

## **Material complementario para el desarrollo de las competencias básicas**

El desarrollo de las **competencias básicas** es uno de los grandes retos de todas las etapas en la educación obligatoria. Contribuir decisivamente a este desarrollo es uno de los objetivos fundamentales de nuestro proyecto.

**Coordinador:** Carlos Marchena

**Autores:** Juan Antonio Díaz

Cristóbal Navarrete

# Actividad I. Álgebra

Nombre y apellidos: .....

Curso: ..... Fecha: .....

## 1 Telepatía con números de dos cifras

Accede a la página <http://descartes.cnice.mec.es/matematicas/index.htm>, pulsa la opción “**Magia**” y haz clic en “**Telepatía**”.

Realiza varias pruebas. ¿Es magia o es telepatía?

Tratemos de averiguar cómo es posible que nos adivinen el pensamiento.

a) Elige varios números de dos cifras, resta la suma de sus cifras y observa qué tienen en común los resultados obtenidos:

NÚMERO	SUMA DE SUS CIFRAS	DIFERENCIAS
92	$9 + 2 = 11$	$92 - 11 = 81$
35		
17		
88		

b) Ahora elige un número, resta la suma de sus cifras y observa qué figura de las de la tabla le corresponde.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	1
♥	→	☞	✓	+	⊕	@	●	□	♥	☞	▷	
12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	2
♥	●	@	▷	⊕	♣	♥	□	→	♣	@	●	
24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	3
▷	☞	♣	♥	✓	♣	✓	“	✓	+	□	♣	
36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	4
♥	●	↗	→	▷	⊕	♣	●	♣	♥	↗	⊕	
48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	5
▷	⊕	@	●	→	□	♥	↗	@	+	♣	↗	
60	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	6
“	♣	♣	♥	↗	↗	+	▷	●	✓	“	☞	
72	73	74	75	76	77	78	79	80	81	82	83	7
♥	●	⊕	☞	♣	▷	↗	→	♣	♥	→	+	
84	85	86	87	88	89	90	91	92	93	94	95	8
▷	●	→	@	+	♣	♥	↗	✓	♣	“	▷	
96	97	98	99	100	101	102	103	104	105	106	107	9
@	▷	♣	♥	↗	“	+	↗	☞	▷	□	♣	

Esa misma figura aparece varias veces en la tabla, asociada a distintos números. Búscalos y anótalos. ¿Qué tienen todos esos números en común?

- c) María estuvo trabajando con este problema. Después de pensar mucho, se dio cuenta de que al restar al número pensado la suma de sus cifras, siempre obtenía un múltiplo de 9. ¿Podría demostrar ella este resultado?

Para hacerlo, tuvo en cuenta (porque necesita utilizarlo) que la descomposición polinómica de un número de dos cifras  $xy$  es  $10x + y$ . Observa:

NÚMERO	DESCOMPOSICIÓN POLINÓMICA	SUMA DE SUS CIFRAS	DIFERENCIAS
92	$9 \cdot 10 + 2$	$9 + 2$	$92 - (9 + 2) = 81$
29	$2 \cdot 10 + 9$	$2 + 9$	$92 - (2 + 9) = 18$
$xy$	$10x + y$		
$yx$			

Acaba tú su demostración completando la tabla.

## 2 Telepatía con números de tres o más cifras

Si se desea hacer el mismo truco de magia con números de tres cifras, ¿a qué números habría que colocar el mismo símbolo en la tabla? Tratemos de averiguarlo utilizando el procedimiento anterior.

- a) Cuál sería la descomposición polinómica de un número de tres cifras,  $xyz$ ? Completa la siguiente tabla:



NÚMERO	DESCOMPOSICIÓN POLINÓMICA	SUMA DE SUS CIFRAS	DIFERENCIAS
321	$3 \cdot 100 + 2 \cdot 10 + 1$	$3 + 2 + 1 = 6$	$321 - 6 = 315$
845	$8 \cdot 100 + 4 \cdot 10 + 5$		
927			
$xyz$			
$zxy$			

- b) Observa los resultados obtenidos en la última columna. ¿Tienen alguna relación?

- c) ¿Podrías demostrar que si a un número de tres cifras se le resta la suma de sus cifras se obtiene un múltiplo de 9?

- d) ¿Se podría generalizar el resultado para cualquier número? Justifica tu respuesta.

## Actividad II. Porcentajes

Nombre y apellidos: .....

Curso: ..... Fecha: .....

### 1 Un impuesto, el IVA

María, que quiere comprar un vehículo, ha ido a dos concesionarios y le han hecho dos ofertas que le han sorprendido:

- En el concesionario **CARS**, el coche que le interesa cuesta 15000 €. Le hacen un descuento del 10% y, posteriormente, le añaden el IVA.
- En el concesionario **AUTOS**, el precio del vehículo es el mismo, pero primero le añaden el IVA y posteriormente le descuentan, también, un 10%.

- a) El porcentaje de IVA que hay que añadir a cada producto no siempre es el mismo. Busca qué significan las siglas IVA y elabora una tabla indicando el porcentaje de IVA que hay que añadir según el tipo de producto.



TIPO IVA	PORCENTAJE DE INCREMENTO	BIEN O SERVICIO
Superreducido		
Reducido		
General		

- b) Calcula el precio de los siguientes artículos, con el IVA correspondiente incluido:

ARTÍCULO	PRECIO SIN IVA	PRECIO CON IVA
Aspirinas	1,70 €	
Perfume	40 €	
Billete de tren	25 €	
Barra de pan	0,60 €	
Libro	19,50 €	

- c) Calcula, sin utilizar la calculadora, cuánto tendría que pagar María por el vehículo en cada concesionario.

- d) Realiza los mismos cálculos utilizando la calculadora. Ten en cuenta que:

Para añadir un  $n\%$  de porcentaje, debes teclear:

$$15000 \times n \% + =$$

Para restar un  $n\%$  de porcentaje, debes teclear:

$$15000 \times n \% - =$$

- Concesionario CARS

$$15000 \times 10 \% - = \times \text{IVA} \% + =$$

- Concesionario AUTOS

¿Obtienes los mismos resultados que en el cálculo anterior?



- e) ¿Qué es preferible para María, que le apliquen primero el descuento y después el impuesto, o al revés?

- f) El IVA es un impuesto que el concesionario debe pagar a Hacienda. ¿Qué concesionario pagará más dinero, en concepto de IVA, por la venta de dicho vehículo?



- g) Para el concesionario, ¿qué es mejor, aplicar primero el descuento y después el impuesto o al revés?

## 2 Descuentos

En un supermercado hemos encontrado las siguientes ofertas:

- LLÉVESE TRES Y PAGUE DOS
- COMPRE TRES Y LE REGALAMOS UNO
- COMPRE UNO Y LE DESCONTAMOS UN 30%

a) ¿Qué porcentaje de descuento sobre un producto se aplica en cada caso?



b) ¿Qué oferta te parece más ventajosa?

## 3 El 0,7% del PIB

Existen asociaciones que piden que los países desarrollados destinen el 0,7% de su Producto Interior Bruto (PIB) a ayudas a países en vías de desarrollo.

a) ¿Qué es el PIB?

b) ¿A qué compromiso han llegado los países desarrollados actualmente?

c) ¿Qué cantidad destina España, actualmente, a ayudas a países en vías de desarrollo?

d) En 2008, el PIB de España fue de 1396881 millones de dólares. ¿Qué cantidad habría destinado España a los países en vías de desarrollo si hubiese concedido ese 0,7% de su PIB?



## Actividad III. Wiris

Nombre y apellidos: .....

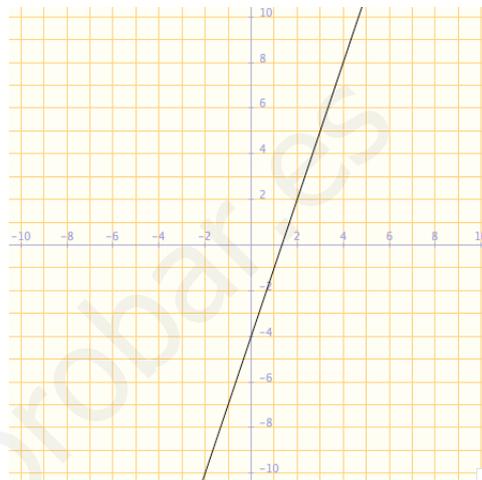
Curso: ..... Fecha: .....

### 1 Representación gráfica de una función

Para representar gráficamente una función en los ejes cartesianos, podemos construir una tabla de valores. Por ejemplo:

X	Y
0	-4
1	-1
2	2
-1	-7

$$y = 3x - 4$$



Vamos a utilizar la herramienta WIRIS para representar funciones. Para ello, accede a la página:

<http://www.juntadeandalucia.es/averroes/wiris/es/index.html>

- En la pestaña **Operaciones**, pulsa la opción **dibujar**.
- En el escritorio aparecerá: **dibujar( )**
- Entre los paréntesis se debe escribir la función que desea representar. Por ejemplo: **dibujar(y=3x-4)**
- Posteriormente, haz clic sobre el símbolo **=**; obtendrás la siguiente recta:  
**dibujar(y=3x-4)**

Representa con WIRIS las gráficas correspondientes a las siguientes funciones:

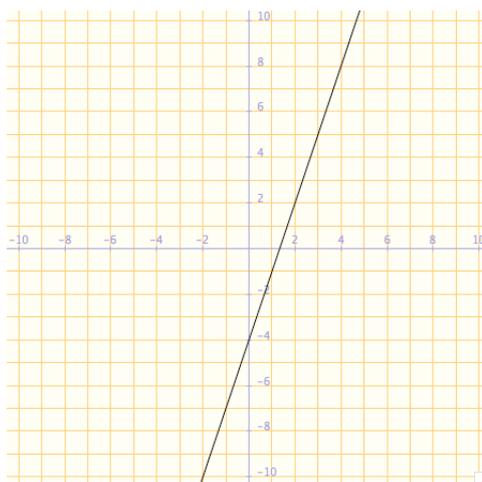


Figura 1

- a)  $y = -3x + 4$
- b)  $y = 5$
- c)  $y = x^2 - 5x + 6$
- d)  $y = -x^2 + 4$
- e)  $y = -x^3 + 4x$
- f)  $y = x^4 - 5x^2 + 4$

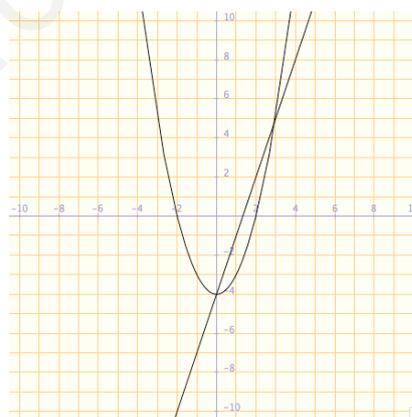
Observa que a medida que crece el grado del polinomio, crece también el número de dobleces de su representación gráfica.

## 2 Representación gráfica de varias funciones

Con WIRIS también se pueden representar las gráficas de dos o más funciones en los mismos ejes cartesianos. Para ello, basta con escribir las expresiones analíticas de las funciones entre llaves y separadas por comas. Aquí tienes dos ejemplos:

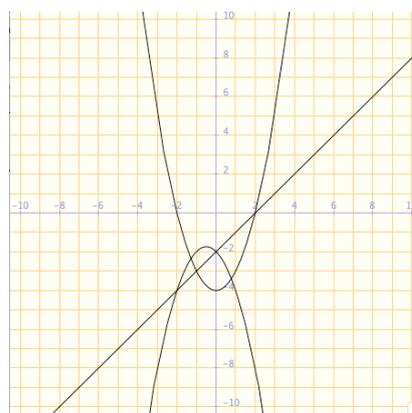
`dibujar({y=3x-4,y=x2-4})`

Figura 2



`dibujar({y=x2-x-2,y=x2-4,y=x-2})`

Figura 3



Representa en los mismos ejes cartesianos las siguientes funciones:

- a)  $y = x$  e  $y = -x$
- b)  $y = x + 1$  e  $y = -3x - 7$
- c)  $y = -x^2 + 9$  e  $y = x + 3$
- d)  $y = x^2 - 2x$  e  $y = -x^2 + 4$



### 3 Resolución de ecuaciones y sistemas

Para hallar el punto en el que se cortan dos funciones que vienen dadas por sus expresiones analíticas, sería necesario resolver el sistema de ecuaciones que forman.

WIRIS es una potente herramienta que permite resolver todo tipo de ecuaciones y sistemas. Para resolver un sistema, debemos pinchar en la pestaña **Operaciones** la opción **resolver sistema**, indicar el número de ecuaciones, escribirlas y presionar el símbolo **=**.

Para hallar, por ejemplo, el punto de corte de las funciones de la *Figura 2* habría que escribir:

$$\left[ \text{resolver} \begin{cases} y=3x-4 \\ y=x^2-4 \end{cases} \right] =$$

Obtendremos como soluciones:  $\left[ \text{resolver} \begin{cases} y=3x-4 \\ y=x^2-4 \end{cases} \right] \rightarrow \{(x=0, y=-4), (x=3, y=5)\}$ ,

que son los puntos del plano (0, -4) y (3, 5).

Para resolver una ecuación, en la misma pestaña **Operaciones**, debemos pinchar en la opción **resolver ecuación**. Por ejemplo, para la ecuación  $x^2 - 6x + 8 = 0$ , obtendremos como soluciones:  $\{x = 2\}, \{x = 4\}$ .

a) Calcula los puntos de corte de las gráficas de estas funciones:

I.  $y = x$  e  $y = -x$

II.  $y = x + 1$  e  $y = -3x - 7$

III.  $y = -x^2 + 9$  e  $y = x + 3$

IV.  $y = x^2 - 2x$  e  $y = -x^2 + 4$

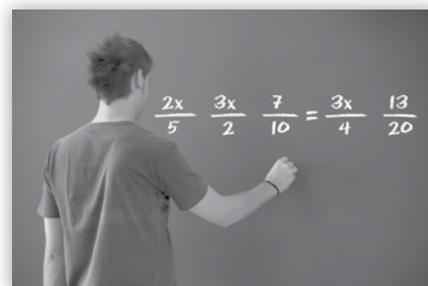
b) Resuelve las siguientes ecuaciones y sistemas:

I.  $\frac{2x}{5} + \frac{3x}{2} - \frac{7}{10} = \frac{3x}{4} - \frac{13}{20}$

II.  $\frac{2x-5}{4} = \frac{x-5}{8}$

III.  $\begin{cases} 2x - 3y = 6 \\ 3x - y = 2 \end{cases}$

IV.  $\begin{cases} \frac{2y}{5} - \frac{x}{3} = \frac{1}{15} \\ 15x - 15y = 2 \end{cases}$



## Actividad IV. Probabilidad

Nombre y apellidos: .....

Curso: ..... Fecha: .....

La probabilidad es una manera de medir el azar. La probabilidad de que ocurra un suceso es igual al número de casos favorables a ese suceso dividido entre el número de casos posibles.

Por ejemplo, si en una clase en la que hay 10 niños y 15 niñas se hace un sorteo, la probabilidad de que el premio le toque a un niño es  $\frac{10}{25} = \frac{2}{5}$ , y la de que le toque a una niña,  $\frac{15}{25} = \frac{3}{5}$ .

### 1 Dados y fracciones

Miguel y Julia están enfrascados en una discusión sobre probabilidad. El experimento consiste en lanzar dos dados y formar una fracción propia (esto es, menor que la unidad) con los números obtenidos. Así, por ejemplo, si se obtienen los números 2 y 6 se formaría la fracción  $\frac{2}{6}$ .

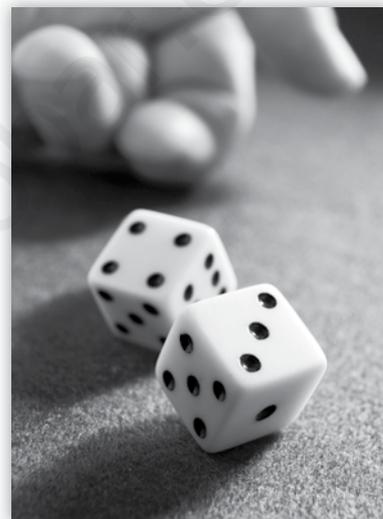
Miguel dice que lo más probable es que se obtenga una fracción reducible. Sin embargo, Julia asegura que lo más probable es que sea irreducible. ¿Quién de los dos lleva razón?

a) Construye una tabla con los distintos resultados que se pueden obtener.

		NUMERADOR					
		1	2	3	4	5	6
DENOMINADOR	1						
	2						
	3						
	4						
	5						
	6						

b) Simplifica las fracciones obtenidas.

c) Calcula la probabilidad de obtener una fracción irreducible y la de obtener una fracción reducible.



## 2 Cumpleaños felices

Tres amigas se encuentran en el parque.

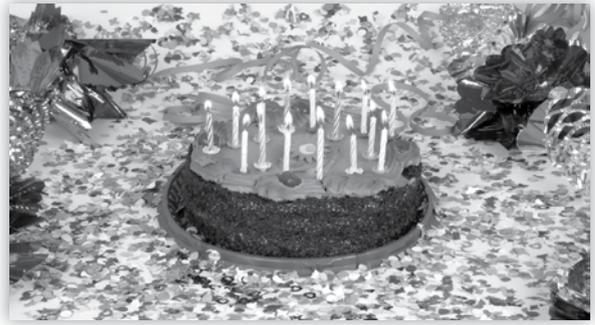
María presume de su fecha de nacimiento, ya que ninguno de sus dígitos se repite en ella. Nació el 23 de abril del año 1967 (23-04-1967).

Ana comenta que es más especial la fecha de nacimiento de su hija Violeta, ya que fue un 29 de febrero, concretamente el 29-02-2004.

Teresa dice que el caso más singular es el de su hijo Alberto, ya que la fecha de nacimiento de su hijo forma un número capicúa. Alberto nació el 10 de febrero de 2001 (10-02-2001).

Después de mucho discutir, llegaron a un acuerdo: deberían calcular cuál de los tres casos tiene mayor probabilidad de que ocurra durante los próximos diez años (desde el 1 de enero de 2011 al 31 de diciembre de 2020).

¿Podrías ayudarlas?



- Veamos primero el caso de VIOLETA.
  - a) Averigua qué condición deben cumplir los dígitos de un año para que sea bisiesto.
  
  - b) ¿Cuántos años bisiestos hay entre 2011 y 2020, ambos incluidos?
  
  - c) ¿Cuál es la probabilidad de nacer un 29 de febrero entre las fechas indicadas.
  
- El caso de ALBERTO es fácil.
  - d) ¿Cuántos números capicúas de dos cifras existen?

¿Y de tres cifras?

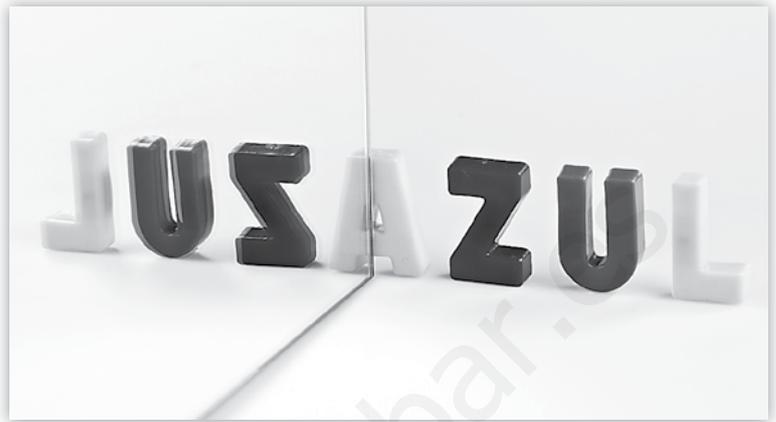
¿Y de cuatro cifras?

- e) Un número capicúa de ocho cifras se puede formar uniendo dos números de cuatro cifras: ABCDDCBA

Si sustituyes DCBA por los posibles años entre 2011 y 2020, rápidamente podrás formar todos los números capicúas que buscas.

- f) ¿Cuál es la probabilidad de que la fecha de nacimiento forme un número capicúa?
- g) Busca en la Wikipedia el significado de la palabra *palíndromo*. Pon ejemplos de palíndromos no numéricos como los siguientes:

Allí ves Sevilla  
Amor a Roma  
Dábale arroz a la zorra el abad



- El caso de MARÍA parece complicado.
- h) Si empiezas probando por el año e intentas completar la fecha añadiendo el mes, te darás cuenta, rápidamente, del resultado.  
¿Cuál es la probabilidad de que la fecha de nacimiento tenga todos los dígitos distintos?

www.yoquieroaprobar.com

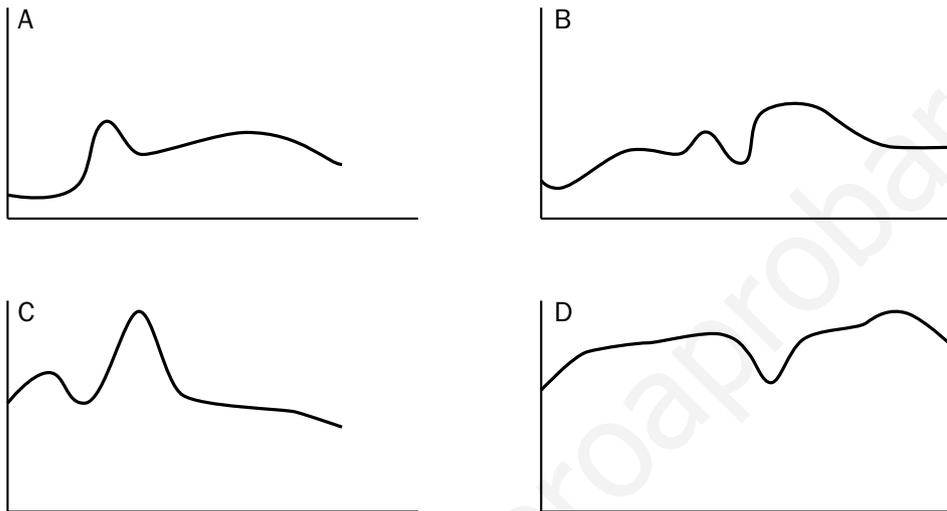
## Actividad V. Gráficas

Nombre y apellidos: .....

Curso: ..... Fecha: .....

### 1 Estados de ánimo

María acostumbra a hacer una representación gráfica de su estado de ánimo a lo largo del día, y compararlo con el de otros días. Las siguientes gráficas representan el estado de ánimo de María durante los cinco días de la semana pasada, desde que se levanta a las 8 de la mañana hasta que se acuesta a las 9 de la noche, aproximadamente. El estado de ánimo lo tiene tabulado de 0 a 10.



- **LUNES.** El lunes se levantó triste porque había pasado un buen fin de semana y no tenía ganas de ir al instituto y, mucho menos, de madrugar. Cuando llegó al instituto se encontró a sus amigas y se alegró algo. Comenzaron las clases, que fueron un poco aburridas, y, por fin, llegó el recreo. Después del recreo las clases fueron más amenas, ya que eran sus favoritas: Plástica, Matemáticas y Música. La tarde la pasó estudiando y se acostó un poco cansada.
- **MARTES.** El martes tuvo examen a primera hora; le salió perfecto. Estaba deseosa de llegar a casa y contárselo a sus padres. Por la tarde estuvo en natación, y se acostó un poco más tarde de lo habitual, ya que sus padres la dejaron ver su serie favorita.
- **MIÉRCOLES.** El miércoles visitaron un museo. Algunos compañeros se portaron mal en la sala de exposiciones y se enfadó un poco. La Historia nunca había sido una de sus asignaturas favoritas, pero las explicaciones del profesor le parecieron muy interesantes. Después almorzó con sus compañeros en una pizzería. Se lo pasó genial. Por la tarde descansó un poco antes ponerse a estudiar, tenía que preparar el examen del jueves, además de hacer las tareas.
- **JUEVES.** El jueves pasó toda la mañana bastante nerviosa, ya que el examen era a última hora. Durante el recreo estuvo repasando en la biblioteca del centro y durante la penúltima hora el profesor la llamó al orden porque andaba bastante despistada en clase. El examen, como se temía, no le salió muy bien. Por la tarde fue de nuevo a natación y estuvo ayudando a su hermana con los deberes. Antes de acostarse recordó que no había terminado un trabajo de Ciencias que tenía que entregar al día siguiente. Le dieron las once.

- VIERNES. Inventa una situación para este día.

a) Asocia una gráfica a cada día de la semana y construye una para el viernes.

b) ¿A qué crees que se debe que unas gráficas corten al eje de abscisas antes que otras?

c) Mirando las gráficas de forma global, ¿qué día crees que estaba María más animada? ¿Y qué día estaba menos animada?

d) En la gráfica C hay un máximo absoluto. ¿A qué acontecimiento se debe?

e) Dibuja tres gráficas que representen, aproximadamente, tu estado de ánimo en los tres últimos días y coméntala con tus compañeros.

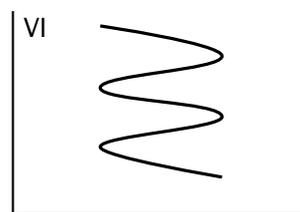
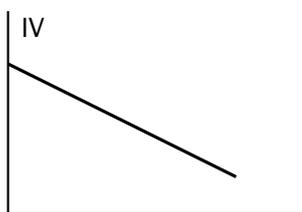
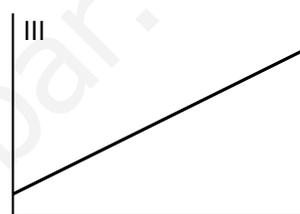
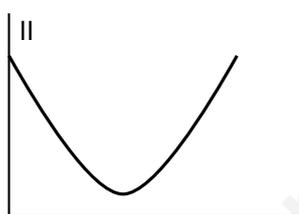
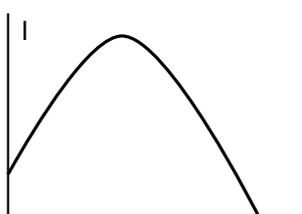


- f) Dibuja una gráfica que represente tu estado de ánimo durante el último fin de semana. ¿Existe mucha diferencia con las gráficas de los días lectivos?



- g) Las siguientes gráficas representan el estado de ánimo de varias personas. Realiza un breve resumen de cómo ha sido su día.

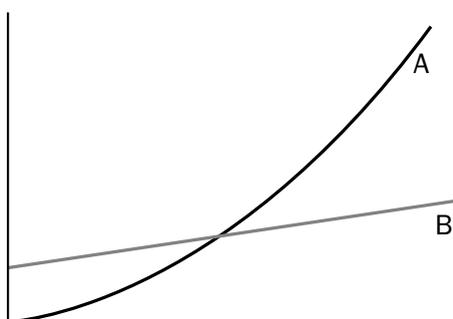
Una de ellas no tiene sentido. ¿Cuál es?



- h) Asocia una de estas expresiones analíticas a cada una de las funciones del apartado anterior:

- A.  $y = k$       B.  $y = ax + b, a > 0$       C.  $y = -ax + b, a > 0$   
 D.  $y = ax^2 + bx + c, a > 0$       E.  $y = -ax^2 + bx + c, a > 0$

- i) Las siguientes gráficas corresponden al estado de ánimo de dos personas diferentes a lo largo de cierto día:



Si representasen tu estado de ánimo, ¿cuál de las dos preferirías?

# Actividad VI. Geometría

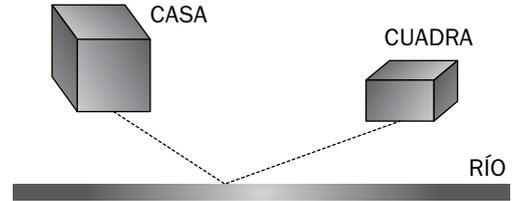
Nombre y apellidos: .....

Curso: ..... Fecha: .....

## 1 Paseos por el río

Antonio tiene que llevar agua, todos los días, a la cuadra. Para ello debe ir, primero, desde su casa al río a cogerla y, posteriormente, desde el río a la cuadra.

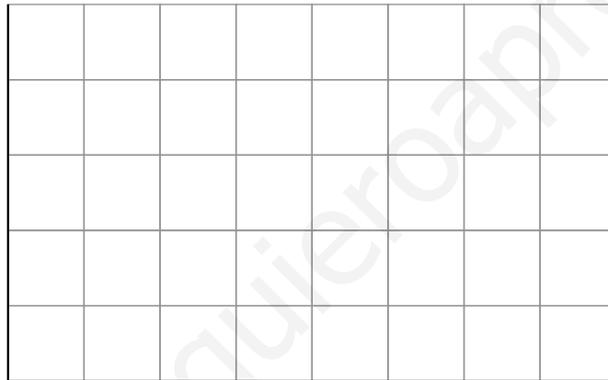
La situación es la que ves a la derecha.



¿En qué punto del río debe coger el agua para que el camino sea lo más corto posible?

Intentaremos resolver el problema gráficamente, viendo las distintas posibilidades y midiendo.

- a) Representa la situación en unos ejes cartesianos: el río será el eje de abscisas ( $Ox$ ), la casa estará en el punto  $A(0, 4)$  del eje de ordenadas y la cuadra, en el punto  $B(7, 3)$ .



- b) Como todos sabemos, el camino más corto entre dos puntos es una línea recta.

Imagina que el agua del río puede cogerla en los puntos en los que las coordenadas son enteras. Mide las distancias desde cada uno de esos puntos a la casa y a la cuadra. Súmalas.

¿Cuál de los resultados es el menor?

PUNTO	DISTANCIA A A	DISTANCIA A B	DISTANCIA TOTAL
(0, 0)			
(1, 0)			
(2, 0)			
(3, 0)			
(4, 0)			
(5, 0)			
(6, 0)			
(7, 0)			

- c) Resuelve nuevamente el problema, pero sin utilizar una regla para medir: construye triángulos rectángulos y usa el teorema de Pitágoras para calcular la distancia entre cada dos de esos puntos.

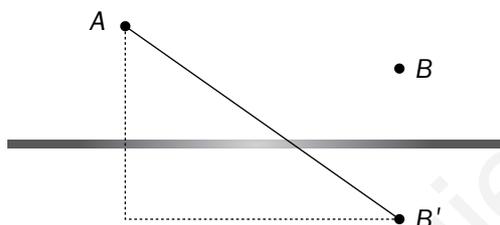
PUNTO	DISTANCIA A A	DISTANCIA A B	DISTANCIA TOTAL
(0, 0)			
(1, 0)			
(2, 0)			
(3, 0)			
(4, 0)			
(5, 0)			
(6, 0)			
(7, 0)			

d) Vamos a tratar de resolver el problema utilizando simetrías y álgebra.

- Escribe las coordenadas del simétrico del punto  $B(7, 3)$  respecto al eje de abscisas  $OX$ . Lo llamaremos  $B'$ .



- Calcula, utilizando el teorema de Pitágoras, la distancia del punto  $A$  al punto  $B'$ . Comprueba que el resultado es el mismo que has obtenido anteriormente.



- Calcula la ecuación de la recta que pasa por los puntos  $A$  y  $B'$ , que tendrá una expresión de la forma  $y = ax + b$ . Para obtener los valores de  $a$  y  $b$ , sustituye las coordenadas de los puntos  $A$  y  $B'$  en dicha expresión.

- Calcula la intersección de la recta que pasa por  $AB'$  con el eje  $OX$ . Para ello, resuelve el sistema que forman sus ecuaciones. ¿Obtienes la misma solución?

## 2 Simetría en la naturaleza

La simetría está presente en la naturaleza. Busca ejemplos en los que esté presente, en el mundo animal, en el vegetal o en el mineral.



## Actividad VII. Proporcionalidad

Nombre y apellidos: .....

Curso: ..... Fecha: .....

### 1 Supermercado

Juan, cuando va al supermercado, se fija en los precios de muchos artículos y se pregunta las cosas más insospechadas. En la tabla se indican los precios y características de algunos productos que anotó el último día que fue al supermercado:

PRODUCTO	PESO O CONTENIDO	PRECIO
Papel higiénico	6 rollos (30 m aprox. cada uno)	1,85 €
Pasta de dientes	75 ml	2,50 €
Agua mineral sin gas	33 cl	25 cént.
Agua mineral sin gas	50 cl	30 cént.
Agua mineral sin gas	1,5 l	55 cént.
Agua mineral sin gas	5 l	1,20 €
Galletas	800 g (50 galletas aprox.)	2,20 €
Suavizante concentrado	1,5 l (50 lavados)	2,15 €
Suavizante diluido	3 l (30 lavados)	2,20 €
Arroz	1 kg	1,20 €
Gel	750 ml	1,70 €
Naranjas de zumo	5 kg	2,90 €

- a) Compara los precios que ha anotado Juan con los de otros supermercados. ¿Existe mucha diferencia de precios? Si no tienes un supermercado a mano, puedes buscar dichos precios a través de internet.
- b) ¿Podrías ayudarle con las siguientes cuestiones?
- ¿Cuánto cuesta un metro de papel higiénico?



- ¿Cuánto cuesta un litro de pasta de dientes?



- ¿Cuánto cuesta una galleta?



- c) ¿Cómo sale más barato, comprar agua mineral sin gas, en botellas de 33 cl, en botellas de 50 cl, en botellas de litro y medio o en botellas de 5 litros? ¿Qué diferencia habría de precio, en cada caso, si compráramos 60 litros de agua?

LITROS DE AGUA	CAPACIDAD	NÚMERO DE BOTELLAS	PRECIO POR BOTELLA	TOTAL
60	0,33 l			
60	0,50 l			
60	1,5 l			
60	5 l			

- d) ¿Es, en realidad, más económico comprar un suavizante concentrado que diluido?



- e) Para resolver las siguientes cuestiones tendrás que hacer cálculos aproximados.

- ¿Cuánto costará un grano de arroz?



- ¿Cuánto costará un vaso de zumo de naranjas recién exprimidas?



- ¿Cuánto costará el gel que utilizas en un baño o ducha?



## Actividad VII. Teorema de Pitágoras

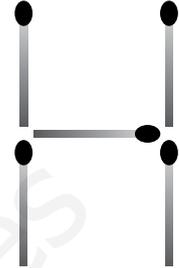
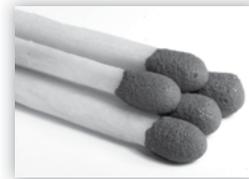
Nombre y apellidos: .....

Curso: ..... Fecha: .....

### 1 Cuadrados perfectos

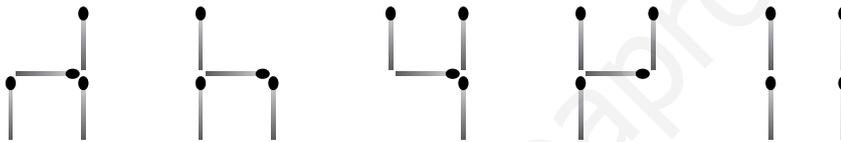
María propuso un reto a su profesor de Matemáticas:

- Quitando solamente una cerilla de esta figura, debes conseguir un cuadrado perfecto.
- Eso es imposible, resopló el profesor, pero se puso manos a la obra.
- Tan solo tenemos 5 cerillas, bastaría con ir probando una a una hasta agotar todas las posibilidades.



Antes de seguir leyendo, toma tú cinco cerillas, colócalas como se indica en el dibujo e intenta conseguir un cuadrado perfecto quitando una de ellas.

El profesor no consiguió construir un cuadrado. Aquí tiene los distintos resultados que obtuvo:



María le comentó que había truco:

- Lo que se puede construir es un 4, que es un cuadrado perfecto, concretamente el cuadrado de 2. Observa la tercera figura.

Tras esto, el profesor le propuso a María nuevos retos:

a) ¿Cuántos cuadrados perfectos hay entre los números 1 900 y 2 100?

b) Si una persona contaba con  $x$  años de edad en el año  $x^2$ , ¿qué edad tenía en 1985?

Para resolver el problema puedes utilizar los resultados obtenidos en el problema anterior, pero ten en cuenta que la persona debe seguir viva en 1985. Por ejemplo:

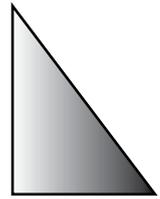
- Podría tener 40 años en  $1\ 600 = 40^2$ , pero no seguiría viva en 1985.
- También podría tener 50 años en el año  $2\ 500 = 50^2$ , pero no habría nacido antes de 1985.

## 2 Terna pitagórica

Observa que la terna de números 3, 4 y 5 son naturales y cumplen el teorema de Pitágoras:  $5^2 = 3^2 + 4^2$ .

Por este motivo se la llama *terna pitagórica*.

a) Escribe otras ternas pitagóricas.



b) ¿Existe alguna relación entre la terna 3, 4 y 5 y las ternas que has obtenido?

c) Dibuja un triángulo cuyos lados midan 3 cm, 4 cm y 5 cm. ¿Qué tipo de triángulo obtienes?

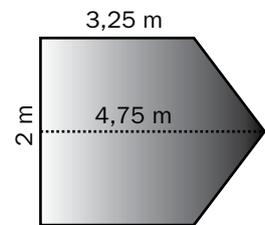
d) Dibuja otro triángulo cuyos lados midan lo mismo que otras ternas que hayas obtenido. ¿Existe alguna relación entre los triángulos construidos?

## 3 Mi extraña habitación

Necesito pintar el suelo y las paredes de mi dormitorio, que tiene una planta como figura en el dibujo. Hechas todas las mediciones necesarias y habiéndome informado de los precios de los materiales para pintar, tengo todos estos datos:

- La altura de la habitación es de 2,5 m.
- Hay una ventana que mide 1,5 m × 1,5 m.
- La puerta tiene 1 m de ancho y 2 m de altura.
- La pintura necesaria para pintar un metro cuadrado cuesta 1,5 €.

¿Cuánto me costará pintar la habitación, techo incluido?



## 4 Música y matemáticas

La Matemáticas están más presentes en la vida cotidiana de lo que te imaginas. Por ejemplo, en la música. Busca información sobre este tema.



# Actividad IX. Geometría

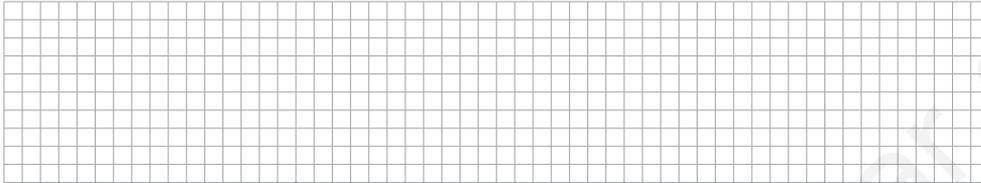
Nombre y apellidos: .....

Curso: ..... Fecha: .....

## 1 Mosaicos y cenefas

Un mosaico es un recubrimiento del plano mediante figuras geométricas. Un mosaico puede superponerse en sí mismo mediante distintos movimientos: traslaciones, giros o simetrías.

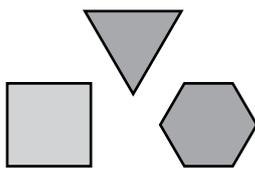
a) Busca mosaicos que encuentres a tu alrededor y dibújalos sobre una cuadrícula.



b) Un **mosaico regular** es aquel que está formado por un único tipo de polígono regular.

Investiga, dibujando, qué polígonos regulares rellenan el plano.

c) Demuestra que, entre los polígonos regulares, solo los triángulos, los cuadrados y los hexágonos llenan el plano.

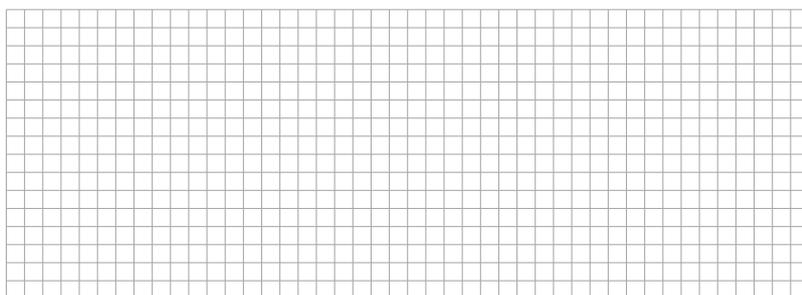
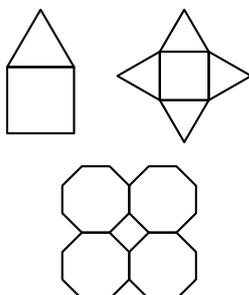


d) Completa la siguiente tabla con el valor de los ángulos interiores de los polígonos regulares que tienen el número de lados indicado:

<b>POLÍGONO REGULAR (N.º DE LADOS)</b>	3	4	5	6	7	8	9	10	12	15
<b>ÁNGULO INTERIOR (GRADOS SEXAGESIMALES)</b>	60°	90°								

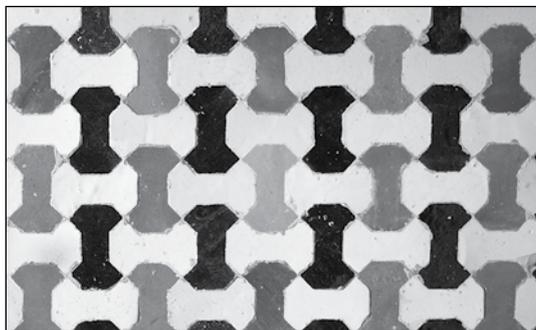
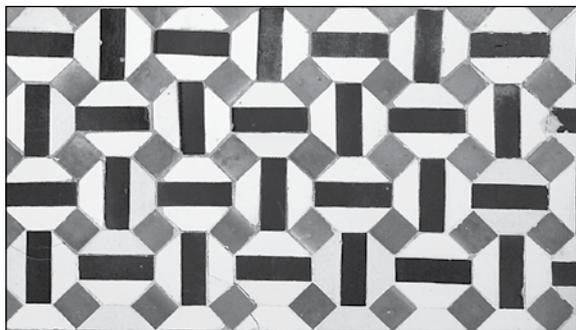
e) Un **mosaico semirregular** es aquel que está formado por dos o más tipos de polígonos regulares.

Dibuja sobre papel cuadriculado algunos mosaicos semirregulares. Aquí tienes, como ejemplo, algunas piezas compuestas por dos tipos de polígono regular.

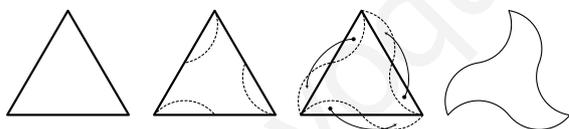
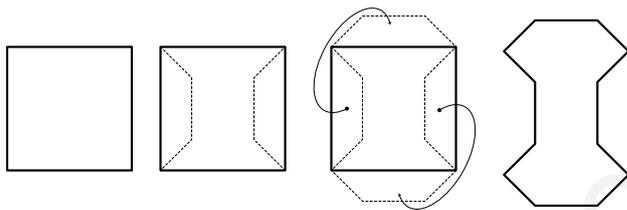


f) Un **mosaico irregular** es aquel que está formado por polígonos irregulares.

Dibuja, en un papel cuadrulado, algunos ejemplos de mosaicos construidos con polígonos no regulares. Observa aquí algunos ejemplos:



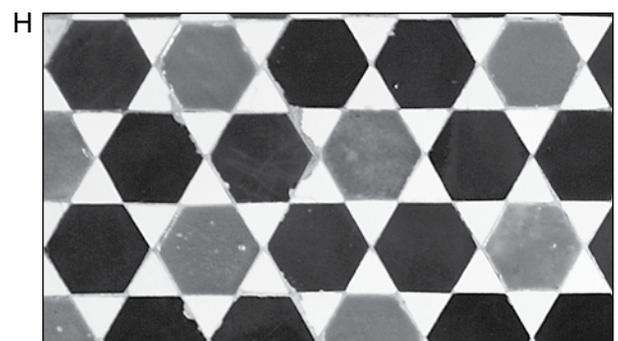
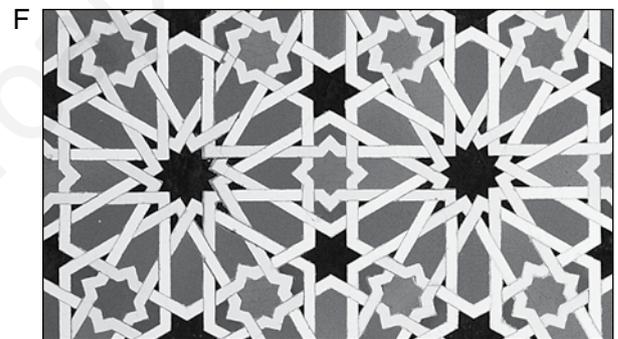
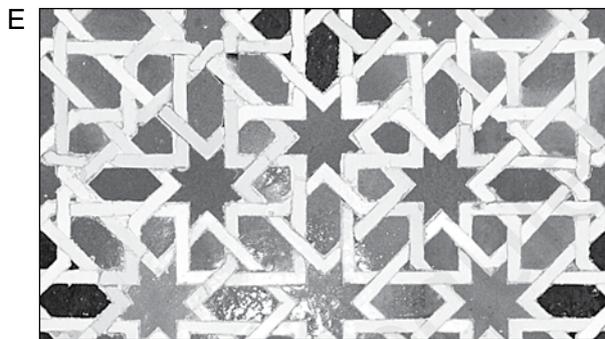
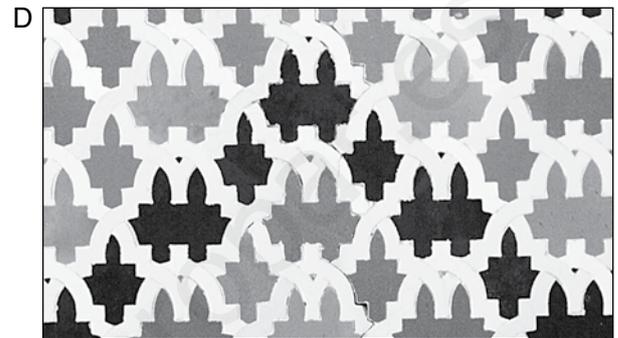
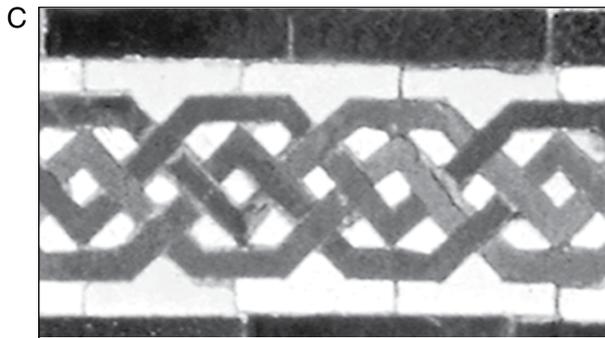
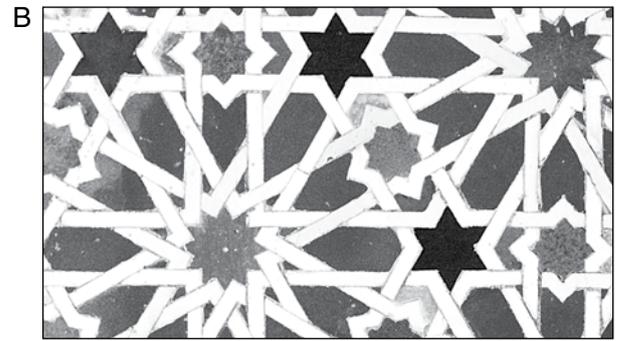
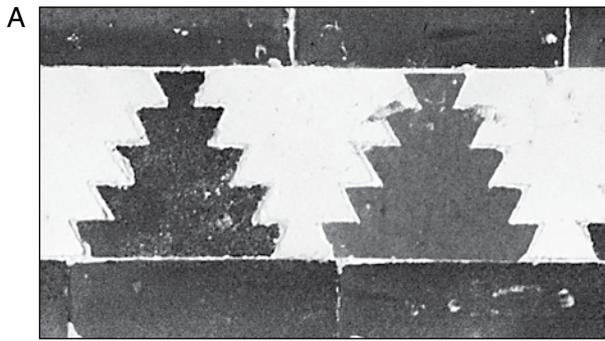
g) Algunos mosaicos irregulares están formados a partir de polígonos regulares:



Estudia cómo se han obtenido los siguiente mosaicos a partir de polígonos regulares:



h) Clasifica los mosaicos que aparecen en las siguientes fotografías tomadas en el Real Alcázar de Sevilla y en la Alhambra de Granada.



## Actividad X. Estadística

Nombre y apellidos: .....

Curso: ..... Fecha: .....

### 1 Calificaciones

Las notas que obtuvieron los alumnos de 3.º ESO A de cierto instituto en el último examen de Matemáticas fueron las siguientes:

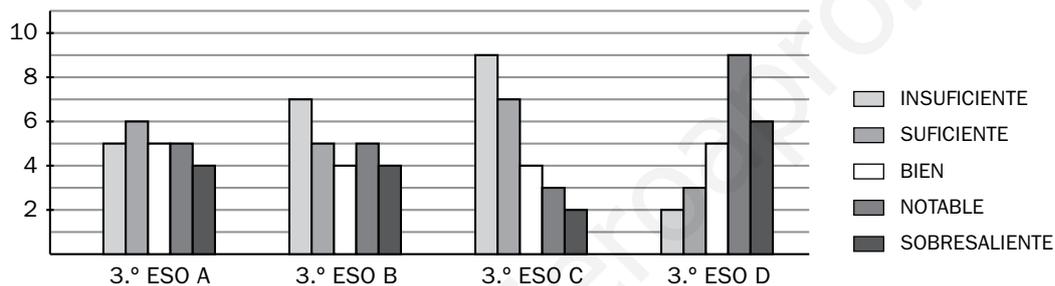
NOTAS EN MATEMÁTICAS	FRECUENCIA ABSOLUTA
<b>Insuficiente</b> (tomar como valor, 2)	$x$
<b>Suficiente</b> (tomar como valor, 5)	7
<b>Bien</b> (tomar como valor, 6)	$2x$
<b>Notable</b> (tomar como valor, 7)	5
<b>Sobresaliente</b> (tomar como valor, 9)	1

- Halla el valor de  $x$  sabiendo que, en total, hay 25 alumnos y alumnas en la clase.
- Calcula su nota media.
- ¿Cuál es la calificación más repetida entre los alumnos de dicha clase?
- ¿Qué tanto por ciento de personas han aprobado el examen?
- María está satisfecha porque la mitad de la clase obtuvo menor o igual nota que ella, aunque la otra mitad obtuvo mayor calificación o igual. ¿Cuál es la nota de María?
- Halla el tanto por ciento de alumnos y alumnas que obtuvieron notable o sobresaliente.

- g) Si el profesor ha decidido subir un punto a todos los alumnos de la clase por buen comportamiento, ¿cuál será la nueva nota media? ¿Y el porcentaje de aprobados?
- h) Elige el gráfico que te parezca más adecuado y representa los datos anteriores.

## 2 Más calificaciones

Las siguientes gráficas representan las notas finales de Matemáticas que obtuvieron los alumnos de 3.º ESO A, 3.º ESO B, 3.º ESO C y 3.º ESO D del mismo instituto en el curso 2008-2009.



- a) ¿Qué grupo tiene mejor nota media? ¿Qué grupo tiene la media más baja?
- b) ¿En qué grupo están los alumnos que sacaron en dicho examen las mejores notas?
- c) ¿Qué grupo de los anteriores posee un nivel más homogéneo en matemáticas?
- d) ¿En qué grupo o grupos hay un nivel más disperso en cuanto a las calificaciones de matemáticas?

### 3 Calificaciones de tus compañeros

Realiza una encuesta a tus compañeros sobre las calificaciones que obtuvieron en el último examen de Matemáticas.

a) Haz una representación gráfica de dichos resultados.


¿A qué grupo de los anteriores se aproxima más?

b) Imagina que uno de tus compañeros ha obtenido en sus últimos exámenes de Matemáticas y Ciencias estas calificaciones:

<b>MATEMÁTICAS</b>	5,25	6	6,5	5	7,25
<b>CIENCIAS</b>	5,75	6,5	7	5,5	7,75

- Se examina de Matemáticas y obtiene un 6,25. ¿Qué nota esperará sacar en Ciencias si sigue la tendencia de los últimos exámenes?
- ¿Podrías obtener una fórmula que relacione sus calificaciones en Matemáticas ( $x$ ) con sus calificaciones en Ciencias ( $y$ )?

## Actividad XI. Álgebra

Nombre y apellidos: .....

Curso: ..... Fecha: .....

### 1 Un acertijo

Te proponemos el siguiente acertijo:

“Piensa un número, súmalo 5, resta 3, suma 10, resta 9, suma 8, resta 4, resta el número que habías pensado al principio”.

Si no te has confundido, el resultado es 7.



a) ¿Se obtendrá siempre el mismo resultado? Compruébalo con otros números.

b) Demuestra matemáticamente que siempre se obtiene 7. Para ello, llama  $x$  al número que se piensa y efectúa las operaciones indicadas.

### 2 Acertijos

a) Piensa un número, súmalo 5, resta 2, multiplica por 2, suma 6, divide entre 2, resta el número que habías pensado al principio.

¿Cuál es el resultado? Comprueba que siempre se obtiene el mismo resultado y demuéstralo matemáticamente.



b) Piensa un número, súmalo 8, resta 5, multiplica por 3, resta 6, divide entre 3, resta el número que habías pensado al principio.

¿Cuál es el resultado? Comprueba que siempre sale el mismo resultado y demuéstralo matemáticamente.

- c) Piensa un número, súmale 5, resta 1, suma 8, resta 4, suma 3, resta 2, resta el número que habías pensado al principio y halla la raíz cuadrada del resultado obtenido.

¿Cuál es el resultado? Comprueba que siempre se obtiene el mismo resultado y demuéstralo matemáticamente.



- d) Inventa un acertijo y propónselo a tus compañeros (cuida que el resultado siempre sea el mismo y no dependa del número que se haya pensado).

### 3 Acertijos a la inversa

- a) María le propuso a su profesor hacer el juego a la inversa: plantear primero una igualdad matemática y, a partir de ella, enunciar el acertijo. ¿Cuál sería el enunciado de este acertijo y cuál es el resultado que siempre obtendremos?

$$(5 \cdot x + 3 - 1 + 4 - 1) : 5 - x$$

- b) ¿Cuál sería el enunciado y el resultado del siguiente acertijo?

$$\frac{6 \cdot x - 5 + 2 \cdot x - 2 + 3}{4} + 1 - 2 \cdot x$$

#### 4 Lenguaje algebraico

a) Expresa en lenguaje algebraico las siguientes situaciones:

- I. El doble de un número más su tercera parte es ocho.
  
- II. La mitad de un número menos su doble es veinticuatro.
  
- III. El cuadrado de un número menos quince unidades es igual al doble de dicho número más una unidad.
  
- IV. La raíz cuadrada de un número más la mitad de dicho número es doce.

b) Escribe en lenguaje algebraico las siguientes expresiones o fórmulas:



- I. La densidad de un cuerpo en función de su masa y el volumen que ocupa.
  
- II. La velocidad de un móvil en función del espacio recorrido y el tiempo empleado.
  
- III. Fórmula para calcular el índice de masa corporal.
  
- IV. Relación entre un kilobyte y un gibabyte.
  
- V. Volumen de un prisma.

# Actividad XII. Fracciones

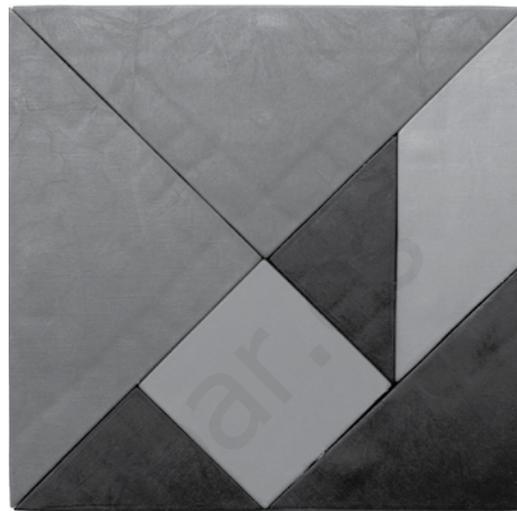
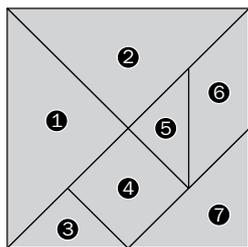
Nombre y apellidos: .....

Curso: ..... Fecha: .....

## 1 Tangram

El tangram es un puzzle construido a partir de un cuadrado. Busca el origen de este entretenido pasatiempo y construye uno sobre una cartulina.

a) ¿Existe alguna relación entre el área de las figuras que componen el tangram?



b) ¿Qué fracción, con respecto al área total, corresponde a cada figura?

FIGURA	①	②	③	④	⑤	⑥	⑦
FRACCIÓN							

c) Tengo un pequeño tangram cuya área total es de  $36 \text{ cm}^2$ . ¿Cuál es el área de cada pieza?

FIGURA	①	②	③	④	⑤	⑥	⑦
ÁREA ( $\text{cm}^2$ )							



d) Mi amigo Mario tiene un tangram, y el lado de su figura n.º 4 mide 4 cm. ¿Cuál es el área de cada una de sus piezas?

FIGURA	①	②	③	④	⑤	⑥	⑦
ÁREA ( $\text{cm}^2$ )							

e) Mi amiga María se acaba de comprar un tangram. El lado del cuadrado completo mide 8 cm. ¿Cuál es el perímetro de cada figura?

FIGURA	①	②	③	④	⑤	⑥	⑦
PERÍMETRO							

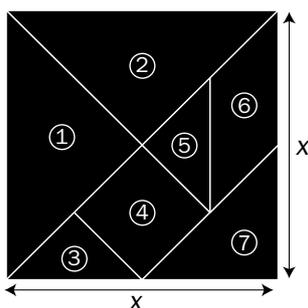
f) ¿Existe alguna relación entre los perímetros que has calculado anteriormente?

g) Intenta construir alguna de las siguientes figuras (no olvides que debes utilizar las siete piezas del tangram).



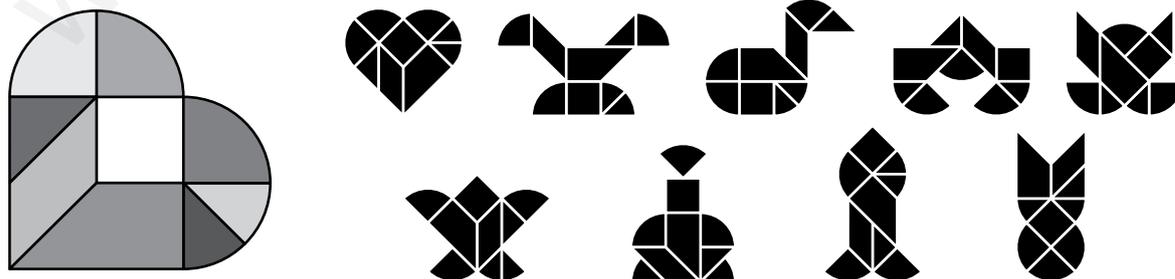
h) Calcula el área y el perímetro de las figuras anteriores. ¿Podrías sacar alguna conclusión?

i) Si el lado del cuadrado grande de un tangram mide  $x$  cm, calcula el área de todas las figuras en función de  $x$ .



j) Conocido el perímetro y el área de una de las figuras del tangram, ¿se podría obtener el área y el perímetro del resto de las figuras?

k) Construye sobre una cartulina un nuevo modelo de tangram. Puedes utilizar cualquier figura, geométrica o no. No olvides dibujar las propuestas y sus soluciones. Aquí tienes un ejemplo, el *cardio tangram*.



l) ¿Podrías construir un puzzle para demostrar el teorema de Pitágoras?

## Actividad I

### 1 Telepatía con números de dos cifras

a)

NÚMERO	SUMA DE SUS CIFRAS	DIFERENCIA
92	$9 + 2 = 11$	$92 - 11 = 81$
35	$3 + 5 = 8$	$35 - 8 = 27$
17	$1 + 7 = 8$	$17 - 8 = 9$
88	$8 + 8 = 16$	$88 - 16 = 72$

Los resultados obtenidos son, todos, múltiplos de 9.

b) Los números son el 0 y los múltiplos de 9:  
0 - 9 - 18 - 27 - 36 - 45 - 54 - 63 - 72 - 81 - 90 - 99

c)

NÚMERO	DESCOMPOSICIÓN POLINÓMICA	SUMA DE SUS CIFRAS	DIFERENCIA
92	$9 \cdot 10 + 2$	$9 + 2$	$92 - (9 + 2) = 81$
29	$2 \cdot 10 + 9$	$2 + 9$	$29 - (2 + 9) = 18$
$xy$	$10x + y$	$x + y$	$10x + y - (x + y) = 9x$
$yx$	$10y + x$	$y + x$	$10y + x - (y + x) = 9y$

### 2 Telepatía con números de tres o más cifras

a)

NÚMERO	DESCOMPOSICIÓN POLINÓMICA	SUMA DE SUS CIFRAS	DIFERENCIA
321	$3 \cdot 100 + 2 \cdot 10 + 1$	$3 + 2 + 1 = 6$	$321 - 6 = 315$
845	$8 \cdot 100 + 4 \cdot 10 + 5$	$8 + 4 + 5 = 17$	$845 - 17 = 828$
927	$9 \cdot 100 + 2 \cdot 10 + 7$	$9 + 2 + 7 = 18$	$927 - 18 = 909$
$xyz$	$100x + 10y + z$	$x + y + z$	$99x + 9y = 9 \cdot (11x + y)$
$zxy$	$100z + 10x + y$	$z + x + y$	$99z + 9x = 9 \cdot (11z + x)$

b) Son, todos ellos, múltiplos de 9.

c)  $100x + 10y + z - (x + y + z) = 99x + 9y = 9 \cdot (11x + y)$

d) Sí, porque siempre se obtiene un múltiplo de 9. Por ejemplo, con números de cuatro cifras  $xyzt$ :

$$1000x + 100y + 10z + t - (x + y + z + t) = 999x + 99y + 9z = 9 \cdot (111x + 11y + z)$$

## Actividad II

### 1 Un impuesto, el IVA

a) IVA, Impuesto sobre el Valor Añadido.

TIPO GENERAL	PORCENTAJE DE INCREMENTO	BIEN O SERVICIO
Reducido	7%	Algunos alimentos, productos sanitarios, transporte de viajeros, hostelería y construcción.
Superreducido	4%	Alimentación, libros y periódicos, especialidades farmacéuticas.
General	16%	En otros casos.

b)

ARTÍCULO	PRECIO SIN IVA	PRECIO CON IVA
Aspirinas	1,70 €	1,77 €
Perfume	40 €	46,40 €
Billete de tren	25 €	26,75 €
Barra de pan	0,60 €	0,62 €
Libro	19,50 €	20,87 €

c) CARS:  $15000 - 1500 + 2160 = 15660$   
AUTOS:  $15000 + 2400 - 1740 = 15660$

d) Se obtienen los mismos resultados.

$$x + 0,16x - 0,10(x + 0,16x) = 1,16x - 0,116x = 1,044x$$

$$x - 0,10x + 0,16(x - 0,10x) = 0,90x + 0,144x = 1,044x$$

d) Para María es indiferente.

e) El concesionario AUTOS, porque tiene que aplicarlo a una cantidad mayor.

f) Para el concesionario es mejor aplicar primero el descuento.

## 2 Descuentos

a) LLÉVESE TRES Y PAGUE DOS. El descuento sobre cada producto es del 33,33%. COMPRE TRES Y LE REGALAMOS UNO. El descuento en cada producto es del 25%. COMPRE UNO Y LE DESCONTAMOS UN 30%. Descuentan en cada producto un 30%.

b) La oferta más ventajosa es la primera, siempre que necesitemos comprar tres productos. Si solo necesitásemos comprar uno, nos convendría la tercera.

## 3 El 0,7% del PIB

a) El producto interior bruto, PIB, es el total de la producción de un país en bienes y servicios durante un año.

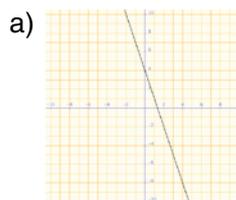
b) El acuerdo es destinar un 0,56% en 2010, con el objetivo de llegar al 0,7% en 2015.

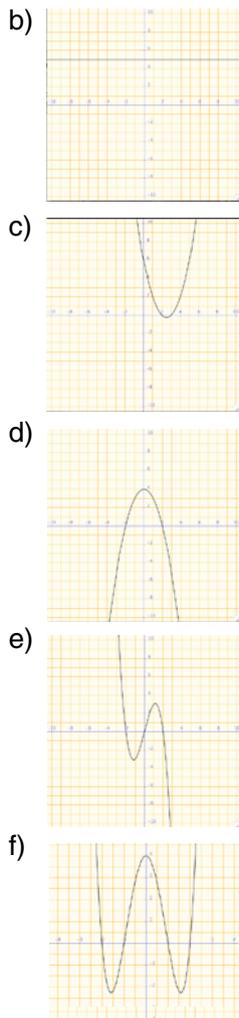
c) Aproximadamente, 6690 millones de dólares.

d) El 0,7% de 1396881 millones de dólares es 9778 millones de dólares.

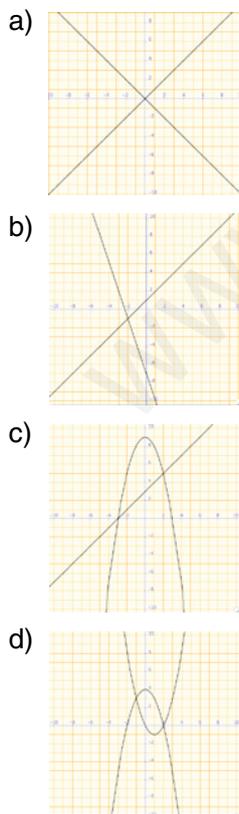
## Actividad III

### 1 Representación gráfica de una función





## 2 Representación gráfica de varias funciones



## 3 Resolución de ecuaciones y sistemas

- a) I.  $x = 0, y = 0$   
 II.  $x = -2, y = -1$   
 III.  $x_1 = -3, y_1 = 0; x_2 = 2, y_2 = 5$   
 IV.  $x_1 = 2, y_1 = 0; x_2 = -1, y_2 = 3$
- b) I.  $x = \frac{1}{23}$   
 II.  $x_1 = \frac{5}{4}, x_2 = -1$   
 III.  $x = 0, x = -2$   
 IV.  $x = \frac{9}{5}, x = \frac{5}{3}$

## Actividad IV

### 1 Dados y fracciones

a) y b)

		NUMERADOR					
		1	2	3	4	5	6
DENOMINADOR	1	$\frac{1}{1} = 1$					
	2	$\frac{1}{2}$	$\frac{2}{2} = 1$				
	3	$\frac{1}{3}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{3}{3} = 1$			
	4	$\frac{1}{4}$	$\frac{2}{4} = \frac{1}{2}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{4}{4} = 1$		
	5	$\frac{1}{5}$	$\frac{2}{5}$	$\frac{3}{5}$	$\frac{4}{5}$	$\frac{5}{5} = 1$	
	6	$\frac{1}{6}$	$\frac{2}{6} = \frac{1}{3}$	$\frac{3}{6} = \frac{1}{2}$	$\frac{4}{6} = \frac{2}{3}$	$\frac{5}{6}$	$\frac{6}{6} = 1$

- c) Probabilidad de obtener una fracción irreducible:  $\frac{12}{21}$   
 Probabilidad de obtener una fracción reducible:  $\frac{9}{21}$

### 2 Cumpleaños felices

- a) Para que un año sea bisiesto, debe ser múltiplo de 4, excepto si es divisible entre 100, pero no entre 400.
- b) Hay tres: 2012, 2016, 2020.
- c)  $\frac{3}{3653}$
- d) De dos cifras hay 9 números capicúas, tantos como números de una cifra distinta de 0. De tres cifras hay 90 números capicúas, tantos como números de dos cifras. De cuatro cifras también hay 90.
- e) 11 022 011, 21 022 012, 31 022 013, 41 022 014, 51 022 015, 61 022 016, 71 022 017, 81 022 018, 91 022 019, 02 022 020.
- f) Las posibles fechas de nacimiento son 11/02/2011, 21/02/2012 y 02/02/2020. La probabilidad pedida es, por tanto,  $\frac{3}{3653}$ .
- g) Palíndromo es una palabra, frase o número que se lee igual de izquierda a derecha que de derecha a izquierda.
- h) La probabilidad es nula.

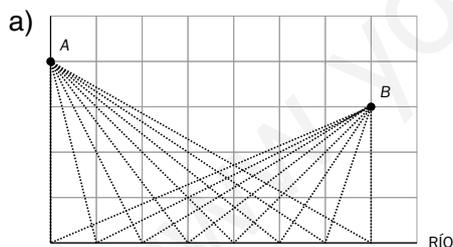
## Actividad V

### 1 Estados de ánimo

- Lunes, A. Martes, D. Miércoles, C. Jueves, B.
- Se debe a que se acostó más tarde.
- Más animado, el martes. Menos animado, el lunes.
- Coincide con el almuerzo en la pizzería.
- Respuesta libre.
- Respuesta libre.
- I: Se levanta desanimado, se va animando hasta la mitad del día, y después se va desanimando hasta que se acuesta.  
II: Se levanta animado, se va desanimando hasta la mitad del día y después se va animando hasta que se acuesta.  
III: Se levanta desanimado y a lo largo del día mejora su estado de ánimo.  
IV: Se levanta animado y, según transcurre el día, va empeorando, hasta que se acuesta.  
V: Tiene el mismo estado de ánimo durante todo el día.  
VI: No es una función, no tiene sentido.
- A → V, B → III, C → IV, D → II, E → I
- B empieza con mejor estado de ánimo, pero A mejora más rápidamente.

## Actividad VI

### 1 Paseos por el río



b)

PUNTO	DISTANCIA A A	DISTANCIA A B	DISTANCIA TOTAL
(0, 0)	4	7,6	11,6
(1, 0)	4,1	6,7	10,8
(2, 0)	4,5	5,8	10,3
(3, 0)	5	5	10
(4, 0)	5,7	4,2	9,9
(5, 0)	6,4	3,6	10
(6, 0)	7,2	3,2	10,4
(7, 0)	8,1	3	11,1

El menor resultado, 9,9, se obtiene cuando coge el agua del río en el punto (0, 4).

c)

PUNTO	DISTANCIA A A	DISTANCIA A B	DISTANCIA TOTAL
(0, 0)	4	$\sqrt{58}$	11,62
(1, 0)	$\sqrt{17}$	$\sqrt{45}$	10,83
(2, 0)	$\sqrt{20}$	$\sqrt{34}$	10,3
(3, 0)	5	5	10
(4, 0)	$\sqrt{32} = 4\sqrt{2}$	$\sqrt{18} = 3\sqrt{2}$	$7\sqrt{2} = 9,9$
(5, 0)	$\sqrt{41}$	$\sqrt{13}$	10,01
(6, 0)	$\sqrt{52}$	$\sqrt{10}$	10,37
(7, 0)	$\sqrt{65}$	3	11,06

- d) •  $B' (7, -3)$   
 •  $dist(A, B') = \sqrt{49} = 7$   
 • El punto de corte es (4, 0).

## 2 Simetría en la naturaleza

Respuesta abierta.

## Actividad VII

### 1 Supermercado

- Respuesta libre.
- Un metro de papel higiénico, 0,01 €.  
• Un litro de pasta de dientes, 33,33 €.  
• Una galleta, 0,044 €.

c)

LITROS DE AGUA	CAPACIDAD	NÚMERO DE BOTELLAS	PRECIO POR BOTELLA	TOTAL
60	0,33 l	180	0,25 €	45 €
60	0,50 l	120	0,30 €	36 €
60	1,5 l	40	0,55 €	22 €
60	5 l	12	1,20 €	14,40 €

- Suavizante concentrado: 0,043 €/lavado  
Suavizante diluido: 0,073 €/lavado  
Es más barato el suavizante concentrado.
- Respuestas libres.

## Actividad VIII

### 1 Cuadrados perfectos

- $44^2 = 1936$ ;  $45^2 = 2025$
- Tenía 44 años en 1936. En 1985 tendría 93 años.

### 2 Terna pitagórica

- Por ejemplo: 6, 8 y 10; 12, 16 y 20; 9, 12 y 15.
- Algunas son proporcionales.
- Triángulo rectángulo.
- Son semejantes.

### 3 Mi extraña habitación

Paredes:  $(3,25 + 3,25 + 4 + 2,5 + 2,5) \cdot 2,5 - 1,5 \cdot 1,5 - 1 \cdot 2 = 34,5 \text{ m}^2$

Techo:  $3,25 \cdot 4 + 4 \cdot 1,5 = 19 \text{ m}^2$

Precio de la pintura:  $(34,5 + 19) \cdot 1,5 = 80,25 \text{ €}$

## Actividad IX

### 1 Mosaicos y cenefas

- Respuesta libre.
- Triángulo equilátero, cuadrado y hexágono.
- Los ángulos interiores de estos polígonos son divisores de  $360^\circ$ .

Triángulo: ángulo interior,  $60^\circ$  (seis triángulos)

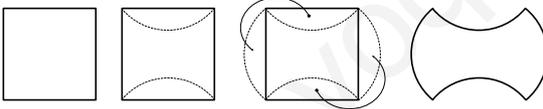
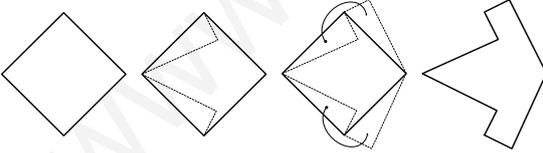
Cuadrado: ángulo interior,  $90^\circ$  (cuatro cuadrados)

Hexágono: ángulo interior,  $120^\circ$  (tres hexágonos)

d)

POLÍGONO REGULAR (N.º DE LADOS)	3	4	5	6	7
ÁNGULO INTERIOR (GRADOS SEXAGESIMALES)	$60^\circ$	$90^\circ$	$108^\circ$	$120^\circ$	$128,57^\circ$

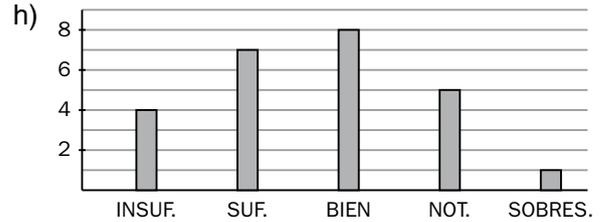
POLÍGONO REGULAR (N.º DE LADOS)	8	9	10	12	15
ÁNGULO INTERIOR (GRADOS SEXAGESIMALES)	$135^\circ$	$140^\circ$	$144^\circ$	$150^\circ$	$156^\circ$

- Respuesta libre.
- Respuesta libre.
- A. Se puede partir de un cuadrado
 
- B. Se puede partir de un cuadrado.
 
- Todos son irregulares, salvo el H, que es semirregular.

## Actividad X

### 1 Calificaciones

- $x = 4$
- $\bar{x} = 5,4$
- Bien
- 84%
- Bien
- 24%
- $\bar{x} = 6,4$ . El porcentaje de aprobados es el mismo, 84%.



b)  $y = x + 0,5$

### 2 Más calificaciones

- La mejor media es del grupo D y la más baja, del C.
- En el grupo D.
- El grupo más homogéneo es el A.
- En los grupos C y D.

### 3 Calificaciones de tus compañeros

- Respuesta libre.
- En Ciencias obtendría un 6,75.
  - $y = x + 0,5$

## Actividad XI

### 1 Un acertijo

- Sí.
- $x + 5 - 3 + 10 - 9 + 8 - 4 - x = x + 23 - 16 - x = 7$

### 2 Acertijos

- $[(x + 5 - 2) \cdot 2 + 6] : 2 - x = 6$
- $[(x + 8 - 5) \cdot 3 - 6] : 3 - x = 1$
- $\sqrt{x + 5 - 1 + 8 - 4 + 3 - 2 - x} = 3$
- Respuesta libre.

### 3 Acertijos a la inversa

- Piensa un número, multiplícalo por 5, suma 3, resta 1, suma 4, resta 1, divide el resultado entre 5 y resta el número pensado. El resultado es 1.
- Piensa un número, multiplícalo por 6, resta 5, suma el doble del número pensado, resta 2, suma 3, divide el resultado entre 4, suma 1 y resta el doble del número pensado. El resultado es 0.

### 4 Lenguaje algebraico

- I.  $2x + \frac{x}{3} = 8$
- II.  $\frac{x}{2} - 2x = 24$
- III.  $x^2 - 15 = 2x + 1$

$$\text{IV. } \sqrt{x} + \frac{x}{2} = 12$$

$$\text{b) I. } \rho = \frac{m}{V} \quad (m = \text{masa}, V = \text{volumen})$$

$$\text{II. } v = \frac{e}{t} \quad (e = \text{espacio}, t = \text{tiempo})$$

$$\text{III. } \text{IMC} = \frac{m}{e^2} \quad (m \leftrightarrow \text{masa}, e = \text{estatura})$$

$$\text{IV. } 1 \text{ Gb} = 10^{20} \text{ Kb}$$

$$\text{V. } A \cdot h \quad (A = \text{área de la base}, h = \text{altura})$$

## Actividad XII

### 1 Tangram

a) La relación entre las áreas es la siguiente:

$$\textcircled{1} = \textcircled{2}; \textcircled{4} = \textcircled{6} = \textcircled{7}; \textcircled{3} = \textcircled{5}; \textcircled{4} = \frac{1}{2} \text{ de } \textcircled{1};$$

$$\textcircled{3} = \frac{1}{2} \text{ de } \textcircled{4}; \textcircled{3} = \frac{1}{4} \text{ de } \textcircled{1}$$

FIGURA	①	②	③	④	⑤	⑥	⑦
FRACCIÓN	1/4	1/4	1/16	1/8	1/16	1/8	1/8

FIGURA	①	②	③	④	⑤	⑥	⑦
ÁREA (cm <sup>2</sup> )	9	9	2,25	4,5	2,25	4,5	4,5

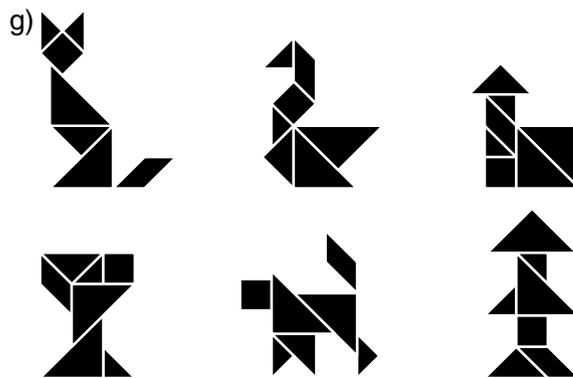
d) • Área de la figura ④ = 16 m<sup>2</sup>

• Área total = 128 m<sup>2</sup>

FIGURA	①	②	③	④	⑤	⑥	⑦
ÁREA (cm <sup>2</sup> )	32	32	8	16	8	16	16

FIGURA	ÁREA (cm <sup>2</sup> )
①	$8 + 2\sqrt{32} = 8 + 8\sqrt{2}$
②	$8 + 2\sqrt{32} = 8 + 8\sqrt{2}$
③	$4 + 2\sqrt{8} = 4 + 4\sqrt{2}$
④	$4\sqrt{8} = 8\sqrt{2}$
⑤	$4 + 2\sqrt{8} = 4 + 4\sqrt{2}$
⑥	$8 + \sqrt{32} = 8 + 4\sqrt{2}$
⑦	$8 + \sqrt{32} = 8 + 4\sqrt{2}$

f) Sí hay algunas relaciones entre los perímetros: ① = ②; ③ = ⑤; ⑥ = ⑦; ① = 2 · ⑤



g) El área siempre es la misma; el perímetro, no.

FIGURA	ÁREA (cm <sup>2</sup> )
①	$\frac{x}{4} u^2$
②	$\frac{x}{4} u^2$
③	$\frac{x}{16} u^2$
④	$\frac{x}{8} u^2$
⑤	$\frac{x}{16} u^2$
⑥	$\frac{x}{8} u^2$
⑦	$\frac{x}{8} u^2$

j) Sí.

k) Respuesta libre.

l) Por ejemplo:

