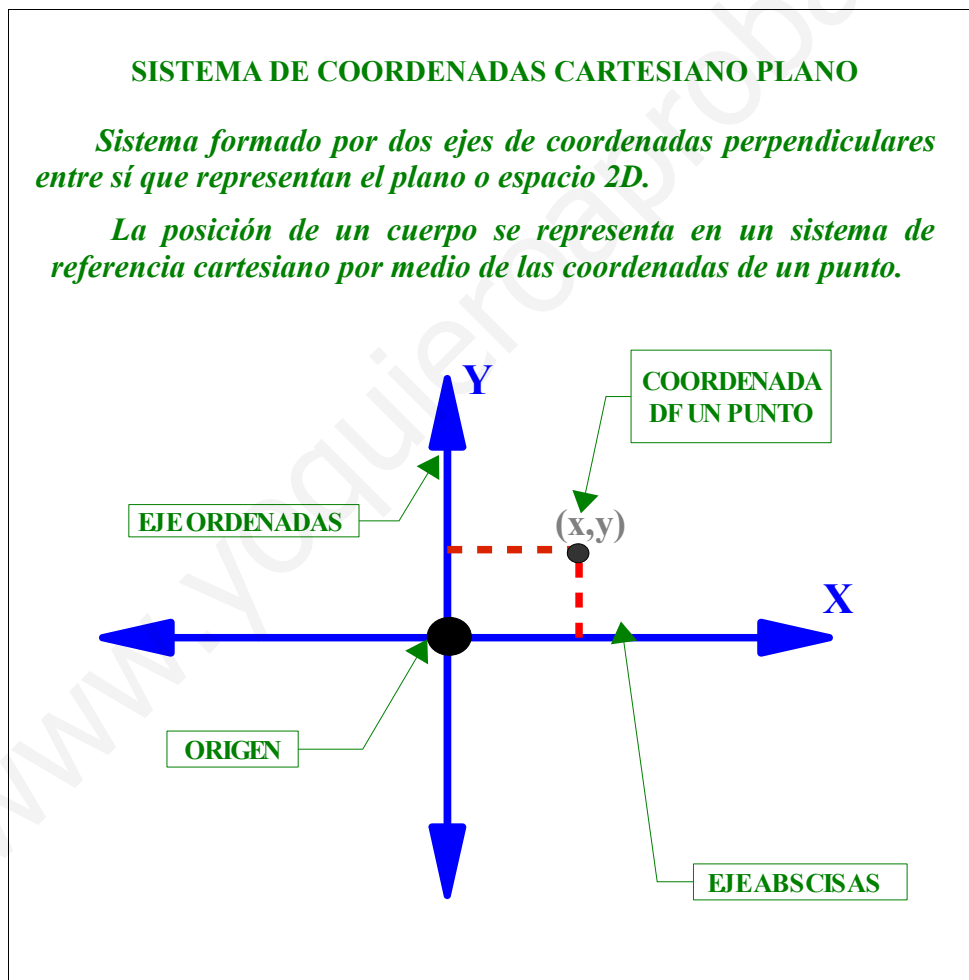


## 2.El movimiento. Elementos cinemáticos

Se dice que un cuerpo está en movimiento cuando su **posición** varía con respecto de un punto que se considera fijo, por tanto el movimiento se considera relativo ya que no existe un punto que se encuentre realmente fijo y diremos que algo se mueve o no dependiendo de la referencia que consideremos fija.

*Cuando una persona en la parada del autobús observa un coche que pasa frente a él dirá que el coche se desplaza con respecto a la parada mientras que para el señor que está dentro del coche observará que es la parada del autobús la que se desplaza hacia atrás, para el conductor, el vehículo está quieto, o como se dice en cinemática, en reposo.*

Por tanto, para estudiar el movimiento primero hay que definir un **sistema de referencia**, es decir, un sistema de coordenadas cartesiano cuyo origen, de coordenadas (0,0), consideramos fijo y los cuerpos se considerará que se mueven o no dependiendo de si modifican o no su posición con respecto al origen del sistema de referencia, es decir, si modifican sus coordenadas a medida que transcurre el tiempo.



Desde el punto de vista cinemático, se definen una serie de conceptos necesarios que nos permiten estudiar el movimiento de los cuerpos, llamados **elementos cinemáticos**: *Posición, Velocidad y Aceleración.*

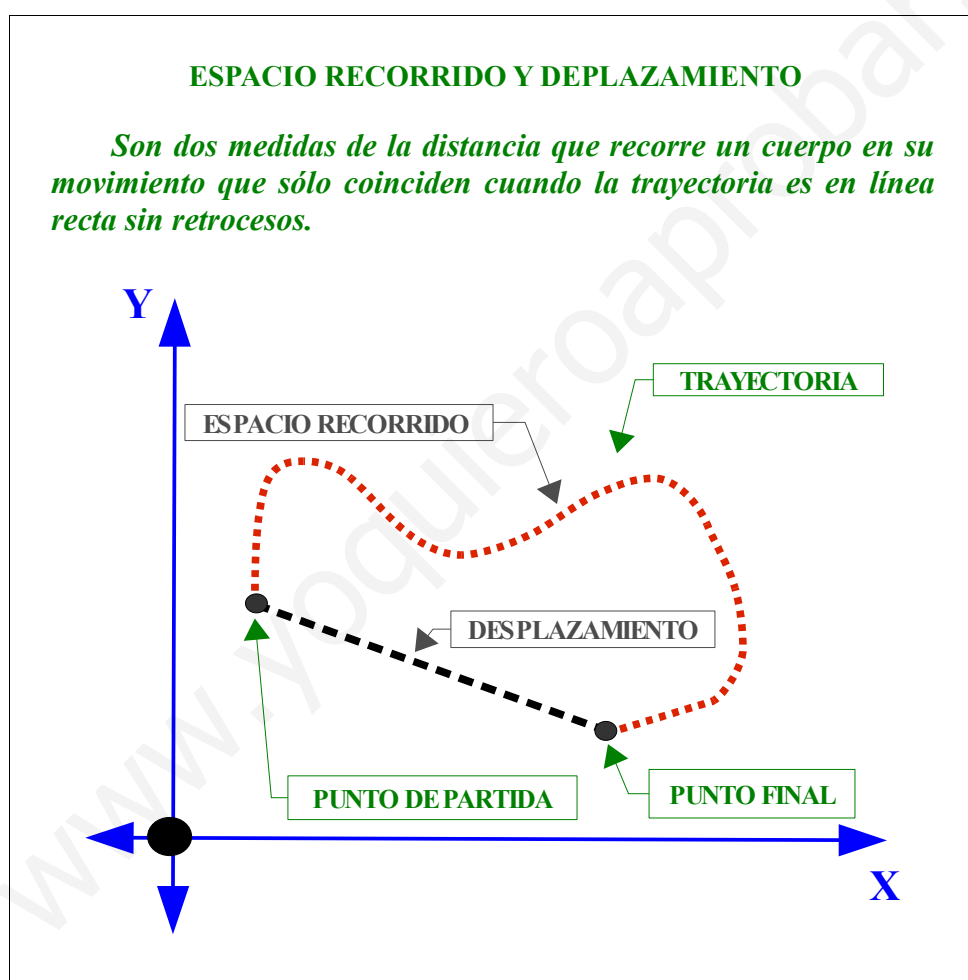
- **Posición**: es el lugar del espacio donde se encuentra el móvil en cada instante de tiempo. Se identifica a partir de las coordenadas del móvil, en cada instante de tiempo, en el sistema de referencia elegido.

La **trayectoria** que ha seguido un cuerpo en su movimiento es la línea que resulta de unir todos los puntos por los que ha pasado el móvil o posiciones ocupadas por el cuerpo que se mueve.

Hay que distinguir entre **espacio recorrido** y **desplazamiento**, dos conceptos que se usan indistintamente en el lenguaje cotidiano.

- **Espacio recorrido:** es el espacio o distancia que recorre el móvil sobre la trayectoria desde el punto de partida hasta el punto final del movimiento.
- **Desplazamiento:** es la distancia que hay, en línea recta, desde el punto de partida y el punto final del movimiento.

Ambos son medidas de distancia por lo que la unidad en que se miden en el Sistema Internacional de unidades (en adelante, SI) es el *metro*, **m**.



Las diferentes posiciones por las que pasa un cuerpo en su movimiento define la trayectoria que ha seguido. Y la distancia que ha recorrido siguiendo la trayectoria es el espacio recorrido. Si unimos la posición inicial con la posición final de la trayectoria, por medio de una línea recta, la longitud de dicha línea es la magnitud o módulo del desplazamiento.

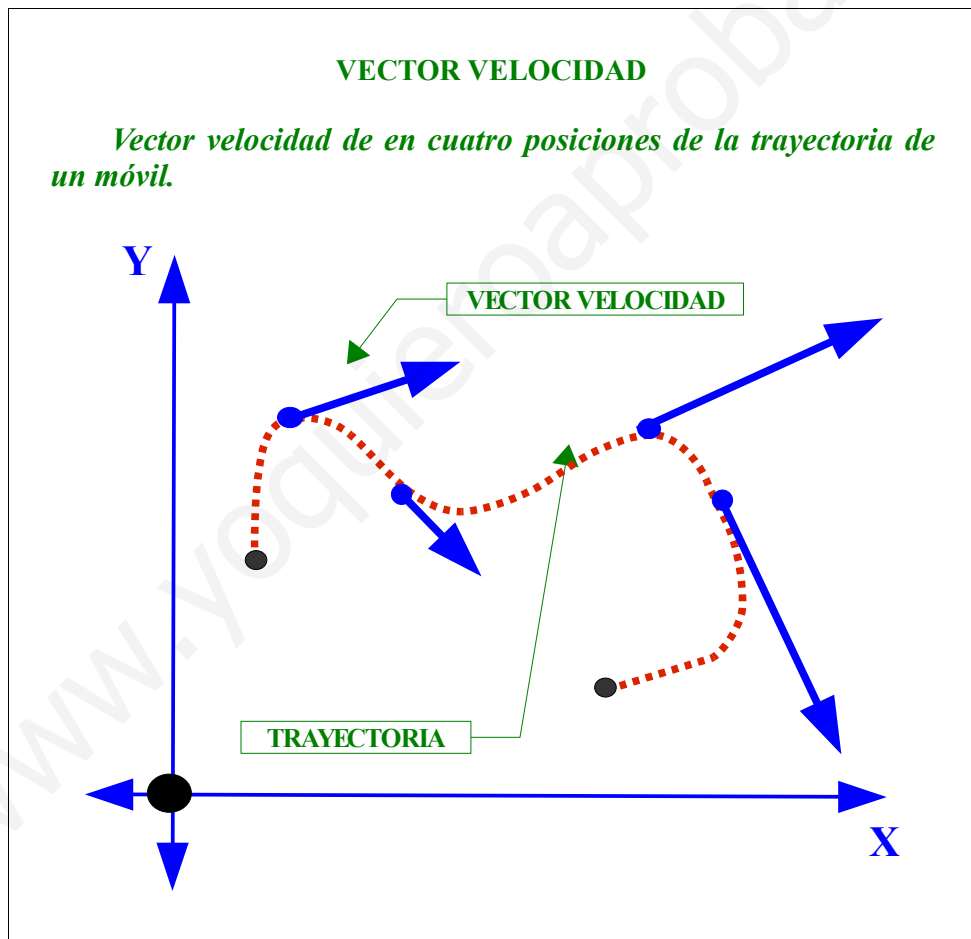
- **Velocidad:** es la magnitud física que indica el espacio recorrido por un móvil por unidad de tiempo.

*Una vez conocidos el espacio recorrido por el móvil y el tiempo que ha invertido en recorrerlo podemos calcular la velocidad (media) que ha llevado haciendo el cociente:*

$$v = \frac{\text{Espacio recorrido}}{\text{Tiempo empleado}} = \frac{e}{t}$$

*Como el espacio recorrido,  $e$ , se mide en el SI en metros y el tiempo en segundos (s), la unidad de la velocidad en el SI es el metro por segundo,  $m/s$ .*

*Si consideramos la velocidad de una tortuga y una liebre durante 2 segundos de sus movimientos, diremos que la liebre es más rápida que la tortuga ya que en ese tiempo la liebre recorre 50m mientras que la tortuga sólo es capaz de recorrer 0,05m (5 cm). Como en el mismo tiempo la liebre ha recorrido una distancia 1000 veces mayor que la tortuga diremos que la primera lleva una velocidad 1000 veces mayor que la segunda.*



La velocidad es una magnitud física vectorial, por tanto, para un móvil quedará totalmente definida su velocidad cuando se determine en cada instante de tiempo su rapidez o celeridad (módulo de su vector velocidad), la dirección y el sentido.

*Debemos distinguir entre velocidad y celeridad: Cuando el velocímetro del coche indica 100 km/h en realidad nos está dando información sobre la celeridad, no sobre la velocidad del vehículo. Si te das cuenta, si no pisamos el acelerador o lo soltamos en una vía horizontal, sin pendientes, el valor del velocímetro es el mismo tanto si vamos en un sentido como en otro, si vamos en línea recta o estamos dando una curva. Por tanto la rapidez o celeridad es una magnitud escalar.*

- **Aceleración:** es la magnitud física que indica el *ritmo* de variación de la velocidad de un móvil o la variación de velocidad que experimenta por unidad de tiempo.

Conocida la variación de velocidad que experimenta el móvil y el tiempo que ha tardado en llevar a cabo esa variación de velocidad, el cociente entre ambas cantidades será por tanto la aceleración (media) que ha sufrido.

$$a = \frac{\text{Variación de velocidad}}{\text{Tiempo empleado}} = \frac{V_f - V_i}{t}$$

Como la velocidad,  $V$ , se mide en el SI en metros por segundo (m/s) y el tiempo en segundos (s), la unidad de la aceleración en el SI es el metro por segundo al cuadrado,  $m/s^2$ .

En la publicidad de los coches es frecuente ver información como: de 0 a 100 Km/h en 10 segundos. Como nos informa del tiempo que el vehículo necesita para variar su velocidad desde el reposo hasta 100 Km/h, nos está proporcionando la aceleración que es capaz de experimentar dicho vehículo. Por supuesto, si un vehículo tarda menos tiempo en superar dicha velocidad desde el reposo significa que es capaz de proporcionar mayor aceleración al vehículo. Por ejemplo, un coche es posible que alcance los 100Km/h en 10s, pero es común que un camión necesite más de 20s (el doble de tiempo) para experimentar la misma variación de velocidad (0-100Km/h).

La aceleración es una magnitud física vectorial, por tanto, para un móvil quedará totalmente definida cuando se determine, en cada instante de tiempo, su módulo, la dirección y el sentido. Como la aceleración depende de las variaciones de velocidad (otra magnitud vectorial) puede haber aceleración no sólo porque varíe el módulo de la velocidad (rapidez o celeridad) sino también porque se modifique su dirección (movimiento no rectilíneo) o su sentido (desplazamiento en sentido contrario). En nuestro caso atenderemos a los movimiento más sencillos, en línea recta y sin retrocesos, por lo que sólo consideramos la aceleración por variaciones en el módulo de la velocidad. Es decir consideraremos sólo el carácter escalar de estas dos magnitudes vectoriales.

En cinemática, se considera que hay aceleración siempre que haya una variación en la velocidad, tanto si se aumenta (acelera positivamente, cuando la velocidad final es mayor que la inicial) como negativa (acelera negativamente, también se dice que decelera, desacelera o frena; cuando la velocidad final es menor que la inicial), en este caso al hacer la diferencia entre las dos velocidades en la expresión de la aceleración aparece el signo negativo que caracteriza a este tipo de aceleración.

### 3. Tipos de movimientos

---

Se pueden clasificar los movimientos según diferentes criterios, entre otros según:

- La **trayectoria** seguida. Diferenciaremos en este caso dos tipos de movimientos:
  - a) **Rectilíneos:** la trayectoria es una línea recta.
  - b) **Curvilíneos:** la trayectoria es una curva.

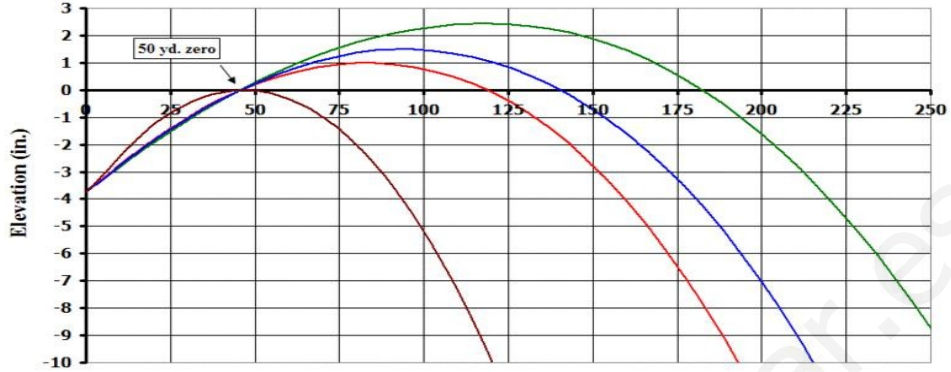
Dentro de los movimiento curvilíneos hay casos en los que la trayectoria responden a curvas con cierta simetría y el movimiento adquiere el nombre de la curva que representa su trayectoria: Circular, parabólica, elíptica, hiperbólica, etc...

- Si la **velocidad** del móvil varía o no. En caso también distinguimos dos tipos de movimientos:
  - a) **Uniforme:** la velocidad permanece constante.
  - b) **No uniforme:** la velocidad no permanece constante, varía con el tiempo. Se dicen que son movimientos acelerados.

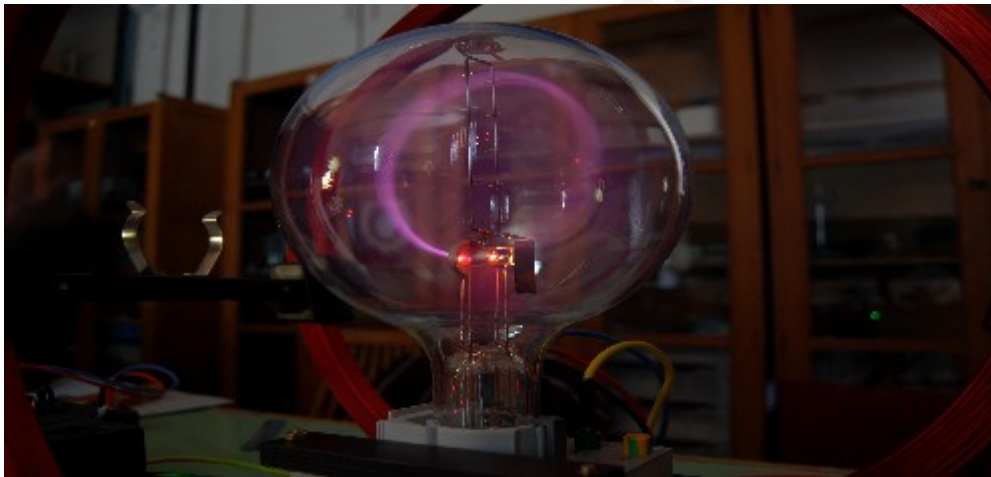
En el caso particular en el que la variación de velocidad sea constante se consideran

*movimientos uniformemente acelerados.*

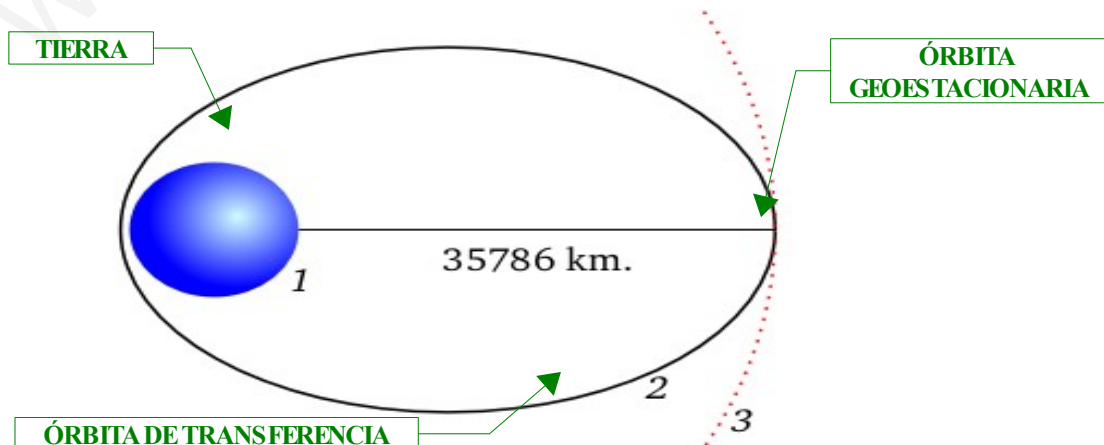
**Trayectoria parabólica de cuatro proyectiles con diferentes características y condiciones de lanzamiento. Imagen cedida por Metroplex**



**Trayectoria Circular de un haz de partículas cargadas que generan luminiscencia al chocar con las partículas del gas confinado en el bulbo de cristal. Imagen cedida por Marcin Bialek**



**La órbita geoestacionaria es de gran interés para las comunicaciones por satélite, es una órbita circular a 35786 km de la superficie de la Tierra. Para alcanzar esa órbita los satélites deben ser impulsados desde una órbita elíptica denominada órbita de transferencia . Imagen cedida por Brandir.**

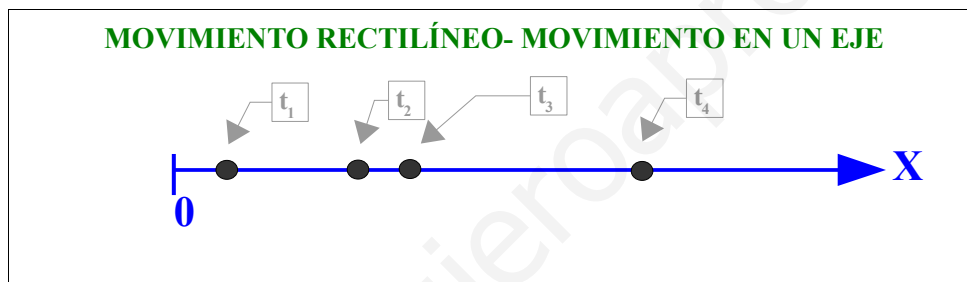


## 4. Algunos movimientos de especial interés

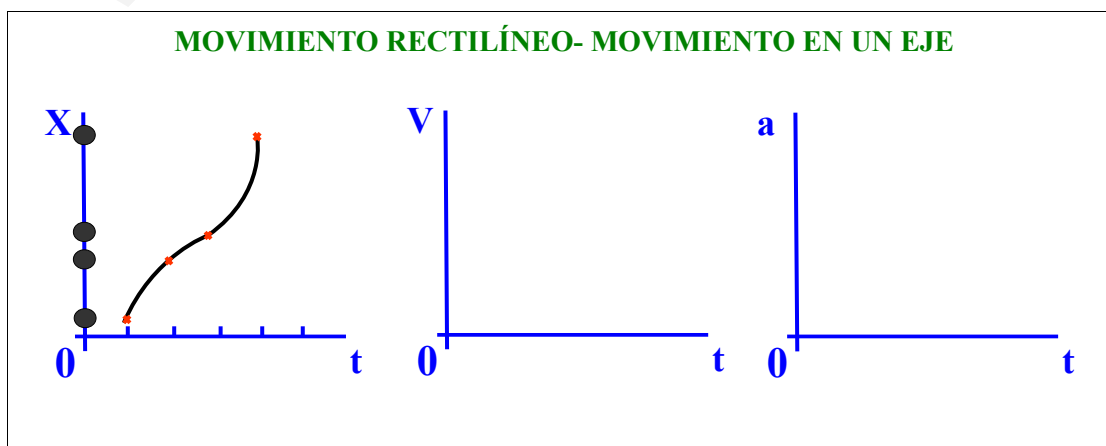
Atendiendo a los criterios empleados para definir los diferentes tipos de movimientos estudiamos dos tipos de movimientos de especial interés. Ambos de trayectoria rectilínea, el primero con velocidad constante (*movimiento rectilíneo uniforme* o *MRU*) y el segundo con velocidad variable pero que varía siempre lo mismo o uniformemente (*movimiento rectilíneo uniformemente acelerado* o *MRUA*).

Para cada uno de estos tipos de movimiento obtendremos las **ecuaciones de movimiento**, es decir, las ecuaciones matemáticas que expresan cada elemento cinemático (posición, velocidad y aceleración) con respecto al tiempo. Del mismo modo, se representará gráficamente cada elemento cinemático con respecto al tiempo para cada uno de los movimientos estudiados.

La posición se expresa a partir de las coordenadas del móvil en cada instante de tiempo y dependiendo de si el movimiento se da en una, dos o las tres dimensiones del espacio se necesita un sistema de referencia lineal, plano o tridimensional. En el caso de un movimiento rectilíneo como los que vamos a estudiar sería suficiente con un sistema de referencia lineal para saber a qué distancia del origen se encuentra el móvil en cada instante de tiempo.



La representación gráfica del espacio bidimensional en el plano es fácil de interpretar y está libre de ambigüedades frente a la representación tridimensional en el plano, que requiere de entrenamiento para desarrollar la visión espacial y, dependiendo de la representación en concreto, puede contar con ambigüedades que no pueden resolverse en el plano. Por este motivo, para los movimientos rectilíneos es muy útil representar las ecuaciones de movimiento en el plano, representando en el eje de ordenadas (eje Y) la variable cinemática ( $X$ ,  $V$  o  $a$ ) y en el eje de abscisas la variable temporal ( $t$ ). De este modo podemos interpretar más fácilmente el tipo de movimiento que se estudia observando en dichas gráficas la linealidad o proporcionalidad entre las variables que se relacionan, o la dependencia de ambas variables a través de curvas conocidas que se refieran a movimientos fácilmente identificables.





#### 4.1. Movimiento Rectilíneo Uniforme (M.R.U.)

En este tipo de movimiento la **trayectoria es rectilínea** y la **velocidad es constante** ( $V=cte$ ).

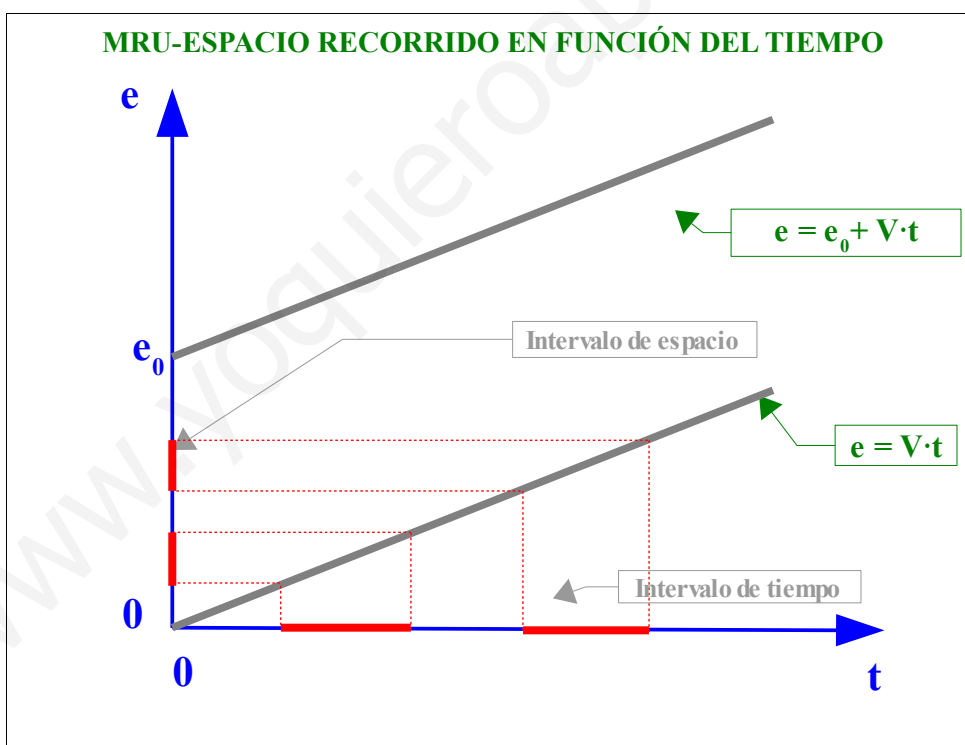
Como ya sabemos, la velocidad es el cociente entre el espacio recorrido y el tiempo empleado; por lo tanto, podemos expresar el espacio recorrido del móvil en función de la velocidad (constante) que lleva y del tiempo que ha transcurrido desde que se consideró el inicio del estudio del movimiento:

$$V = \frac{e}{t} \quad \square \square \rightarrow \quad e = V \cdot t$$

Si se considera que estamos estudiando el MRU cuando el móvil ya ha recorrido cierto espacio inicial,  $e_0$ , entonces el espacio recorrido cierto tiempo después,  $t$ , será:

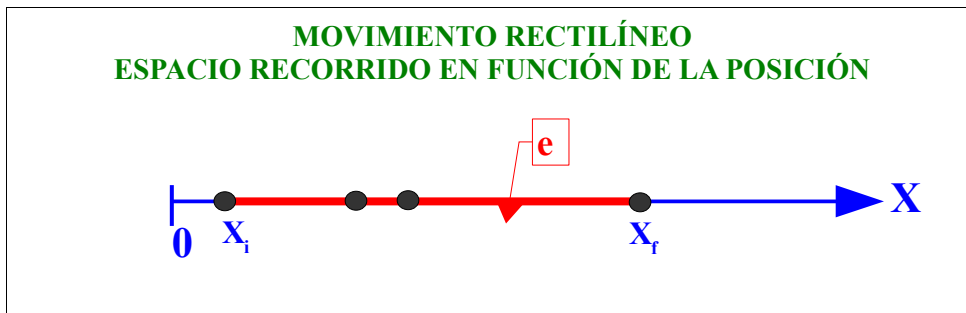
$$e = e_0 + V \cdot t$$

Si representamos el espacio recorrido,  $e$ , en función del tiempo transcurrido,  $t$ , obtenemos una línea recta, de pendiente más acusada cuando la velocidad constante a la que va el móvil sea mayor y de pendiente creciente si dicha velocidad es positiva y decreciente si dicha velocidad es negativa, es decir, cuando se mueve en el sentido contrario del considerado como positivo.



El hecho de que en el MRU la velocidad sea constante hace que la representación del espacio recorrido en función del tiempo sea una línea recta, esto significa que ambas magnitudes,  $e$  y  $t$ , son **proporcionales**. Es decir, para dos intervalos de tiempo iguales el intervalo de espacio recorrido es el mismo (trazos rojos de la imagen anterior).

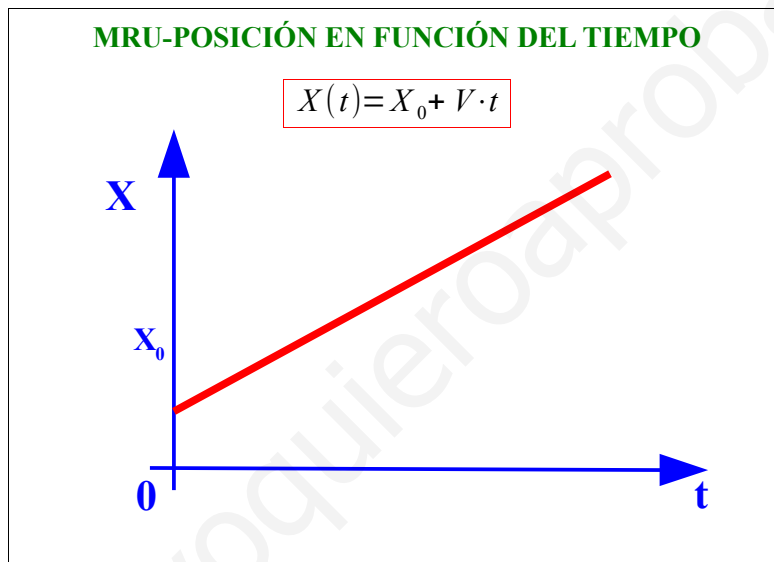
A partir de la expresión que relaciona el espacio recorrido con el tiempo podemos obtener la primera ecuación de movimiento, que relaciona la posición ( $x$ ) del móvil con respecto al tiempo ( $t$ ), teniendo en cuenta que cuando la trayectoria es rectilínea el espacio recorrido es la diferencia entre la posición final e inicial:  $e = X_f - X_i$



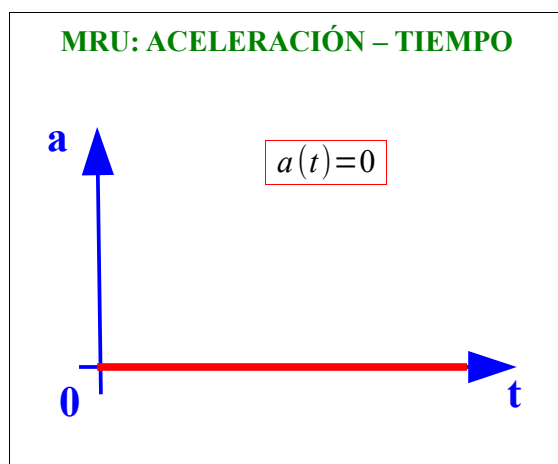
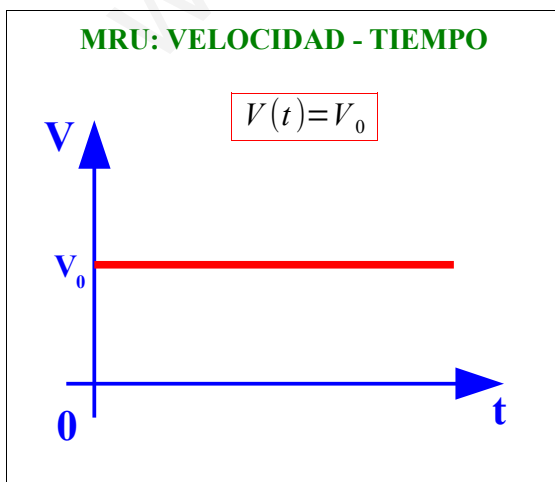
Por tanto,

$$X_f = X_i + V \cdot t$$

Si queremos expresar la posición en cualquier instante de tiempo,  $t$ , y considerando la posición en el instante inicial ( $t=0$ ),  $X_0$ . Entonces obtenemos la ecuación general para la posición (en función del tiempo) del MRU:



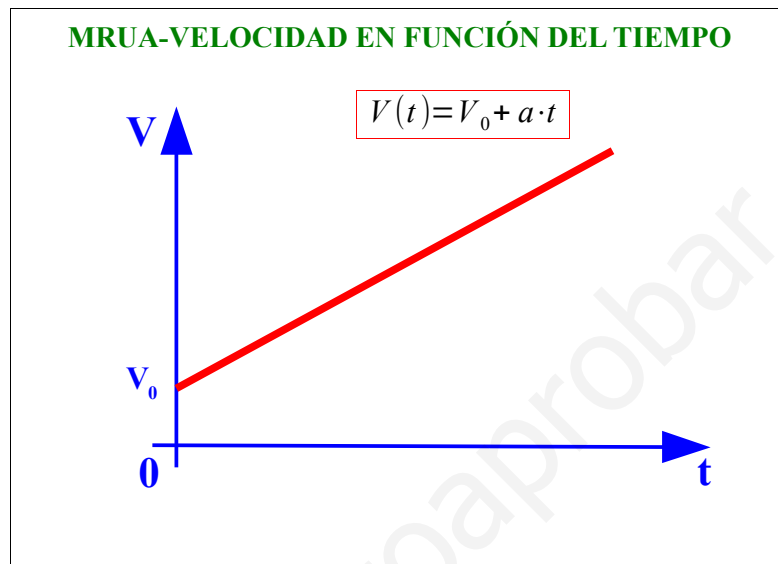
Las otras dos ecuaciones de movimiento para el MRU se obtienen directamente de la definición de este movimiento, ya que al ser uniforme su velocidad, al ser constante, en cualquier instante de tiempo es la misma. Y por ese motivo, al no variar la velocidad, como la aceleración mide las variaciones de velocidad, en el MRU la aceleración no varía con el tiempo, es siempre cero.



## 4.2. Movimiento Rectilíneo Uniformemente Acelerado (M.R.U.A.)

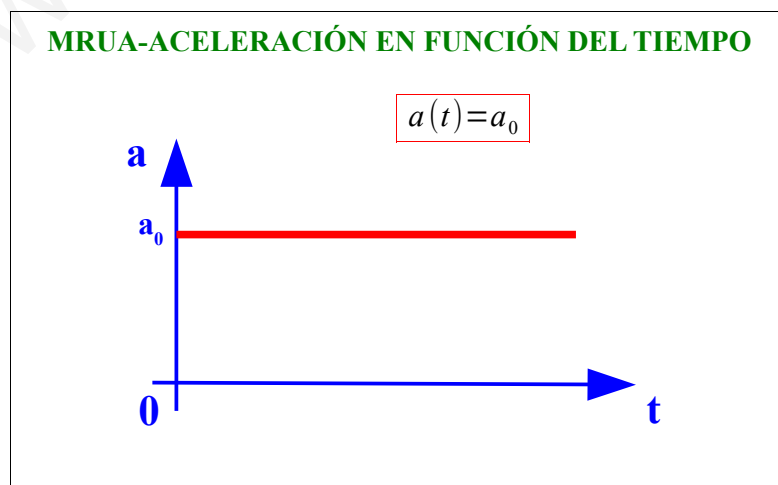
En este tipo de movimiento la **trayectoria es rectilínea** y la **velocidad varía uniformemente**, es decir, su **aceleración es uniforme** ( $a=\text{cte}$ ).

De la propia definición de aceleración podemos obtener la ecuación de movimiento para la velocidad en función del tiempo:  $a = \frac{V - V_0}{t}$  .



Nos recuerda a la gráfica de la posición en función del tiempo del MRU. Donde podemos observar que, como en aquel caso ocurría entre la posición y el tiempo, en el MRUA la velocidad y el tiempo son proporcionales, es decir, es una línea recta inclinada, en mayor medida cuando la aceleración es mayor.

La ecuación de movimiento de la aceleración en función del tiempo para el MRUA se obtiene de la propia definición de este tipo de movimiento. Que sea uniformemente acelerado significa que su aceleración es constante y, por tanto, es siempre la misma, no depende del tiempo.

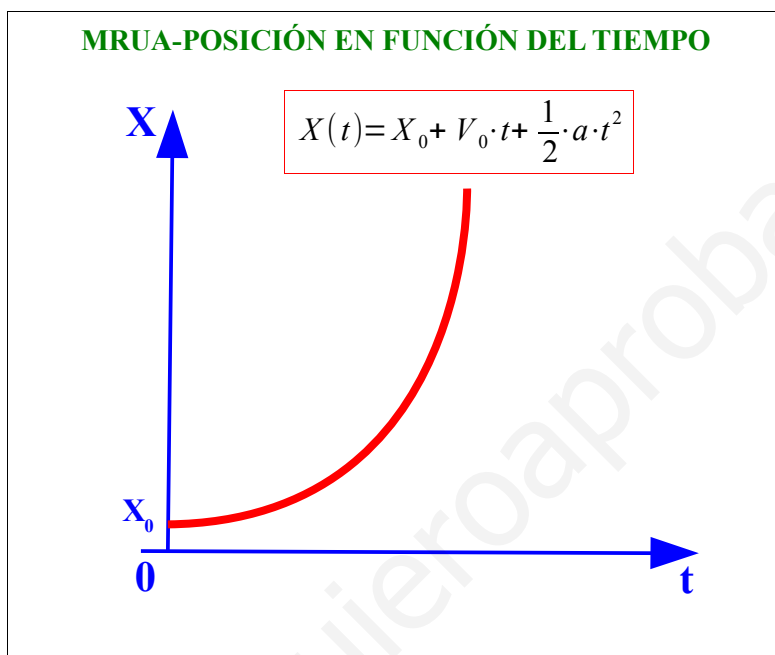


Si la aceleración de este movimiento es constante, su velocidad se incrementa en la misma cantidad en dos intervalos de tiempo iguales; por tanto, en el tiempo que dure el movimiento podemos obtener el espacio recorrido suponiendo que todo el trayecto lleva una velocidad

constante (MRU) e igual a la media entre la velocidad inicial ( $V_0$ ) y final ( $V$ ).

MRUA como MRU en el que la velocidad es  $V_m = \frac{V + V_0}{2}$ , sustituyendo en la ecuación de movimiento de espacio recorrido del MRU:

$$X(t) = X_0 + V_m \cdot t = X_0 + \frac{V + V_0}{2} \cdot t = X_0 + \frac{V_0 + a \cdot t + V_0}{2} \cdot t = X_0 + V_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2$$



## 5. Actividades

### MOVIMIENTO RECTILÍNEO UNIFORME (MRU)

1. ¿Qué entendemos por magnitud física y qué tipos de magnitudes físicas hay?

2. Clasifica las siguientes magnitudes en magnitudes escalares o vectoriales:

Masa   temperatura   velocidad   peso   distancia   tiempo   aceleración

3. ¿Por qué crees que se dice que el movimiento es relativo?

4. Define trayectoria, espacio recorrido y desplazamiento.

5. La distancia en línea recta entre el último pueblo de la frontera española y el primero de la francesa es de 40 Km. La carretera sube y baja un puerto de montaña por lo que recorreremos 75 km ¿Cuánto nos hemos desplazado? ¿Qué distancia hemos recorrido?

6. Escribe en tu cuaderno la definición de la velocidad, su fórmula y la unidad en el Sistema Internacional. Deduce las fórmulas del tiempo y el espacio.

7. Algunas veces necesitamos pasar a otras unidades más utilizadas en nuestra vida cotidiana. Es corriente que utilicemos los km/h cuando hablamos de la velocidad a la que se desplaza nuestro coche, el avión o los ciclistas de una carrera. ¿Cómo pasamos de m/s a km/h? Vamos a calcularlo paso a paso.

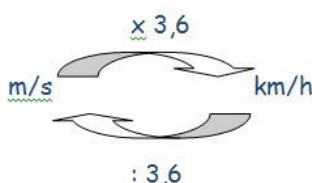
a) Partimos de 1 m/s. (un móvil que recorre un metro en 1 segundo). Para saber cuánto recorre en una hora tendremos que multiplicar por 3600 segundos que tiene una hora:

$$1 \text{ m/s} \times 3600 = 3600 \text{ m/h}$$

b) Ahora pasamos los m a km:

$$3600 : 1000 = 3,6 \text{ km/h}$$

c) En resumen, para pasar de m/s a km/h sólo tenemos que multiplicar por 3,6. Para pasar de km/h a m/s tendremos que dividir por 3,6



El siguiente cuadro muestra las velocidades de algunos animales en km/h. Escríbelas en la otra columna en m/s.

ANIMAL	km/h	m/s
Vencejo de cola espina	160	
Guepardo	114	
León	80	
Caballo de carreras	76	
Licaón	72	
Zorro	68	
Gato	48	
Elefante	40	
Murciélago	24	
Tortuga	4	

8. Ordena de mayor a menor las siguientes velocidades (para ello redúcelas todas a m/s).

20 km/h      10 m/s      0,5 km/h      500 m/min      3 km/min

9. Expresa en km/h :

26 m/s      900 m/min      2400 cm/s      1,5 km/min      300.000 km/s

10. Calcula la velocidad de un coche que recorre 80 m en 2 s.

11. Una moto recorre 1 km en 40 s a velocidad constante. Calcula su velocidad en m/s y en km/h.
12. Una persona corre 10 km en 30 minutos. Otra persona recorre 45000 m en 5 horas ¿Cuál es más rápida?
13. Juan vive en Villalba, a 50 km de Madrid. Cada mañana tarda en llegar 30 min y continúa su camino atravesando la ciudad hasta que después de 1,5 h llega a su trabajo. ¿A qué distancia de Madrid trabaja?
14. Un autobús sale a las 7 h de la mañana, desde una ciudad hacia otra situada a 450 km, con la velocidad constante de 90 km/h. A las 3 h de viaje, el conductor para durante 30 minutos para desayunar. Calcula:
  - a) El tiempo que tarda en llegar de una ciudad a otra.
  - b) ¿A qué hora llega?
15. Un motorista marcha a una velocidad de 70 km/h
  - a) ¿Cuánto tarda en recorrer los 2100 m que le separan de su destino?
  - b) Si quisiera regresar en 20 s. ¿Cuál sería su velocidad?
  - c) Si hubiera marchado a esa velocidad desde el principio ¿Qué espacio habría recorrido?

### LA ACELERACIÓN (MRUA)

1. Define aceleración, escribe su fórmula y sus unidades en el SI.
2. ¿Qué entendemos por movimiento uniformemente acelerado?
3. Desde la parada del autobús veo pasar una bicicleta que se desplaza a 15 m/s, 20 segundos después su velocidad es de 25m/s. ¿Cuál ha sido su aceleración?
4. Una piedra que ha caído desde un edificio llega al suelo con una velocidad de 20 m/s. ¿Cuánto tiempo ha estado cayendo? ¿Desde qué altura ha caído?
5. Un coche se desplaza a 70 km/h, adquiere una aceleración de  $3 \text{ m/s}^2$  ¿qué espacio recorre cuando lleva 0,5 h?

## GRÁFICAS DE MOVIMIENTO

1. Observa la siguiente tabla:

Tiempo (s)	Distancia (m)	Velocidad (m/s)
0	0	
1	3	
2	6	
3	9	
4	12	
5	15	

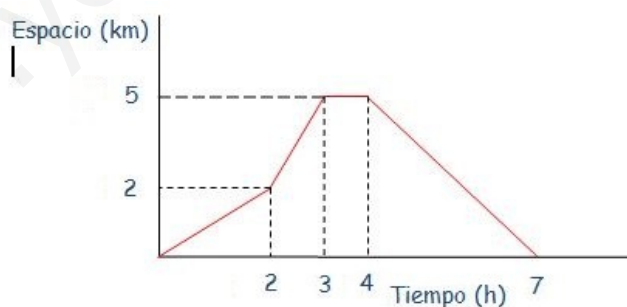
- Completa la columna de la velocidad en cada tramo.
- Representa los datos en una gráfica.

2. Representa la gráfica de movimiento de un móvil con los siguientes datos.

Tiempo (s)	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Velocidad (m/s)	4	6	8	10	12	12	12	12	12	9	6	3	0

- Intenta explicar el movimiento en los distintos tramos.
- ¿Qué espacio ha recorrido el móvil en total?

3. Observa la siguiente gráfica de la senda que hemos hecho este fin de semana en la Pedriza y completa la tabla.



Tiempo (h)	0-2	2-3	3-4	4-7
Espacio (km)	2	3		
Velocidad (km/h)				

- a) ¿Cuál es la velocidad media de todo el trayecto?
- b) ¿Qué pasa entre la tercera y la cuarta hora?
- c) ¿Qué espacio hemos recorrido en total?

4. La siguiente gráfica representa el movimiento de dos móviles, A y B. Calcula:

- a) La distancia de la que parten uno respecto al otro.
- b) Las velocidades de cada uno.
- c) El tiempo que tardan en cruzarse.
- d) ¿Cuánto espacio ha recorrido cada uno?

