

Cuerpos geométricos. Volumen



Un balón es un cuerpo geométrico formado por polígonos de cuero unidos entre sí. Al inflarlo, se hincha y adopta una forma esférica.

En el balón desinflado hay 12 pentágonos y 20 hexágonos unidos por sus lados, de forma que cada pentágono está rodeado por completo de hexágonos.

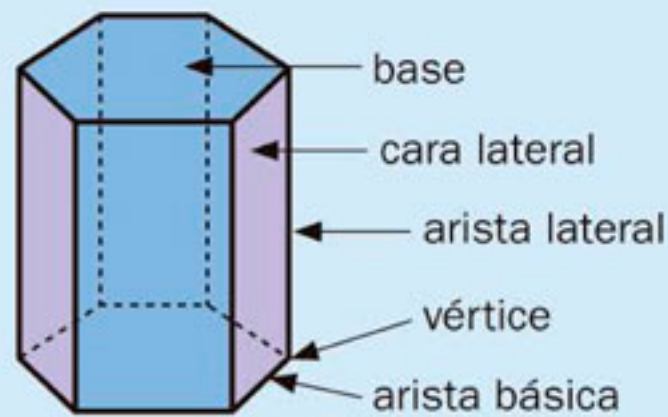
- ¿Cuántas caras tiene el balón de fútbol? ¿Son todos los polígonos iguales?
- Cada pentágono, ¿con cuántos hexágonos comparte lados?
- Cada lado de los polígonos que forman el balón, ¿a cuántos polígonos pertenece?
- ¿A cuántos polígonos pertenece cada vértice?



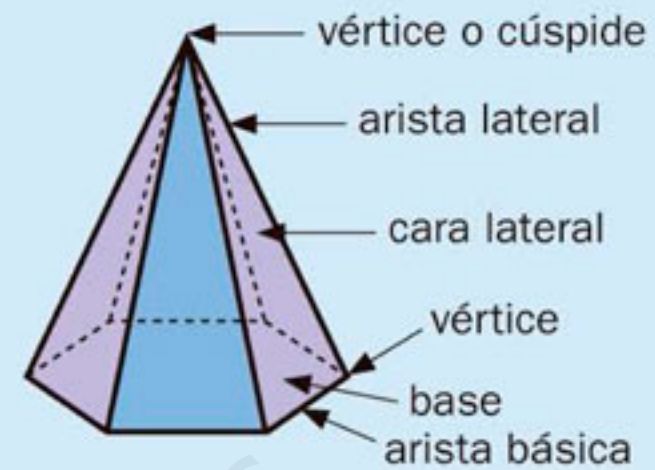
Prismas y pirámides

Los prismas y pirámides son cuerpos geométricos cuyas caras son todas polígonos. Los prismas tienen dos caras paralelas e iguales, llamadas bases, y el resto de sus caras son paralelogramos. Las pirámides tienen una base y el resto de caras son triángulos.

Prisma hexagonal



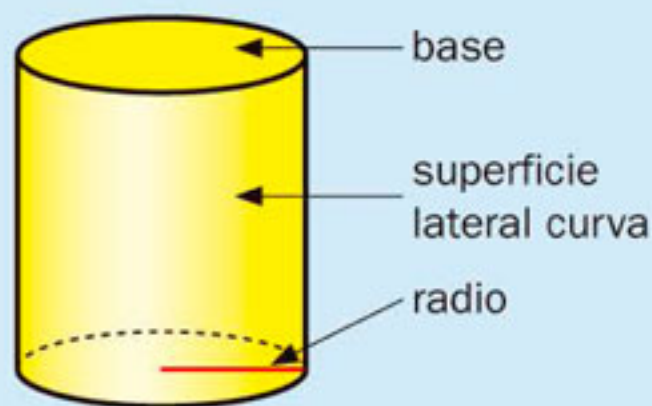
Pirámide hexagonal



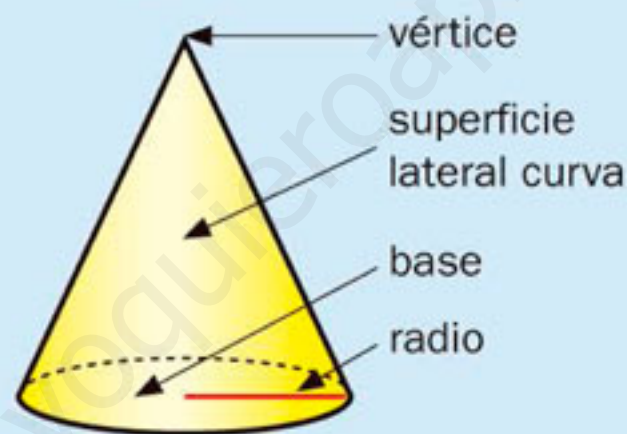
Cuerpos redondos

Los cuerpos redondos son cuerpos geométricos que tienen superficies curvas.

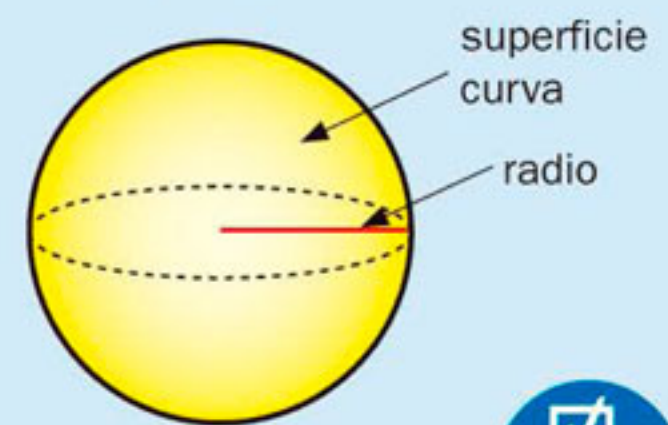
Cilindro



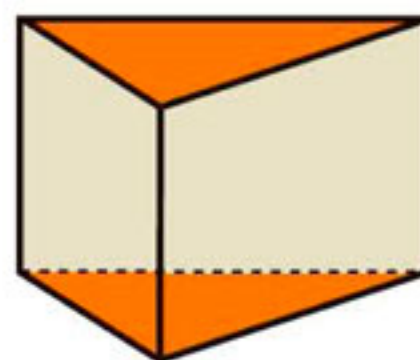
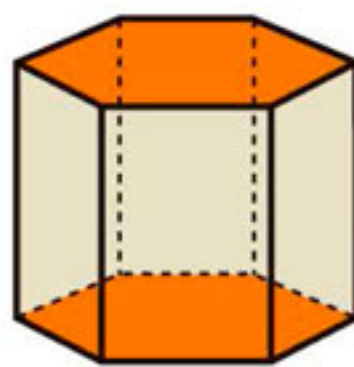
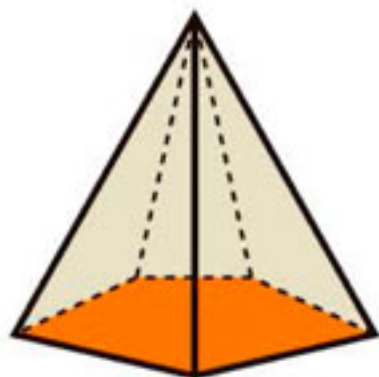
Cono



Esfera



1. Clasifica cada cuerpo en prisma o pirámide y escribe cuántas caras, vértices y aristas tiene.



2. ¿Qué oraciones son erróneas? Explica por qué.

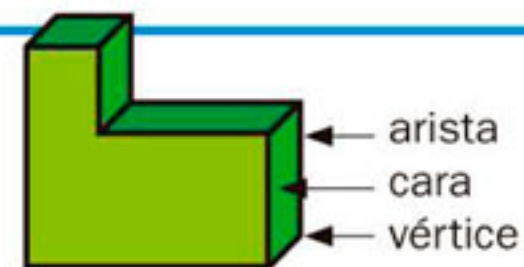
- Todos los cuerpos redondos tienen vértices.
- Un cilindro tiene dos bases que son polígonos iguales.
- La base de una esfera es un círculo.
- Un cono tiene un único vértice.

VAS A APRENDER

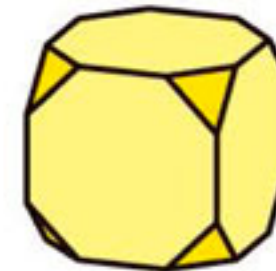
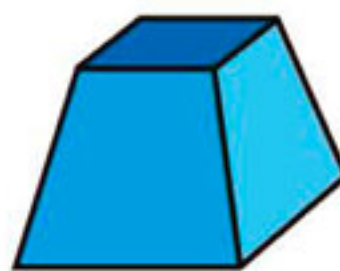
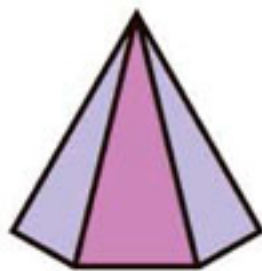
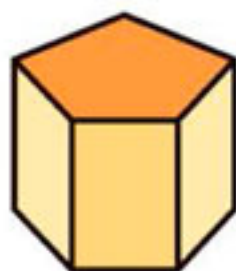
- A reconocer poliedros y sus elementos.
- A utilizar la relación entre volumen y capacidad.
- Cómo calcular el volumen de un cuerpo con un cubo unidad.
- A conocer y utilizar las unidades de volumen y a pasar de unas a otras.
- A hallar el volumen de ortoedros y cubos.

Poliedros. Poliedros regulares

Los **poliedros** son cuerpos geométricos cuyas caras son todas polígonos. Los elementos de un poliedro son caras, aristas y vértices.

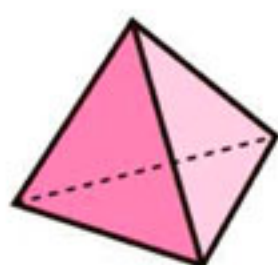


Ya conoces dos tipos de poliedros: los prismas y las pirámides, pero hay otros poliedros, como el cuerpo azul y el cuerpo amarillo.



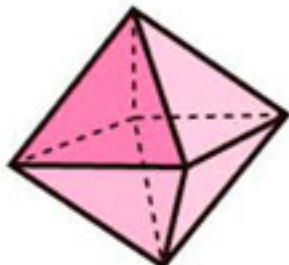
Los **poliedros regulares** son aquellos cuyas caras son todas polígonos regulares iguales y coincide el mismo número de ellas en cada vértice. Existen solo cinco poliedros regulares.

Tetraedro



4 caras
que son
triángulos
regulares

Octaedro



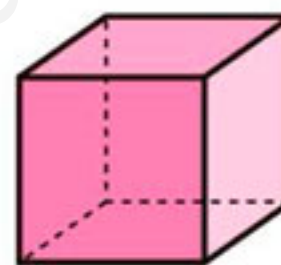
8 caras
que son
triángulos
regulares

Icosaedro



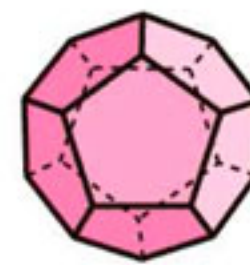
20 caras
que son
triángulos
regulares

Cubo



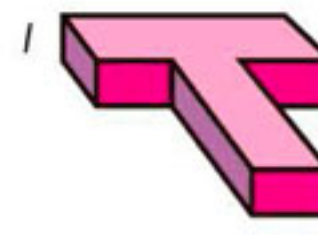
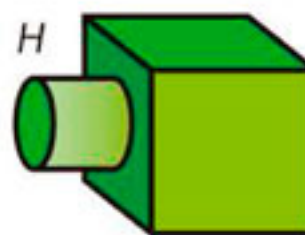
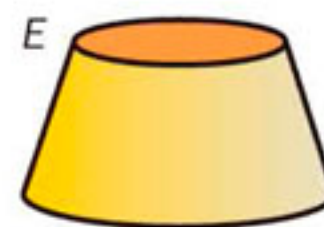
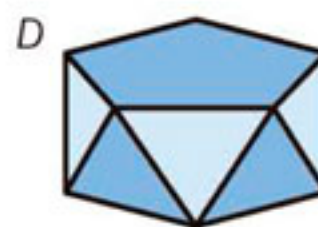
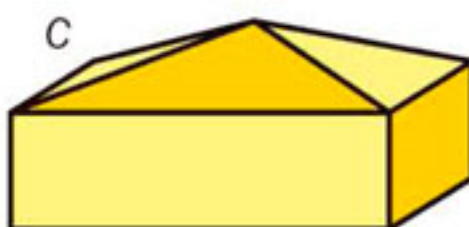
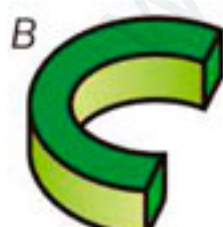
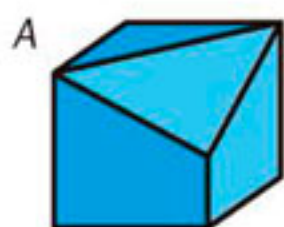
6 caras
que son
cuadrados

Dodecaedro

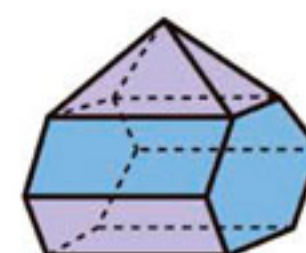
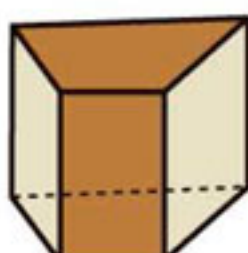
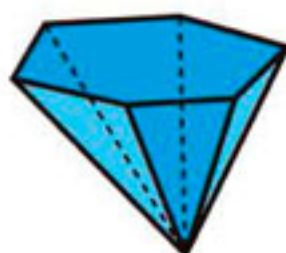
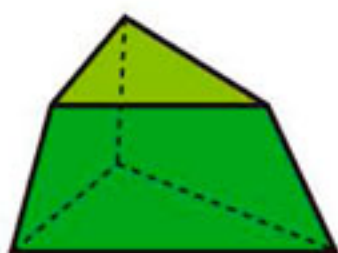


12 caras
que son
pentágonos
regulares

1. Escribe cuáles de estos cuerpos son poliedros.

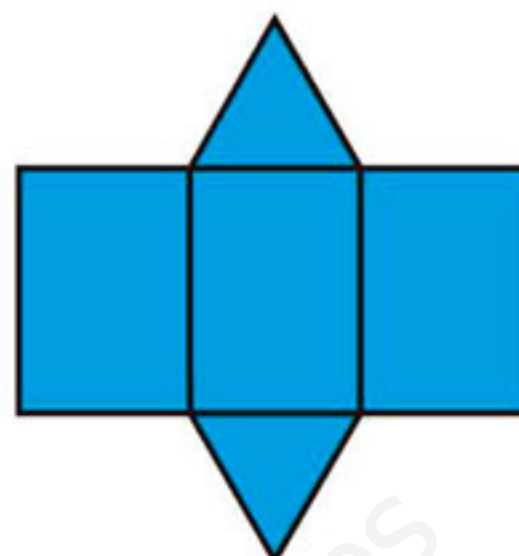
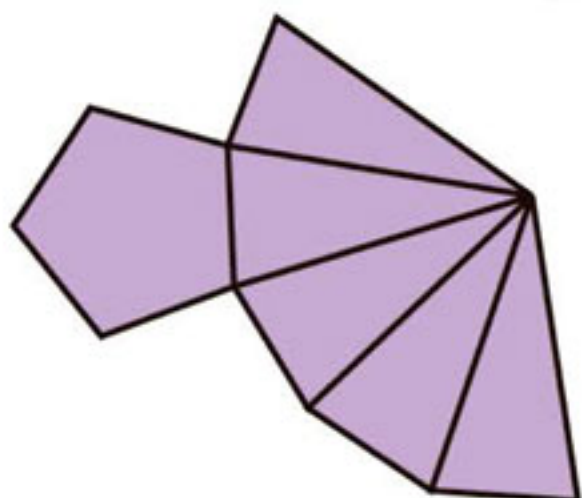
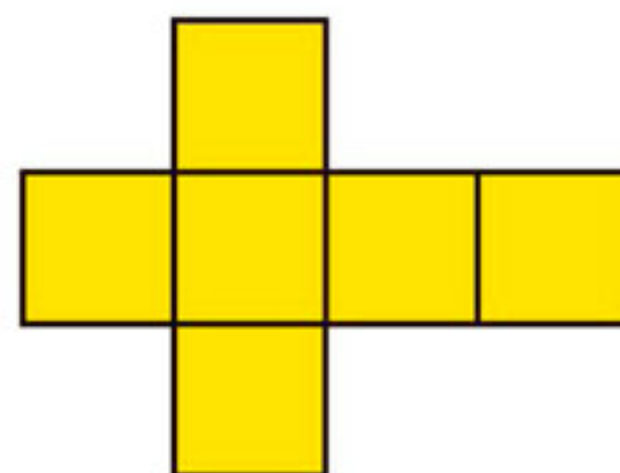
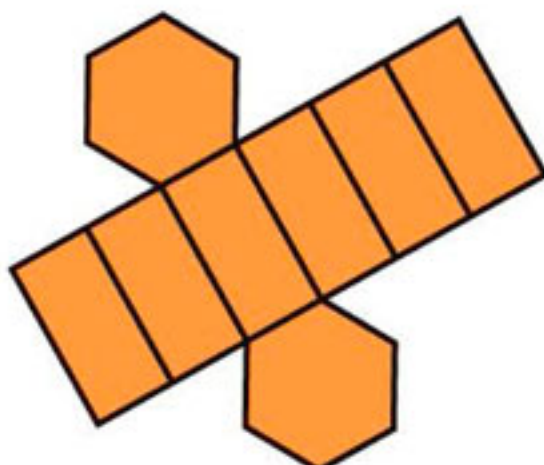


2. Cuenta las caras, vértices y aristas de cada poliedro.



- ¿Qué poliedros de los anteriores son prismas? ¿Cuál es una pirámide?

3. Escribe el nombre del prisma o pirámide al que pertenece cada desarrollo.



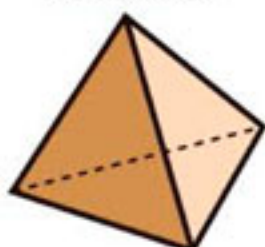
4. Contesta.

¿Qué dos desarrollos de la actividad 3 pertenecen a poliedros regulares? ¿Cómo se llaman?

5. Halla el número de caras, vértices y aristas de cada poliedro regular y completa la tabla.

► Ejemplo:

tetraedro



Tiene 4 caras, con 3 lados cada una.
Cada arista pertenece a 2 caras.

En total hay $\frac{4 \times 3}{2} = 6$ aristas.

Tiene 4 caras, con 3 vértices cada una.
Cada vértice pertenece a 3 caras.

En total hay $\frac{4 \times 3}{3} = 4$ vértices.

Poliedro regular	Número de caras	Número de aristas	Número de vértices
Tetraedro			
Octaedro			
Icosaedro			
Cubo			
Dodecaedro			

CÁLCULO MENTAL

Calcula el 10 % o multiplica por 0,1: divide entre 10

$$\begin{array}{l} 10\% \text{ de } 82 \\ 0,1 \times 82 \end{array} \rightarrow 82 : 10 = 8,2$$

$$10\% \text{ de } 7$$

$$10\% \text{ de } 6$$

$$0,1 \times 9$$

$$0,1 \times 8$$

$$10\% \text{ de } 30$$

$$10\% \text{ de } 90$$

$$0,1 \times 75$$

$$0,1 \times 49$$

$$10\% \text{ de } 400$$

$$10\% \text{ de } 356$$

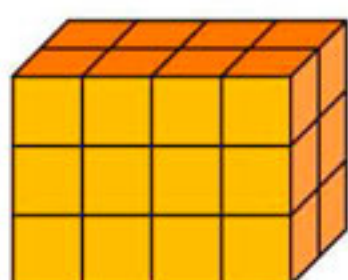
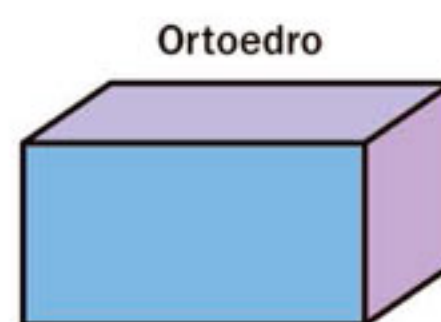
$$0,1 \times 6.000$$

$$0,1 \times 8.700$$

Volumen con un cubo unidad

El **volumen** de un cuerpo es la cantidad de espacio que ocupa.
En este curso se calculará el volumen de cubos y ortoedros
(un ortoedro es un prisma cuyas caras son todas rectángulos).

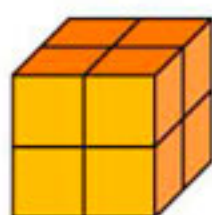
Para hallar el volumen de un ortoedro o un cubo, se toma como unidad de medida un cubito y se cuenta el número de cubitos de cada cuerpo.



Cada capa de este ortoedro tiene 4×2 cubitos.
El ortoedro tiene 3 capas de alto.

Hay $4 \times 2 \times 3 = 24$ cubitos.

Volumen = 24

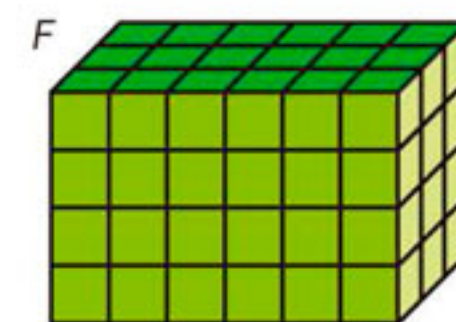
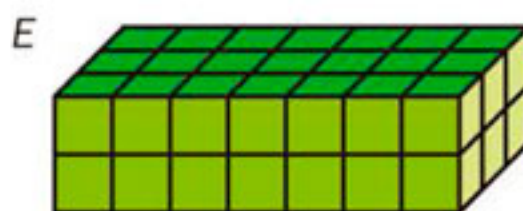
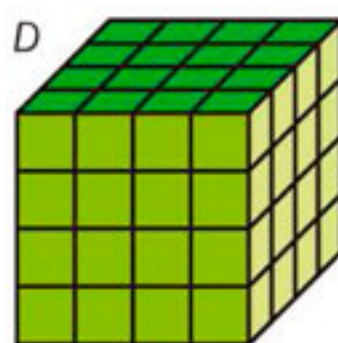
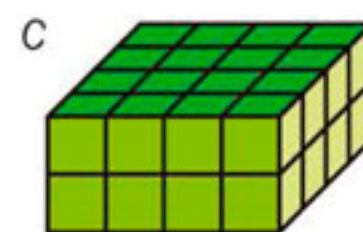
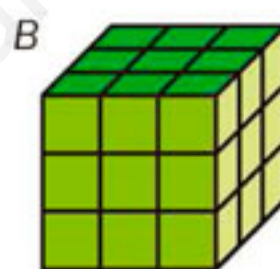
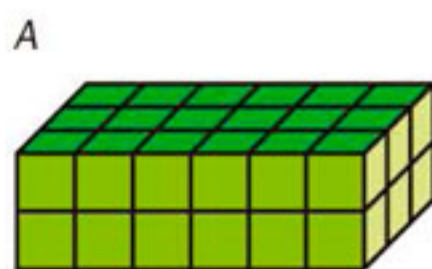


Cada capa de este cubo tiene 2×2 cubitos.
El cubo tiene 2 capas de alto.

Hay $2 \times 2 \times 2 = 2^3 = 8$ cubitos.

Volumen = 8

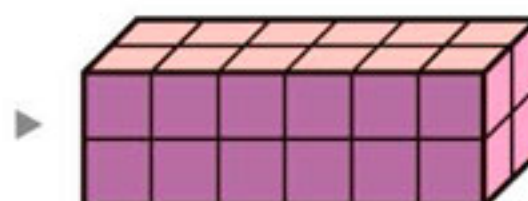
1. Cuenta los cubitos y calcula el volumen.



2. Calcula el volumen del ortoedro usando cada cubo unidad.

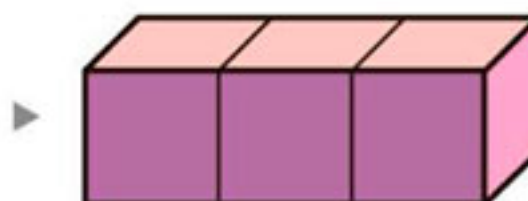


Unidad



Volumen = ...

Unidad



Volumen = ...

- ¿Por qué los valores numéricos que obtienes son distintos?

Volumen y capacidad

La capacidad de un recipiente equivale a su volumen.

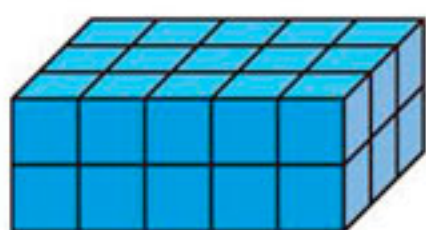


La capacidad de un recipiente con forma de cubo de 1 dm de arista es 1 litro (1 ℓ).

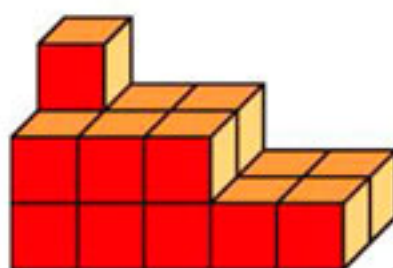
La capacidad de un depósito con forma de cubo de 1 m de arista es 1 kilolitro (1 kl), es decir, 1.000 litros.



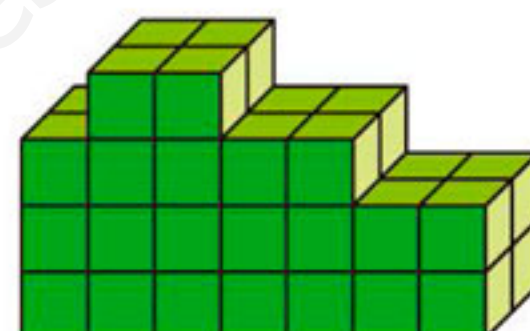
1. Calcula el volumen de cada cuerpo. Después, halla su capacidad si la arista de cada cubo mide 1 dm.



Volumen = ...
Capacidad = ... ℓ



Volumen = ...
Capacidad = ... ℓ



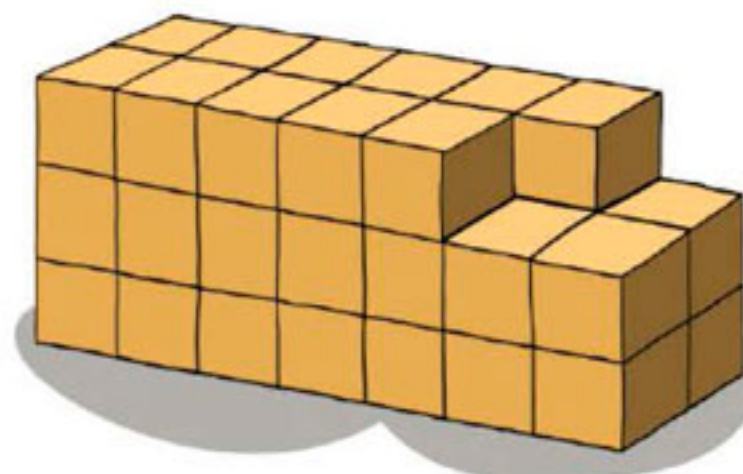
Volumen = ...
Capacidad = ... ℓ



- ¿Cuál sería la capacidad de cada cuerpo anterior si la arista de cada cubo midiera 1 m?

2. Resuelve.

- Cada contenedor de la figura tiene una capacidad de 1 kl. Si se necesita almacenar 40 kl, ¿cuántos contenedores faltan por almacenar?
- En un depósito cúbico de 1 m de arista se han vertido 800 ℓ de leche. ¿Qué tiene más volumen: la parte llena del depósito o la vacía?
- De un recipiente cúbico de 1 dm de arista lleno de agua se han vertido 60 cl a una jarra. ¿Dónde hay ahora más agua: en el recipiente o en la jarra?



3. RAZONAMIENTO. Piensa y contesta.

Matías ha vertido 500 ℓ de agua en un recipiente cúbico de 1 m de arista.

- ¿Cuál es la capacidad del recipiente?
- ¿Coincide la capacidad con la cantidad de líquido que tiene dentro el recipiente?

Unidades de volumen

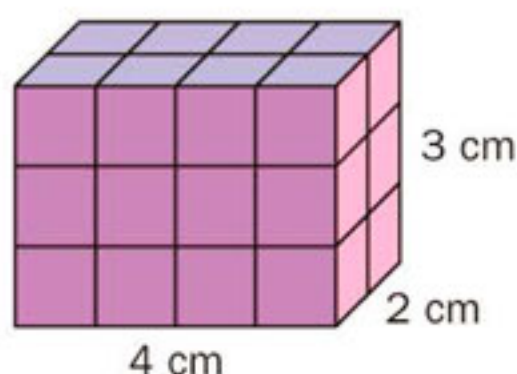
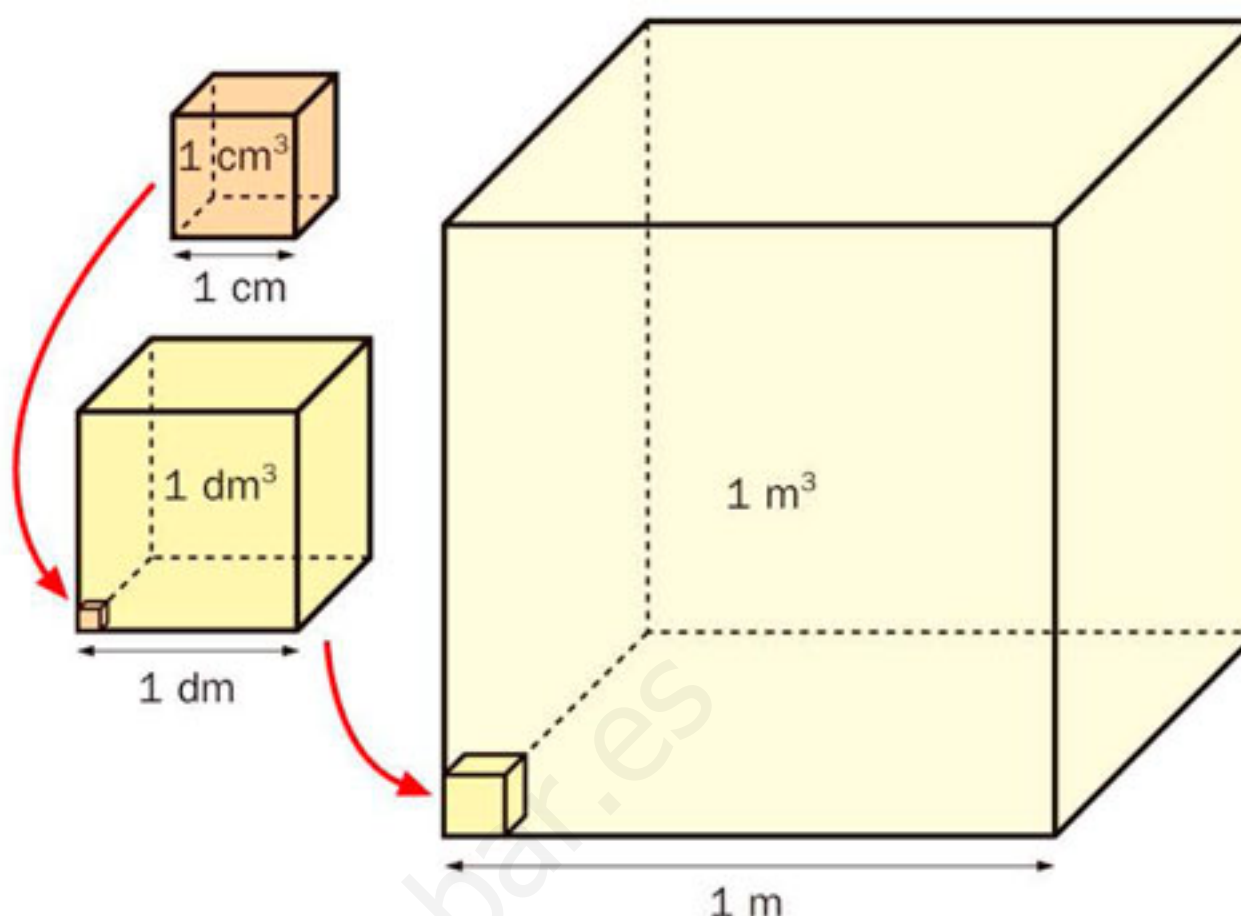
Para medir volúmenes de objetos usamos las unidades de volumen: **centímetro cúbico, decímetro cúbico y metro cúbico.**

- Un cubo de 1 cm de arista tiene un volumen de 1 centímetro cúbico (1 cm^3).
- Un cubo de 1 dm de arista tiene un volumen de 1 decímetro cúbico (1 dm^3).
- Un cubo de 1 m de arista tiene un volumen de 1 metro cúbico (1 m^3).

Las equivalencias entre las unidades de volumen son:

$$1 \text{ m}^3 = 1.000 \text{ dm}^3$$

$$1 \text{ dm}^3 = 1.000 \text{ cm}^3$$



Para calcular el volumen de un ortoedro multiplicamos sus tres dimensiones.

$$\text{Volumen: } 4 \text{ cm} \times 2 \text{ cm} \times 3 \text{ cm} = 24 \text{ cm}^3$$

- Las unidades de volumen son: metro cúbico (m^3), decímetro cúbico (dm^3) y centímetro cúbico (cm^3).

$$1 \text{ m}^3 = 1.000 \text{ dm}^3$$

$$1 \text{ dm}^3 = 1.000 \text{ cm}^3$$

- El volumen de un ortoedro es igual al producto de su largo por su ancho por su alto.

1. Piensa y contesta.

- ¿Cuál es el volumen de un cubo de 1 m de arista? ¿A qué unidad de capacidad equivale?
- ¿Cuál es el volumen de un cubo de 1 dm de arista? ¿A qué unidad de capacidad equivale?

2. Completa.

$$4 \text{ m}^3 = \dots \text{ dm}^3$$

$$12 \text{ m}^3 = \dots \text{ dm}^3$$

$$3,8 \text{ m}^3 = \dots \text{ dm}^3$$

$$0,27 \text{ m}^3 = \dots \text{ dm}^3$$

$$8 \text{ dm}^3 = \dots \text{ cm}^3$$

$$7,6 \text{ dm}^3 = \dots \text{ cm}^3$$

$$4,29 \text{ dm}^3 = \dots \text{ cm}^3$$

$$0,125 \text{ dm}^3 = \dots \text{ cm}^3$$

$$7.000 \text{ dm}^3 = \dots \text{ m}^3$$

$$30.000 \text{ dm}^3 = \dots \text{ m}^3$$

$$680 \text{ dm}^3 = \dots \text{ m}^3$$

$$95 \text{ dm}^3 = \dots \text{ m}^3$$

$$6.000 \text{ cm}^3 = \dots \text{ dm}^3$$

$$23.500 \text{ cm}^3 = \dots \text{ dm}^3$$

$$786 \text{ cm}^3 = \dots \text{ dm}^3$$

$$43 \text{ cm}^3 = \dots \text{ dm}^3$$



3. Ordena de menor a mayor cada grupo.

PRESTA ATENCIÓN

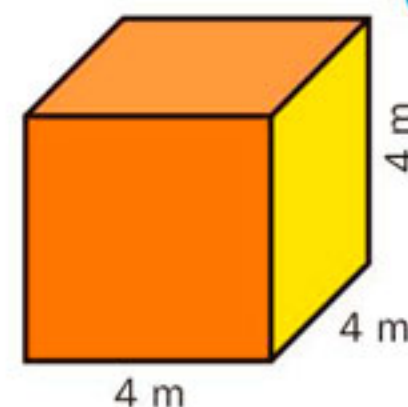
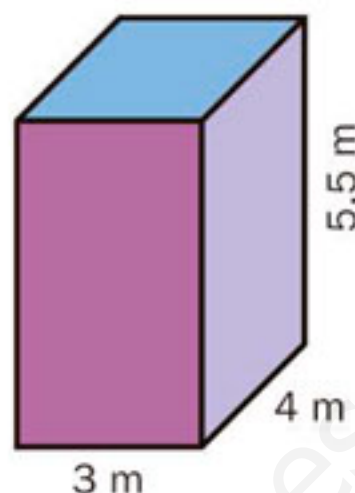
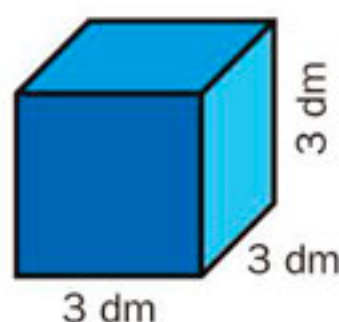
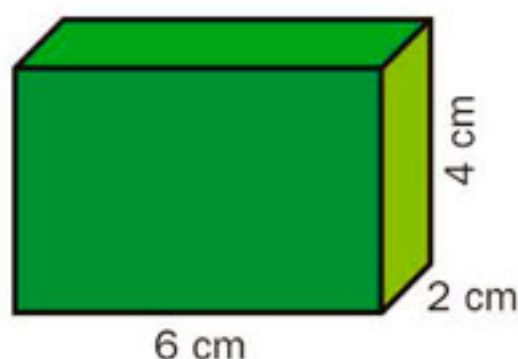
No olvides expresar todas las medidas en una misma unidad antes de comparar.

5 m³ 7.000 dm³ 8,2 m³ 8.250 dm³

3.500 cm³ 2,9 dm³ 3,01 dm³ 3.499 cm³

7,05 dm³ 7.000 cm³ 7,2 dm³ 7.100 cm³

4. Halla el volumen de cada cuerpo.



5. Resuelve.

- En Villabosque hay un depósito en forma de ortoedro. En él se almacena agua para combatir los incendios forestales. Sus dimensiones son 20 m de largo, 15 m de ancho y 12 m de alto.
 - ¿Cuál es el volumen del depósito?
 - ¿Cuál es su capacidad en kilolitros?
 - ¿Y en litros?
- En el pueblo de Valverde tienen también un depósito contra incendios. Tiene forma cúbica y su arista mide 15 m.
 - ¿Cuál es su volumen? ¿Es mayor o menor que el volumen del depósito de Villabosque?
 - ¿Cuál es su capacidad en litros?
 - ¿Cuántos litros de agua caben en el depósito de Valverde menos que en el depósito de Villabosque?
 - ¿Cuántos kilolitros son?



CÁLCULO MENTAL

Calcula el 50 % o multiplica por 0,5: divide entre 2

$$\begin{array}{l} 50\% \text{ de } 70 \\ 0,5 \times 70 \end{array} \rightarrow 70 : 2 = 35$$

$$50\% \text{ de } 8$$

$$50\% \text{ de } 4$$

$$0,5 \times 2$$

$$0,5 \times 6$$

$$50\% \text{ de } 40$$

$$50\% \text{ de } 30$$

$$0,5 \times 28$$

$$0,5 \times 36$$

$$50\% \text{ de } 600$$

$$50\% \text{ de } 480$$

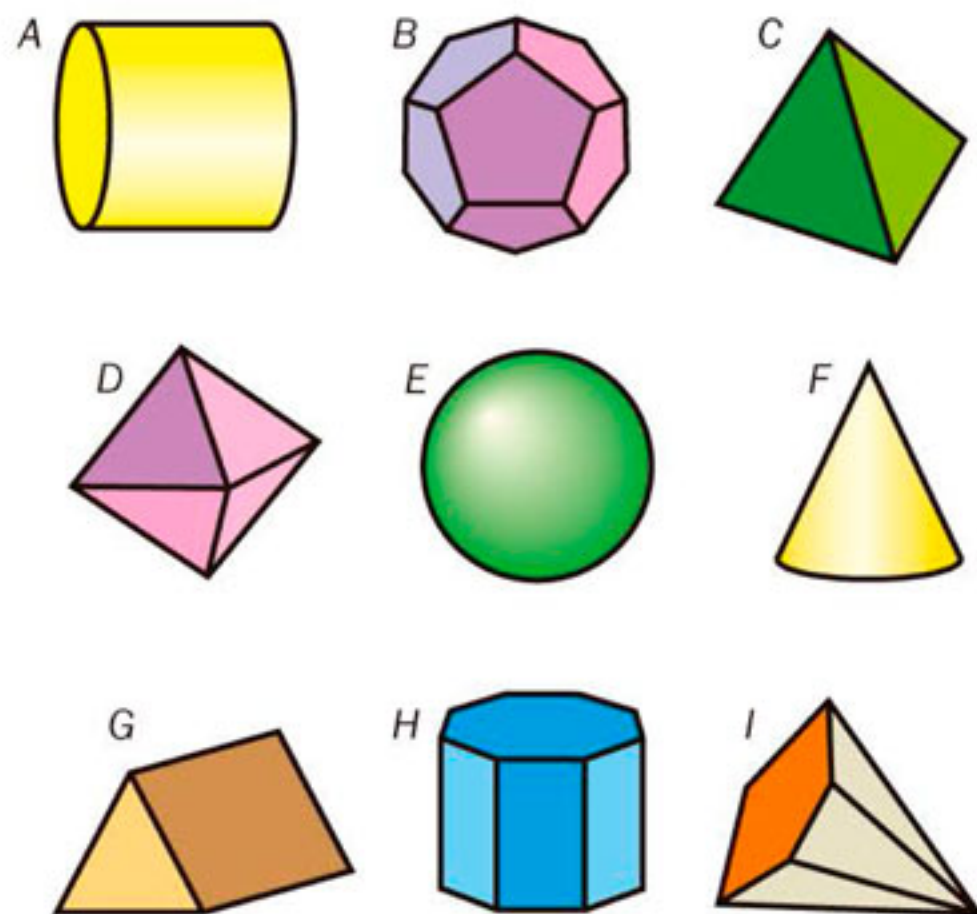
$$0,5 \times 2.000$$

$$0,5 \times 4.600$$

Actividades



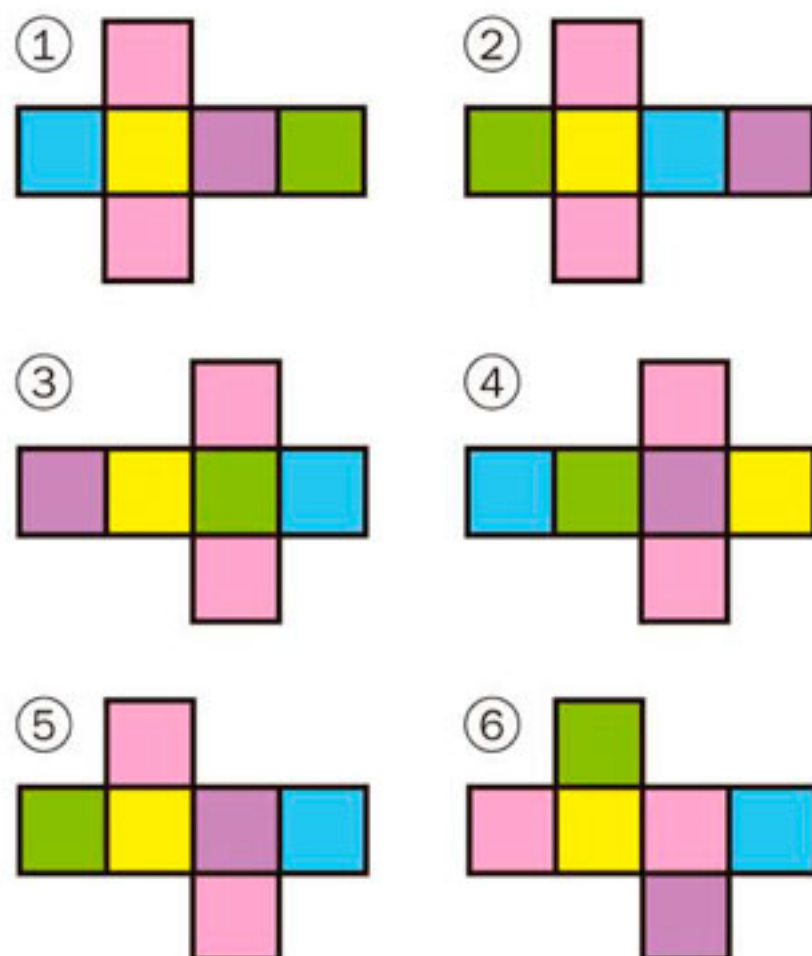
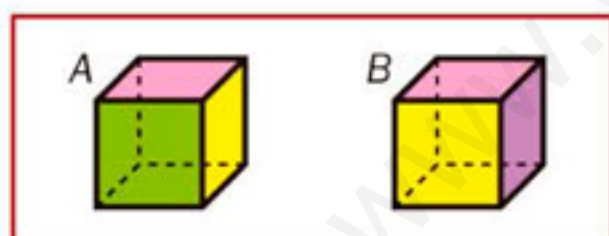
1. Clasifica estos cuerpos en poliedros y cuerpos redondos.



2. Contesta.

- ¿Qué poliedros de la actividad anterior son prismas? ¿Y pirámides?
- ¿Cuáles son poliedros regulares?

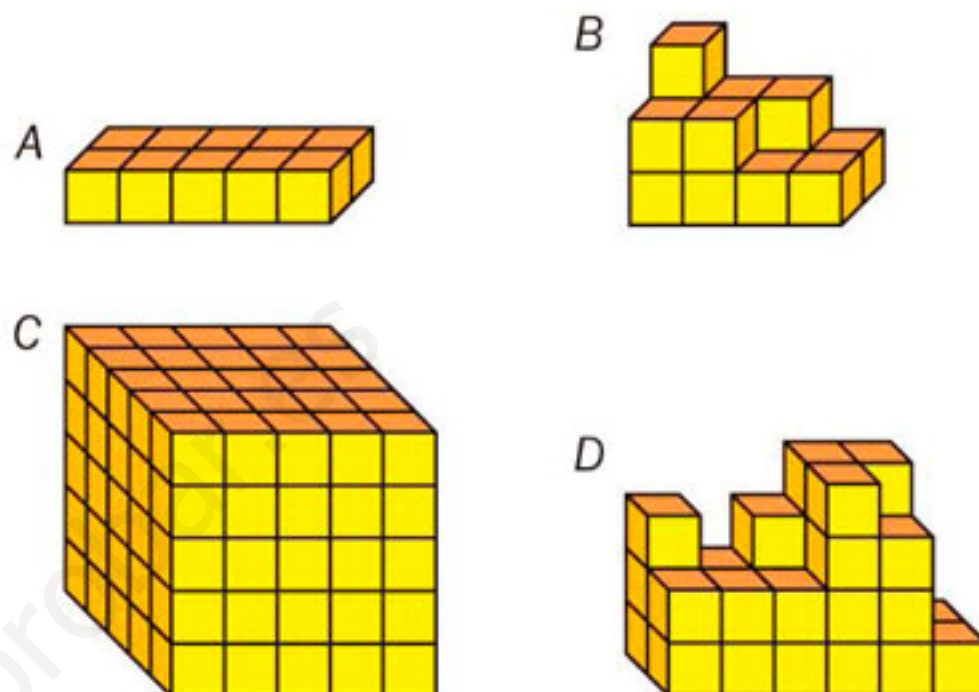
3. Relaciona cada cubo con los desarrollos que lo pueden formar.



4. ESTUDIO EFICAZ. Explica.

- En qué se diferencian los poliedros y los cuerpos redondos.
- En qué se parecen y se diferencian un prisma y una pirámide triangulares.

5. Calcula el volumen de cada cuerpo usando el cubo unidad.



6. Halla la capacidad de cada cuerpo de la actividad 5 suponiendo que la arista de cada cubo mide.

- 1 m.
- 1 dm.

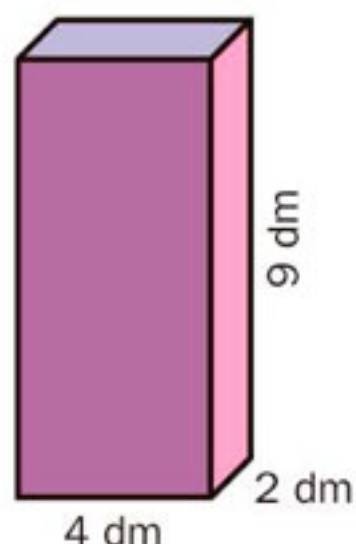
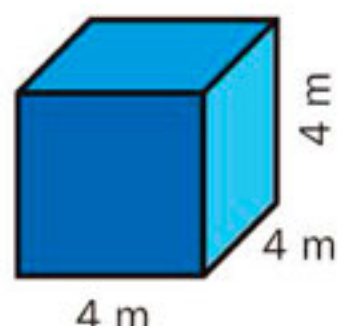
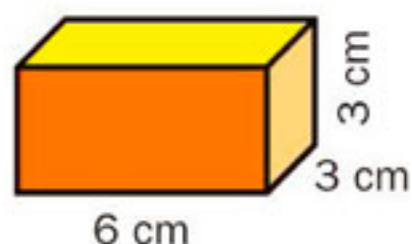
7. Piensa y contesta.

- Dos recipientes distintos, ¿pueden tener la misma capacidad? ¿Y el mismo volumen?
- Dos recipientes con la misma capacidad, ¿tienen el mismo volumen?
- Dos recipientes con una misma cantidad de líquido dentro, ¿pueden tener el mismo volumen? ¿Y distinto? ¿Pueden tener la misma capacidad? ¿Y distinta?

8. Completa.

$3 \text{ m}^3 = \dots \text{ dm}^3$	$5.000 \text{ dm}^3 = \dots \text{ m}^3$
$1,5 \text{ m}^3 = \dots \text{ dm}^3$	$172 \text{ dm}^3 = \dots \text{ m}^3$
$24 \text{ dm}^3 = \dots \text{ cm}^3$	$800 \text{ cm}^3 = \dots \text{ dm}^3$
$0,16 \text{ dm}^3 = \dots \text{ cm}^3$	$39 \text{ cm}^3 = \dots \text{ dm}^3$

9. Calcula el volumen de estos cuerpos.



10. Calcula el volumen de cada cuerpo.

- Un ortoedro que mide 3 m de ancho, 6 m de largo y 5 m de alto.
- Un ortoedro que mide 25 cm de largo, 20 cm de ancho y 5 cm de alto.
- Un cubo cuya arista mide 10 dm.

11. Resuelve.

- En una cubitera hay 20 cubitos de hielo. Cada uno de ellos tiene 2 cm de arista. ¿Cuál es el volumen de un cubito? ¿Y de todos los cubitos de la cubitera?



- Para trasplantar un árbol, Mario ha hecho un agujero de 2 m de largo, 2 m de ancho y 1,5 m de profundidad. El volumen que ocupan las raíces del árbol es 1 m^3 . ¿Cuántos metros cúbicos de tierra debe añadir para rellenar el agujero?

ERES CAPAZ DE... Hacer cálculos para el mantenimiento de una piscina

En una escuela de natación están preparando la piscina para esta temporada.

La han llenado de agua y tienen que añadir cloro al agua para dejarla a punto y poder empezar las clases.

La piscina de la escuela tiene forma de ortoedro y mide 50 m de largo, 20 m de ancho y 2 m de profundidad.

En la escuela saben que deben poner 4 g de cloro por cada metro cúbico de agua de la piscina. El cloro lo compran en botes de 5 kg cada uno.

- ¿Cuántos metros cúbicos de agua tiene la piscina? ¿Cuántos kilolitros son?
- ¿Cuántos gramos de cloro deben poner en total en la piscina?
- ¿Cuántos botes de cloro tienen que comprar para prepararla? ¿Les sobrará algo de cloro?

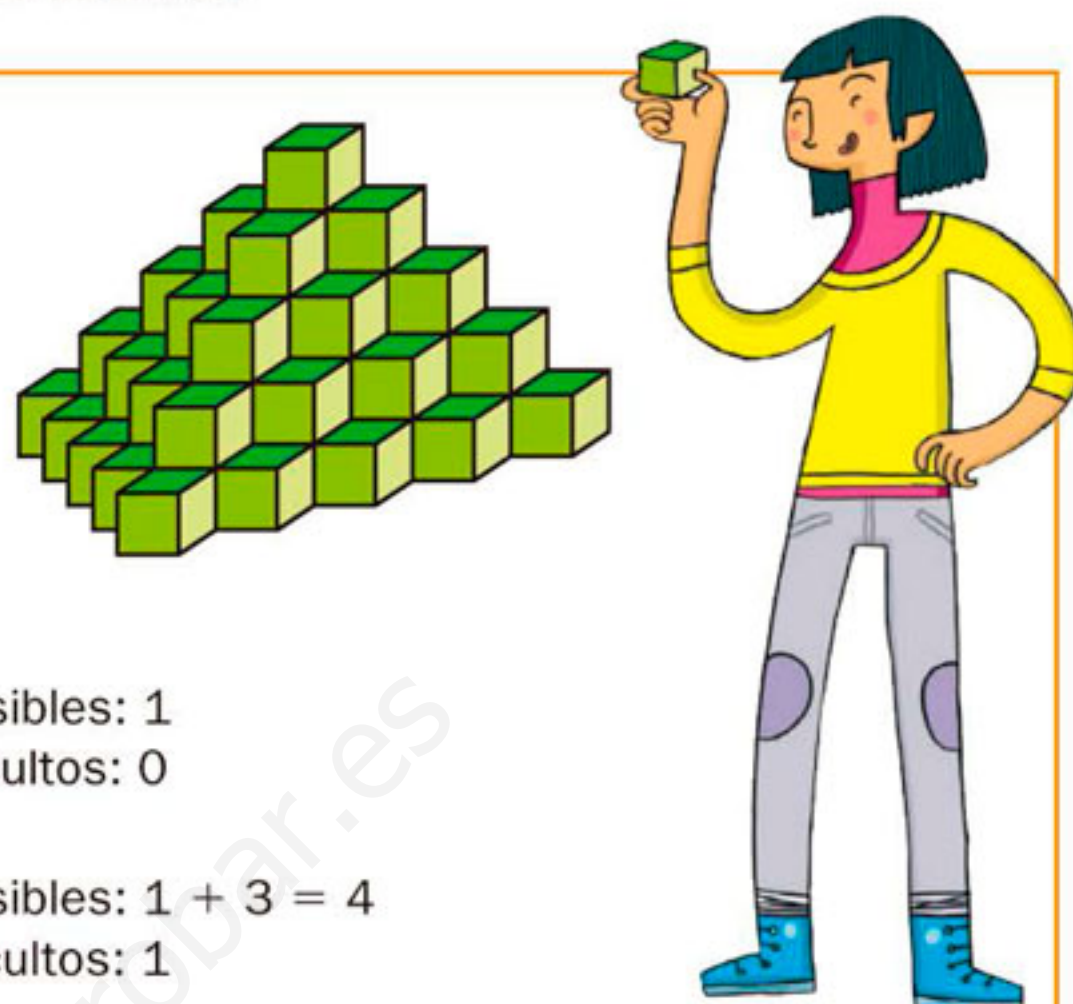


Solución de problemas

Empezar con problemas más sencillos

En algunos problemas, es útil resolver otros más sencillos primero para obtener pistas.
Resuelve estos problemas trabajando antes algunos más sencillos.

Magdalena ha hecho con cubos una torre de 5 capas como la de la figura. Unos cubos se ven y otros no.
¿Cuántos cubos se ven?
¿Cuántos están ocultos?



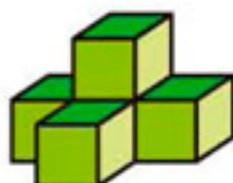
► Para resolver el problema, vamos a considerar primero torres de 1, 2, 3 y 4 capas.

1 capa



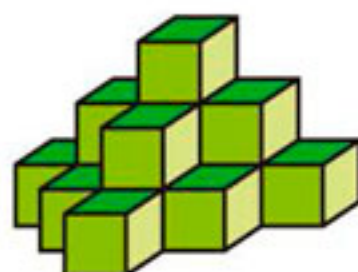
Cubos visibles: 1
Cubos ocultos: 0

2 capas



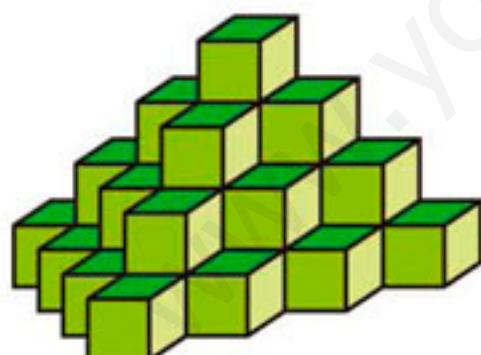
Cubos visibles: $1 + 3 = 4$
Cubos ocultos: 1

3 capas



Cubos visibles: $1 + 3 + 5 = 9$
Cubos ocultos: $1 + 3 = 4$

4 capas



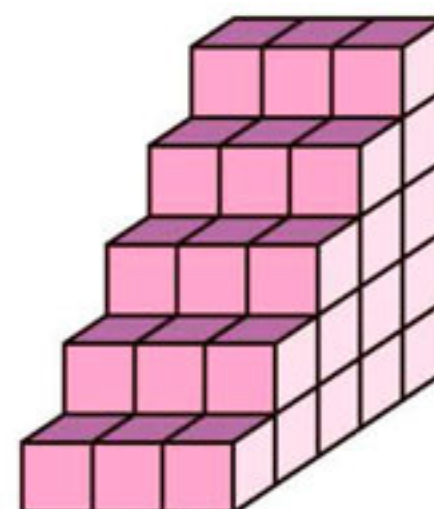
Cubos visibles: $1 + 3 + 5 + 7 = 16$
Cubos ocultos: $1 + 3 + 5 = 9$

Para 5 capas, siguiendo la pauta ►

Cubos visibles: $1 + 3 + 5 + 7 + 9 = 25$
Cubos ocultos: $1 + 3 + 5 + 7 = 16$

1. ¿Cuántos cubos visibles tendrá una torre como la de Magdalena que tenga 7 capas?
¿Y si tiene 10 capas?

2. Javier ha hecho una torre de 5 capas como la de la figura de la derecha.
¿Cuántos cubos visibles tiene? ¿Y ocultos?
¿Cuántos cubos de cada tipo habrá en una torre de 8 capas? ¿Y de 10 capas?





EJERCICIOS

1. Expresa como una potencia y escribe cómo se lee.

$4 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4$ $5 \times 5 \times 5 \times 5$
 $7 \times 7 \times 7$ 8×8

2. Expresa usando una potencia de 10.

1.000 100.000 100.000.000

3. Calcula.

$\sqrt{16}$ $\sqrt{36}$ $\sqrt{64}$ $\sqrt{100}$

4. ESTUDIO EFICAZ. Completa el esquema.

ÁREA DE FIGURAS PLANAS

Rectángulo ► $b \times h$

Cuadrado ► ...

5. Calcula.

$\frac{2}{3} + \frac{4}{8}$ $\frac{7}{5} - \frac{4}{15}$ $7,35 + 0,98$
 $\frac{3}{4} \times \frac{6}{9}$ $\frac{8}{3} : \frac{7}{4}$ $9 - 6,78$
 $\frac{3}{4} \times \frac{6}{9}$ $\frac{8}{3} : \frac{7}{4}$ $4,2 \times 6,09$
 $\frac{3}{4} \times \frac{6}{9}$ $\frac{8}{3} : \frac{7}{4}$ $9,405 : 45$

6. Calcula.

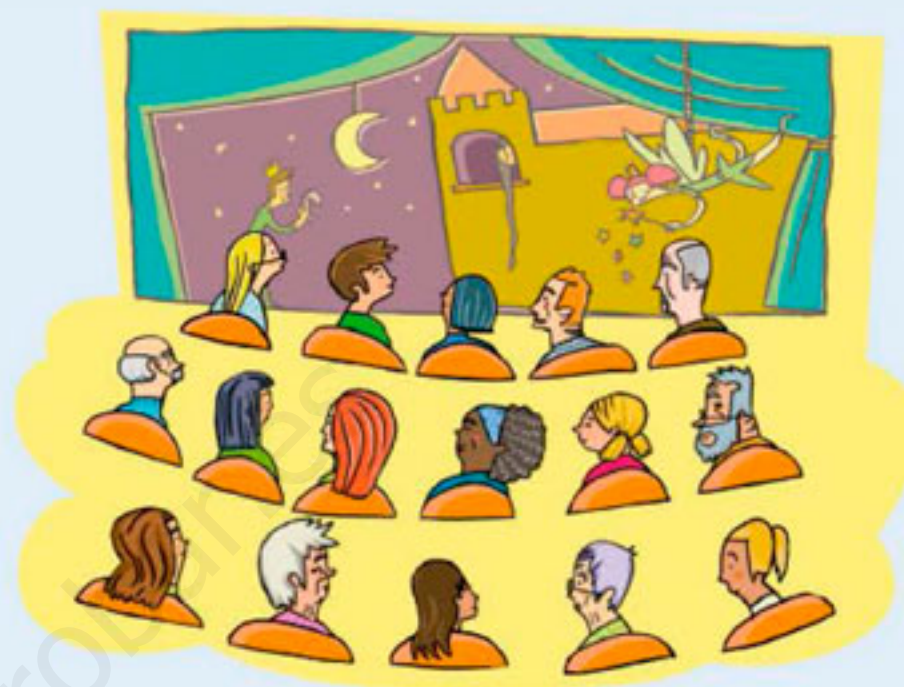
$\frac{3}{5} + \frac{2}{6} \times \frac{4}{10}$ $25 \times 3,6 - 48 : 1,6$
 $\frac{5}{2} - \left(\frac{4}{3} - \frac{5}{6} \right)$ $5,64 : (0,27 + 0,33)$

7. Expresa en la unidad indicada.

En cm^2 ► 12 dm^2 890 mm^2 0,7 m^2
 En m^2 ► 8,5 a 4,9 hm^2 325 dm^2
 En hm^2 ► 916 m^2 28 km^2 147 dam^2
 En ha ► 82 a 2,3 hm^2 734 ca

PROBLEMAS

8. Dos tercios de los asistentes a una función de teatro eran mujeres y de ellas un quinto eran mayores de 60 años. ¿Qué fracción de los asistentes eran mujeres mayores de 60 años?



9. Juan tiene 120 libros. Tres cuartos son novelas, el 20 % son cuentos y el resto son diccionarios. ¿Cuántos libros de cada tipo tiene Juan?

10. Una moneda de 1 céntimo de euro pesa 2,30 g. ¿Cuántas monedas habrá en una bolsa de monedas de 1 céntimo que pesa 35 kg y 190 g?

11. Luis tiene un cordón de 9 m. Lo divide en dos partes iguales. Con una de ellas hace trozos de 0,25 m y con la otra hace trozos de 0,15 m. ¿Cuántos trozos obtiene en total?

12. En una parcela cuadrada de 40 m de lado se ha instalado un estanque circular de 10 m de radio. ¿Cuántos metros cuadrados de parcela han quedado libres?

13. María tiene ahorrados 600 €. Con un octavo de sus ahorros compra varios libros iguales para regalar. Cada libro cuesta 12,50 €. ¿Cuántos libros ha comprado María?