

Máximo común divisor y mínimo común múltiplo

MÁXIMO COMÚN DIVISOR

• El máximo común divisor (m.c.d.) de dos o más números es el mayor de los divisores comunes.

• Para hallar el máximo común divisor de dos o más números, por ejemplo, m.c.d. (12, 18), se siguen estos pasos:

1.° Se descompone cada número en producto de factores primos.

2.° El producto de estos factores comunes elevados al menor exponente es el máximo común divisor de los números dados.

$$\begin{array}{r|l} 12 & 2 \\ 6 & 2 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 18 & 2 \\ 9 & 3 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array}$$

$$12 = 2^2 \times 3$$

$$18 = 2 \times 3^2$$

$$\text{m.c.d. (12, 18)} = 2 \times 3 = 6$$

1

Halla el máximo común divisor de los siguientes pares de números.

40 y 60

$$\begin{array}{r|l} 40 & \\ 60 & \end{array}$$

m.c.d. (40, 60) = _____

100 y 150

m.c.d. (100, 150) = _____

35 y 48

m.c.d. (35, 48) = _____

225 y 300

m.c.d. (225, 300) = _____

70 y 62

m.c.d. (70, 62) = _____

415 y 520

m.c.d. (415, 520) = _____

2

Halla el máximo común divisor de los siguientes pares de números.

280 y 840

315 y 945

m.c.d. (280, 840) = _____

m.c.d. (315, 945) = _____

• ¿Es 840 múltiplo de 280? _____

• ¿Es 945 múltiplo de 315? _____

• ¿Cuál es el m.c.d. (280, 840)? _____

• ¿Cuál es el m.c.d. (315, 945)? _____

• En general, si a es múltiplo de b , ¿cuál es el m.c.d. (a , b)?

m.c.d. (a , b) =

3

Halla el máximo común divisor de las siguientes series de números.

• 180, 252 y 594

m.c.d. (180, 252, 594) =

• 924, 1.000 y 1.250

m.c.d. (924, 1.000, 1.250) =

MÍNIMO COMÚN MÚLTIPLO

- El mínimo común múltiplo (m.c.m.) de dos o más números es el menor múltiplo común distinto de cero.

- Para hallar el mínimo común múltiplo de dos o más números, por ejemplo, m.c.m. (30, 45), se siguen estos pasos:

$$\begin{array}{r|l} 30 & 2 \\ 15 & 3 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array} \quad \begin{array}{r|l} 45 & 3 \\ 15 & 3 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array}$$

- 1.º Se descompone cada número en producto de factores primos.

$$30 = 2 \times 3 \times 5$$

$$45 = 3^2 \times 5$$

- 2.º El producto de estos factores comunes elevados al mayor exponente y de los no comunes es el mínimo común múltiplo de los números dados.

$$\text{m.c.m. (30, 45)} = 2 \times 3^2 \times 5 = 90$$

1

Halla el mínimo común múltiplo de los siguientes pares de números.

32 y 68

$$\text{m.c.m. (32 y 68)} = \underline{\hspace{2cm}}$$

52 y 76

$$\text{m.c.m. (52 y 76)} = \underline{\hspace{2cm}}$$

84 y 95

$$\text{m.c.m. (84 y 95)} = \underline{\hspace{2cm}}$$

105 y 210

$$\text{m.c.m. (105 y 210)} = \underline{\hspace{2cm}}$$

380 y 420

$$\text{m.c.m. (380 y 420)} = \underline{\hspace{2cm}}$$

590 y 711

$$\text{m.c.m. (590 y 711)} = \underline{\hspace{2cm}}$$

2

Halla el mínimo común múltiplo de los siguientes pares de números.

320 y 640

420 y 1.260

m.c.m. (320, 640) = _____

m.c.m. (420, 1.260) = _____

• ¿Es 640 múltiplo de 320? _____

• ¿Es 1.260 múltiplo de 420? _____

• ¿Cuál es el m.c.m. (320, 640)? _____

• ¿Cuál es el m.c.m. (420, 1.260)? _____

• En general, si a es múltiplo de b, ¿cuál es el m.c.m. (a, b)?

m.c.m. (a, b) = _____

3

Halla el mínimo común múltiplo de las siguientes series de números.

• 140, 325 y 490

m.c.m. (140, 325, 490) = _____

• 725, 980 y 1.400

m.c.m. (725, 980, 1.400) = _____

1. El ebanista ahorrador

Un ebanista quiere cortar una plancha de madera de 256 cm de largo y 96 cm de ancho, en cuadrados lo más grandes posible.

- a) ¿Cuál debe ser la longitud del lado de cada cuadrado?
- b) ¿Cuántos cuadrados se obtienen de la plancha de madera?

SOLUCIÓN

- a) La longitud del lado del cuadrado tiene que ser un divisor de 256 y de 96, y además debe ser el mayor divisor común; luego hay que calcular el m.c.d. (256, 96).

$$256 = 2^8$$

$$96 = 2^5 \times 3$$

$$\text{m.c.d. (256, 96)} = 2^5 = 32$$

La longitud del lado del cuadrado es de 32 cm.

- b) Área de la plancha de madera $\rightarrow 256 \times 96 = 24.576 \text{ cm}^2$
Área de uno de los cuadrados $\rightarrow 32 \times 32 = 1.024 \text{ cm}^2$

De la plancha de madera se obtienen $24.576 : 1.024 = 24$ cuadrados.

2. Una cita en Sevilla

Un viajante va a Sevilla cada 18 días, otro va a Sevilla cada 15 días y un tercero va a Sevilla cada 8 días. Hoy día 10 de enero han coincidido en Sevilla los tres viajantes.

¿Dentro de cuántos días como mínimo volverán a coincidir en Sevilla?

SOLUCIÓN

- a) El número de días que han de transcurrir como mínimo para que los tres viajantes vuelvan a coincidir en Sevilla tiene que ser un múltiplo de 18, de 15 y de 8, y además tiene que ser el menor múltiplo común; luego hay que calcular el m.c.m. (18, 15, 8).

$$18 = 2 \times 3^2$$

$$15 = 3 \times 5$$

$$8 = 2^3$$

$$\text{m.c.m. (18, 15, 8)} = 2^3 \times 3^2 \times 5 = 360$$

Los tres viajantes volverán a coincidir en Sevilla dentro de 360 días.

PROBLEMAS DE M.C.D. y M.C.M.

1

Andrés tiene en su tienda los botones metidos en bolsas. En la caja A tiene bolsitas de 24 botones cada una y no sobra ningún botón. En la caja B tiene bolsitas de 20 botones cada una y tampoco sobra ningún botón. El número de botones que hay en la caja A es igual que el que hay en la caja B.

¿Cuántos botones como mínimo hay en cada caja?

2

María y Jorge tienen 25 bolas blancas, 15 bolas azules y 90 bolas rojas y quieren hacer el mayor número de collares iguales sin que sobre ninguna bola.

- ¿Cuántos collares iguales pueden hacer?
- ¿Qué número de bolas de cada color tendrá cada collar?

3

Un campo rectangular de 360 m de largo y 150 m de ancho, está dividido en parcelas cuadradas iguales. El área de cada una de estas parcelas cuadradas es la mayor posible.

¿Cuál es la longitud del lado de cada parcela cuadrada?

4

Teresa tiene un reloj que da una señal cada 60 minutos, otro reloj que da una señal cada 150 minutos y un tercero que da una señal cada 360 minutos. A las 9 de la mañana los tres relojes han coincidido en dar la señal.

- a) ¿Cuántas horas, como mínimo, han de pasar para que vuelvan a coincidir?
- b) ¿A qué hora volverán a dar la señal otra vez juntos?

5

Rosa tiene cubos azules de 55 mm de arista y cubos rojos de 45 mm de arista. Apilando los cubos en dos columnas, una de cubos azules y otra de cubos rojos, quiere conseguir que las dos columnas sean iguales.

¿Cuántos cubos, como mínimo, necesita de cada color?

6

Juan tiene que poner un rodapié de madera a dos paredes de 12 m y 9 m de longitud. Para ello ha averiguado la longitud del mayor listón de madera que cabe en un número exacto de veces en cada pared.

¿Cuál será la longitud de este listón?