



**Universidad de
Castilla-La Mancha**

**Prueba de acceso a la Universidad
Curso 2024/2025**

Materia: MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II

INSTRUCCIONES: El estudiante deberá resolver los cuatro ejercicios propuestos. En los **ejercicios 3 y 4** deberá contestar solamente a **UNO** de los dos apartados propuestos. Si resuelve más, se corregirá solo el primero de los dos apartados resueltos. Los ejercicios deben redactarse con claridad, detalladamente y razonando las respuestas. Solo están permitidas **las calculadoras de tipo 1 y 2**. **Cada ejercicio completo puntuará 2.5 puntos**.
Duración de la prueba: 90 minutos.

Ejercicio 1.- Una empresa envasa zumos en botellas de 1 litro. La cantidad de zumo que la máquina embotelladora inyecta en cada botella sigue una distribución normal con una desviación típica $\sigma = 0.05$ litros. Se toma una muestra aleatoria de 16 botellas y se observa que el contenido medio es de 0.97 litros. Con un nivel de confianza del 97%,

- Calcula el intervalo de confianza para el contenido medio poblacional de una botella. **(1 punto)**
- Explica, justificando la respuesta, cómo se podría obtener un intervalo de confianza con menor amplitud sin modificar el nivel de confianza. **(0.75 puntos)**
- Dado el intervalo del apartado a), ¿se puede aceptar que el contenido medio poblacional es de 1 litro con un nivel de confianza del 95%? Justificar la respuesta. **(0.75 puntos)**

z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
2.0	0.9772	0.9778	0.9783	0.9788	0.9793	0.9798	0.9803	0.9808	0.9812	0.9817
2.1	0.9821	0.9826	0.9830	0.9834	0.9838	0.9842	0.9846	0.9850	0.9854	0.9857

Ejercicio 2.- En el Parador de Turismo de Almagro se alojaron ayer 25 huéspedes que hicieron las reservas con distintas compañías, procedentes de Italia, Portugal y Japón. El gasto total en el Parador fue de 3610 €, correspondiendo 140 € a cada huésped italiano, 130 € a cada huésped portugués y 160 € a cada huésped japonés. El registro del Parador muestra que el número de portugueses es la cuarta parte de la suma del número de huéspedes de los otros dos países.

- Plantea el sistema de ecuaciones para calcular cuántos huéspedes hay de cada país. **(1.5 puntos)**
- Calcula número de huéspedes de cada uno de los países. **(1 punto)**

Ejercicio 3.- Elige y resuelve sólo uno de los dos apartados siguientes:

Apartado a) Se considera la función $f(x) = \begin{cases} 2x^2 + 4 & \text{si } x \leq k \\ -2x^2 + 8x & \text{si } x > k \end{cases}$

- ¿Para qué valores de k la función $f(x)$ es continua en $x = k$? **(1 punto)**
- Si $k = 1$, calcula los máximos y mínimos relativos de la función $f(x)$. **(0.75 puntos)**
- En ese mismo supuesto, determina en qué intervalos la función es cóncava y en cuáles es convexa. **(0.75 puntos)**

Apartado b) Dada la función $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx - 3$, se sabe que tiene un mínimo relativo en el punto $(-1, 2)$ y un punto de inflexión en $(1, -14)$.

- Encuentra el valor de los parámetros a , b y c . **(1.5 puntos)**

b.2) Dadas las matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 2 & -1 & 0 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 3 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$ y $C = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$, calcula la matriz X en la ecuación matricial $C \cdot X = A \cdot B + X$. **(1 punto)**

Ejercicio 4.- Elige y resuelve sólo uno de los dos apartados siguientes:

Apartado a) En un examen de matemáticas se propone el siguiente problema:

“Indica el punto donde la función $F(x, y) = 6x + 3y - 2$, alcanza el mínimo en la región determinada por las siguientes restricciones: $2x + y \geq 6$; $2x + 5y \leq 30$; $2x - y \leq 6$ ”

Laura responde que el mínimo de la función se alcanza en el punto (1,2) y Jesús, por el contrario, que lo hace en el punto (3,0).

a.1) ¿Es exacta la respuesta de Laura? Razona tu respuesta. **(1.25 puntos)**

a.2) ¿Es cierto que el mínimo se alcanza en el punto (3,0)? Razona tu respuesta. **(0.75 puntos)**

a.3) ¿Cuánto vale dicho mínimo? (0.5 puntos) **(0.5 puntos)**

Apartado b) La compañía de seguros SEGURVIDA utiliza tres bufetes de abogados para resolver sus casos legales en los tribunales. El bufete A recibe el 30 % de los casos legales y gana en los tribunales el 60 % de los casos presentados. El bufete B recibe el 50 % de los casos legales y gana el 80 % de los casos presentados y el bufete C recibe el resto de los casos y gana el 70 % de los presentados. Se elige al azar uno de los casos que ha llegado a los tribunales y ya ha sido resuelto. Se pide, de forma razonada:

b.1) ¿Cuál es la probabilidad de que la compañía haya ganado el caso? **(0.75 puntos)**

b.2) Si el caso elegido se ha perdido, calcula la probabilidad de que haya sido defendido por el bufete A. **(0.5 puntos)**

b.3) Si el precio por acción de la compañía de seguros sigue una función de la forma $A(t) = at^3 - 12t^2 + bt$, donde t = tiempo en horas transcurridas desde el inicio, alcanza un máximo en la tercera hora $t = 3$, alcanzando un valor de 54 € la acción en ese instante, encuentra el valor de los parámetros a y b . **(1.25 puntos)**

SOLUCIONES

Ejercicio 1.- Una empresa envasa zumos en botellas de 1 litro. La cantidad de zumo que la máquina embotelladora inyecta en cada botella sigue una distribución normal con una desviación típica $\sigma = 0.05$ litros. Se toma una muestra aleatoria de 16 botellas y se observa que el contenido medio es de 0.97 litros. Con un nivel de confianza del 97%,

- Calcula el intervalo de confianza para el contenido medio poblacional de una botella. **(1 punto)**
- Explica, justificando la respuesta, cómo se podría obtener un intervalo de confianza con menor amplitud sin modificar el nivel de confianza. **(0.75 puntos)**
- Dado el intervalo del apartado a), ¿se puede aceptar que el contenido medio poblacional es de 1 litro con un nivel de confianza del 95%? Justificar la respuesta. **(0.75 puntos)**

z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
2.0	0.9772	0.9778	0.9783	0.9788	0.9793	0.9798	0.9803	0.9808	0.9812	0.9817
2.1	0.9821	0.9826	0.9830	0.9834	0.9838	0.9842	0.9846	0.9850	0.9854	0.9857

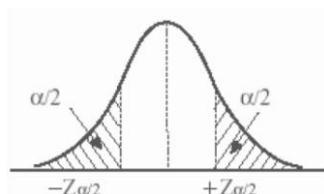
Consideramos X = La cantidad de litros de zumo que la máquina embotelladora inyecta en cada botella. $X = N(\mu, 0.05)$.

Tamaño de la muestra $n = 16$. La media muestral es $\bar{x} = 0.97$ litros.

- a) Con un nivel de confianza del 97 %

$$1 - \alpha = 0.97 \rightarrow \alpha = 0.03 \rightarrow \frac{\alpha}{2} = 0.015 \rightarrow 1 - \frac{\alpha}{2} = 0.985 \rightarrow z_{\alpha/2} = 2.17$$

z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
2.0	0.9772	0.9778	0.9783	0.9788	0.9793	0.9798	0.9803	0.9808	0.9812	0.9817
2.1	0.9821	0.9826	0.9830	0.9834	0.9838	0.9842	0.9846	0.9850	0.9854	0.9857



Calculamos el error.

$$Error = z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 2.17 \cdot \frac{0.05}{\sqrt{16}} = 0.027125 \text{ litros}$$

El intervalo de confianza para el contenido medio poblacional de una botella es:

$$(\bar{x} - Error, \bar{x} + Error) = (0.97 - 0.027125, 0.97 + 0.027125) = (0.942875, 0.997125)$$

- b) Si deseamos disminuir la amplitud del intervalo debemos disminuir el error que viene dado por la fórmula $Error = z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$. Si mantenemos constante el nivel de confianza se mantiene constante el valor de $z_{\alpha/2}$ y para disminuir el error solo podemos aumentar “n”, es decir, debemos aumentar el tamaño de la muestra.

c) Un nivel de confianza del 95 % es menor que el nivel de confianza del apartado a) que era del 97%, por lo que tendremos un valor de $z_{\alpha/2}$ menor y la amplitud del intervalo será menor que el obtenido en el apartado a). Pero $1 \notin (0.997125, 0.942875)$ y por tanto no pertenecerá al intervalo de confianza que obtendríamos con un nivel de confianza del 95% que tendría menos amplitud.

La afirmación no es aceptable.

Ejercicio 2.- En el Parador de Turismo de Almagro se alojaron ayer 25 huéspedes que hicieron las reservas con distintas compañías, procedentes de Italia, Portugal y Japón. El gasto total en el Parador fue de 3610 €, correspondiendo 140 € a cada huésped italiano, 130 € a cada huésped portugués y 160 € a cada huésped japonés. El registro del Parador muestra que el número de portugueses es la cuarta parte de la suma del número de huéspedes de los otros dos países.

a) Plantea el sistema de ecuaciones para calcular cuántos huéspedes hay de cada país. **(1.5 puntos)**

b) Calcula número de huéspedes de cada uno de los países. **(1 punto)**

a) Llamamos “x”, “y”, “z” al número de huéspedes alojados en el Parador procedentes de Italia, Portugal y Japón, respectivamente. Obtenemos las ecuaciones asociadas a cada una de las informaciones proporcionadas.

“Se alojaron ayer 25 huéspedes” $\rightarrow x + y + z = 25$

“El gasto total en el Parador fue de 3610 €, correspondiendo 140 € a cada huésped italiano, 130 € a cada huésped portugués y 160 € a cada huésped japonés” $\rightarrow 140x + 130y + 160z = 3610$

“El registro del Parador muestra que el número de portugueses es la cuarta parte de la suma del número de huéspedes de los otros dos países” $\rightarrow y = \frac{x + z}{4}$

Reunimos las ecuaciones en un sistema y lo resolvemos.

$$\left. \begin{array}{l} x + y + z = 25 \\ 140x + 130y + 160z = 3610 \\ y = \frac{x + z}{4} \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} x + y + z = 25 \\ 14x + 13y + 16z = 361 \\ 4y = x + z \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} x + y + z = 25 \\ 14x + 13y + 16z = 361 \\ 4y - x = z \end{array} \right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left. \begin{array}{l} x + y + 4y - x = 25 \\ 14x + 13y + 16(4y - x) = 361 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} 5y = 25 \\ 14x + 13y + 64y - 16x = 361 \end{array} \right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left. \begin{array}{l} y = 5 \\ 77y - 2x = 361 \end{array} \right\} \Rightarrow 77 \cdot 5 - 2x = 361 \Rightarrow -2x = -24 \Rightarrow x = 12 \Rightarrow z = 4 \cdot 5 - 12 = 8$$

En el Parador se alojaron ayer 12 italianos, 5 portugueses y 8 japoneses.

Ejercicio 3.- Elige y resuelve sólo uno de los dos apartados siguientes:

Apartado a) Se considera la función $f(x) = \begin{cases} 2x^2 + 4 & \text{si } x \leq k \\ -2x^2 + 8x & \text{si } x > k \end{cases}$

a.1) ¿Para qué valores de k la función $f(x)$ es continua en $x = k$? **(1 punto)**

a.2) Si $k = 1$, calcula los máximos y mínimos relativos de la función $f(x)$. **(0.75 puntos)**

a.3) En ese mismo supuesto, determina en qué intervalos la función es cóncava y en cuáles es convexa. **(0.75 puntos)**

a.1) Buscamos cuando la función es continua en $x = k$.

$$\left. \begin{aligned} f(k) &= 2k^2 + 4 \\ \lim_{x \rightarrow k^-} f(x) &= \lim_{x \rightarrow k^-} 2x^2 + 4 = 2k^2 + 4 \\ \lim_{x \rightarrow k^+} f(x) &= \lim_{x \rightarrow k^+} -2x^2 + 8x = -2k^2 + 8k \\ \lim_{x \rightarrow k^+} f(x) &= \lim_{x \rightarrow k^-} f(x) = f(k) \end{aligned} \right\} \Rightarrow 2k^2 + 4 = -2k^2 + 8k \Rightarrow 4k^2 - 8k + 4 = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow k^2 - 2k + 1 = 0 \Rightarrow k = \frac{2 \pm \sqrt{(-2)^2 - 4}}{2} = \frac{2}{2} = 1$$

La función es continua en $x = k$ para $k = 1$.

a.2) Si $k = 1$ la función es continua y queda $f(x) = \begin{cases} 2x^2 + 4 & \text{si } x \leq 1 \\ -2x^2 + 8x & \text{si } x > 1 \end{cases}$.

Buscamos los puntos críticos de la función.

$$f'(x) = \begin{cases} 4x & \text{si } x < 1 \\ -4x + 8 & \text{si } x > 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 4x = 0 \rightarrow x = 0 \in (-\infty, 1) \\ -4x + 8 = 0 \rightarrow 4x = 8 \rightarrow x = 2 \in (1, +\infty) \end{cases}$$

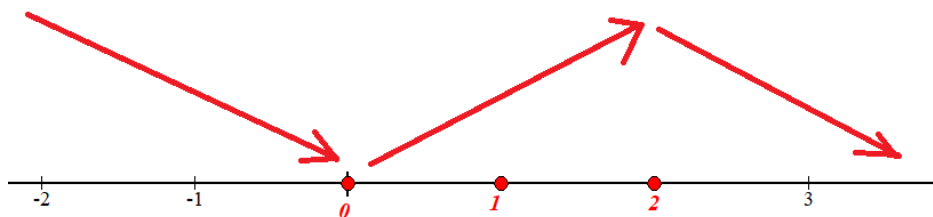
$$f'(x) = 0$$

Estudiamos el signo de la derivada antes, entre y después de $x = 0$, $x = 1$ y $x = 2$.

- En el intervalo $(-\infty, 0)$ tomamos $x = -2$ y la derivada vale $f'(-2) = 4(-2) = -8 < 0$. La función decrece en $(-\infty, 0)$.
- En el intervalo $(0, 1)$ tomamos $x = 0.5$ y la derivada vale $f'(0.5) = 4 \cdot 0.5 = 2 > 0$. La función crece en $(0, 1)$.
- En el intervalo $(1, 2)$ tomamos $x = 1.5$ y la derivada vale $f'(1.5) = -4 \cdot 1.5 + 8 = 2 > 0$. La función crece en $(1, 2)$.
- En el intervalo $(2, +\infty)$ tomamos $x = 3$ y la derivada vale $f'(3) = -4 \cdot 3 + 8 = -4 < 0$. La función decrece en $(2, +\infty)$.

La función crece en $(0, 2)$ y decrece en $(-\infty, 0) \cup (2, +\infty)$.

La función sigue el esquema siguiente.



La función tiene un mínimo relativo para $x=0$ y un máximo relativo para $x=2$.

a.3) Buscamos cuando se anula la derivada segunda.

$$f'(x) = \begin{cases} 4x & \text{si } x < 1 \\ -4x + 8 & \text{si } x > 1 \end{cases} \Rightarrow f''(x) = \begin{cases} 4 & \text{si } x < 1 \\ -4 & \text{si } x > 1 \end{cases}$$

La segunda derivada nunca se anula. La segunda derivada es positiva en el intervalo $(-\infty, 1)$ y la segunda derivada es negativa en el intervalo $(1, +\infty)$.

A partir de los signos de la segunda derivada podemos decir que la función es convexa ($\cup$) en el intervalo $(-\infty, 1)$ y cóncava ($\cap$) en el intervalo $(1, +\infty)$.

La función tiene un punto de inflexión en $x=1$.



Apartado b) Dada la función $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx - 3$, se sabe que tiene un mínimo relativo en el punto $(-1, 2)$ y un punto de inflexión en $(1, -14)$.

b.1) Encuentra el valor de los parámetros a , b y c . **(1.5 puntos)**

b.2) Dadas las matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 2 & -1 & 0 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 3 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$ y $C = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$, calcula la matriz X en la ecuación matricial $C \cdot X = A \cdot B + X$. **(1 punto)**

b.1) Si la función tiene un punto de inflexión en $x = 1$ entonces la derivada segunda se anula para este valor $\rightarrow f''(1) = 0$.

$$f(x) = ax^3 + bx^2 + cx - 3 \Rightarrow f'(x) = 3ax^2 + 2bx + c \Rightarrow f''(x) = 6ax + 2b$$

$$f''(1) = 0 \Rightarrow 0 = 6a + 2b \Rightarrow b + 3a = 0 \Rightarrow \boxed{b = -3a}$$

La función queda $f(x) = ax^3 - 3ax^2 + cx - 3$. La función tiene un mínimo relativo en $x = -1$, por lo que la derivada primera se anula para este valor $\rightarrow f'(-1) = 0$.

$$\left. \begin{array}{l} f'(x) = 3ax^2 - 6ax + c \\ f'(-1) = 0 \end{array} \right\} \Rightarrow 0 = 3a(-1)^2 - 6a(-1) + c \Rightarrow 9a + c = 0 \Rightarrow \boxed{c = -9a}$$

La función queda $f(x) = ax^3 - 3ax^2 - 9ax - 3$.

Para que sea mínimo debe ser la derivada segunda positiva para $x = -1$. Lo comprobamos.

$$f(x) = ax^3 - 3ax^2 - 9ax - 3 \Rightarrow f'(x) = 3ax^2 - 6ax - 9a \Rightarrow$$

$$\Rightarrow f''(x) = 6ax - 6a \Rightarrow f''(-1) = 6a(-1) - 6a = -12a > 0 \Rightarrow \boxed{a < 0}$$

Sabemos que la función pasa por los puntos $(-1, 2)$ y $(1, -14) \rightarrow f(-1) = 2$ y $f(1) = -14$.

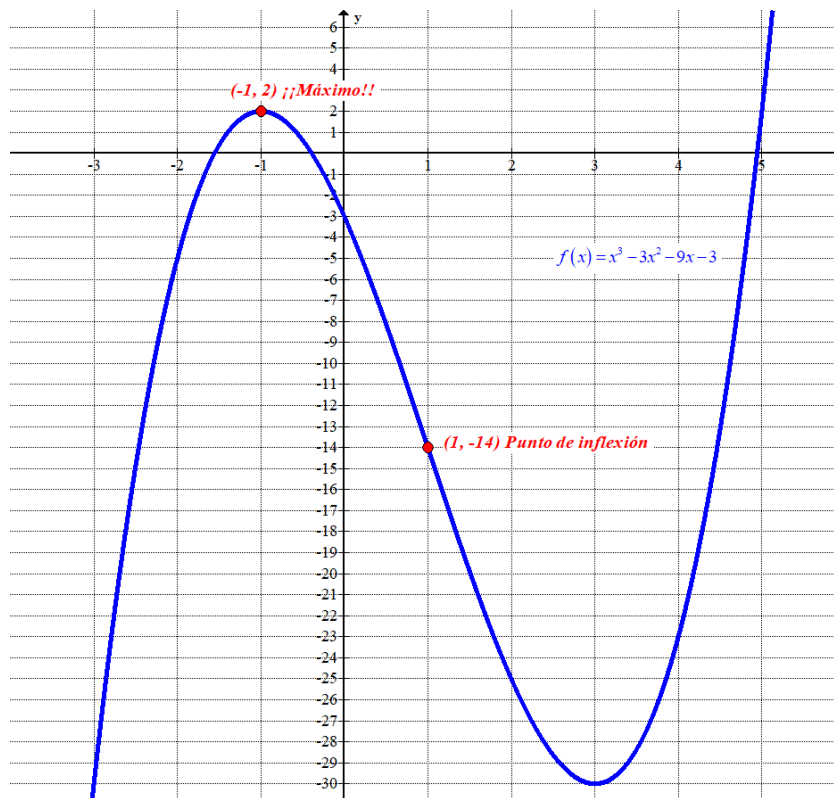
$$\left. \begin{array}{l} f(-1) = 2 \\ f(1) = -14 \\ f(x) = ax^3 - 3ax^2 - 9ax - 3 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} 2 = a(-1)^3 - 3a(-1)^2 - 9a(-1) - 3 \\ -14 = a \cdot 1^3 - 3a \cdot 1^2 - 9a \cdot 1 - 3 \end{array} \right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left. \begin{array}{l} 5 = -a - 3a + 9a \\ -11 = a - 3a - 9a \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} 5 = 5a \\ -11 = -11a \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} a = 1 \\ a = 1 \end{array} \right\} \Rightarrow \boxed{a = 1}$$

Para $a = 1$ tenemos que $b = -3 \cdot 1 = -3$ y $c = -9 \cdot 1 = -9$.

Los valores buscados son $a = 1$, $b = -3$ y $c = -9$. La función queda $f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x - 3$.

Hemos visto que a debe ser negativo y nos ha salido positivo. Hay un pequeño error en el enunciado y el punto $(-1, 2)$ es un máximo relativo y no es un mínimo relativo.



b.2) Despejamos X de la ecuación matricial.

$$C \cdot X = A \cdot B + X \Rightarrow C \cdot X - X = A \cdot B \Rightarrow (C - I)X = A \cdot B \Rightarrow X = (C - I)^{-1} A \cdot B$$

Hallamos la expresión de la matriz $C - I$, comprobamos que tiene inversa y la calculamos.

$$C - I = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$|C - I| = \begin{vmatrix} 2 & 2 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} = 2 \neq 0 \rightarrow \text{Existe la inversa.}$$

$$(C - I)^{-1} = \frac{\text{Adj}((C - I)^T)}{|C - I|} = \frac{\text{Adj} \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}}{2} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1/2 & -1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Calculamos la expresión de la matriz X solución de la ecuación matricial $C \cdot X = A \cdot B + X$.

$$\begin{aligned} X &= (C - I)^{-1} A \cdot B = \begin{pmatrix} 1/2 & -1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 2 & -1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 3 \\ 2 & -1 \end{pmatrix} = \\ &= \begin{pmatrix} 1/2 & -1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1+0+4 & 2+0-2 \\ 2+0+0 & 4-3+0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1/2 & -1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 5 & 0 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2.5-2 & 0-1 \\ 0+2 & 0+1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.5 & -1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

La matriz solución es $X = \begin{pmatrix} 0.5 & -1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$.

Ejercicio 4.- Elige y resuelve sólo uno de los dos apartados siguientes:

Apartado a) En un examen de matemáticas se propone el siguiente problema:

“Indica el punto donde la función $F(x,y)=6x+3y-2$, alcanza el mínimo en la región determinada por las siguientes restricciones: $2x+y \geq 6$; $2x+5y \leq 30$; $2x-y \leq 6$ ”

Laura responde que el mínimo de la función se alcanza en el punto (1,2) y Jesús, por el contrario, que lo hace en el punto (3,0).

a.1) ¿Es exacta la respuesta de Laura? Razona tu respuesta. **(1.25 puntos)**

a.2) ¿Es cierto que el mínimo se alcanza en el punto (3,0)? Razona tu respuesta. **(0.75 puntos)**

a.3) ¿Cuánto vale dicho mínimo? (0.5 puntos) **(0.5 puntos)**

Resolvemos el problema planteado.

Las restricciones son $2x+y \geq 6$; $2x+5y \leq 30$; $2x-y \leq 6$.

Representamos las rectas que delimitan la región del plano que cumple las restricciones (Región factible).

$$2x+y=6$$

$$2x+5y=30$$

$$2x-y=6$$

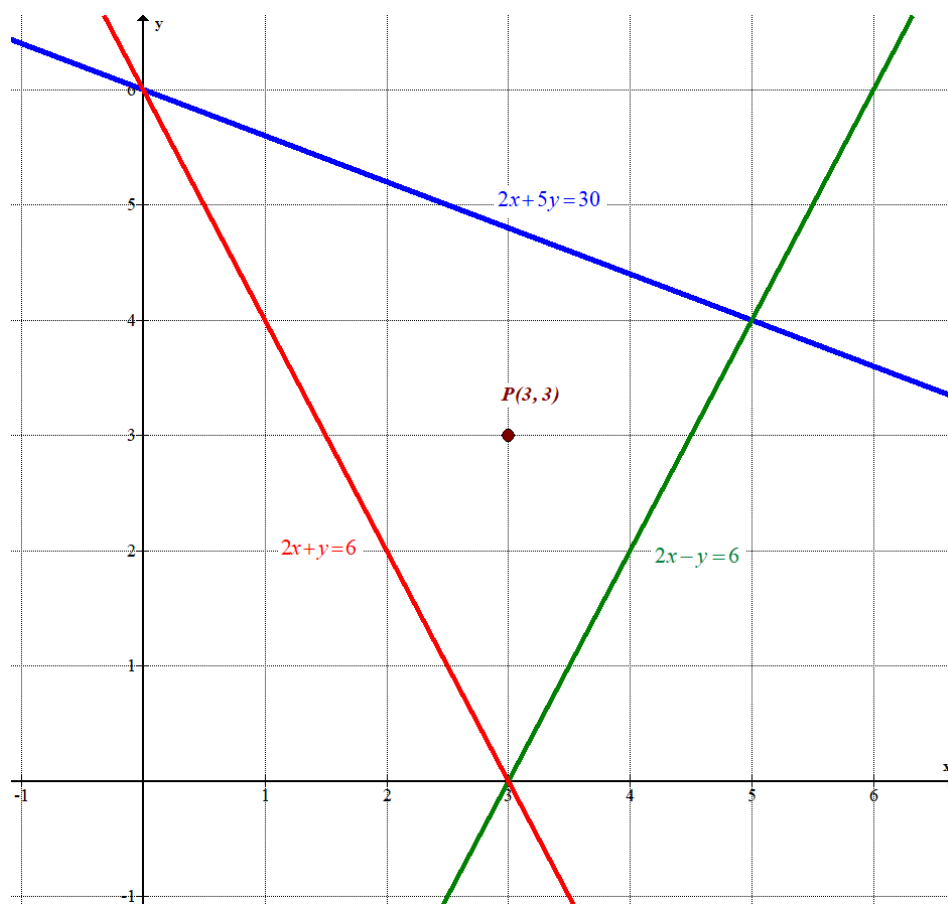
$$x \geq 0; y \geq 0$$

x	y = 6 - 2x
0	6
2	2
3	0

x	y = $\frac{30-2x}{5}$
0	6
5	4
15	0

x	y = 2x - 6
0	-6
3	0
5	4

Primer
cuadrante

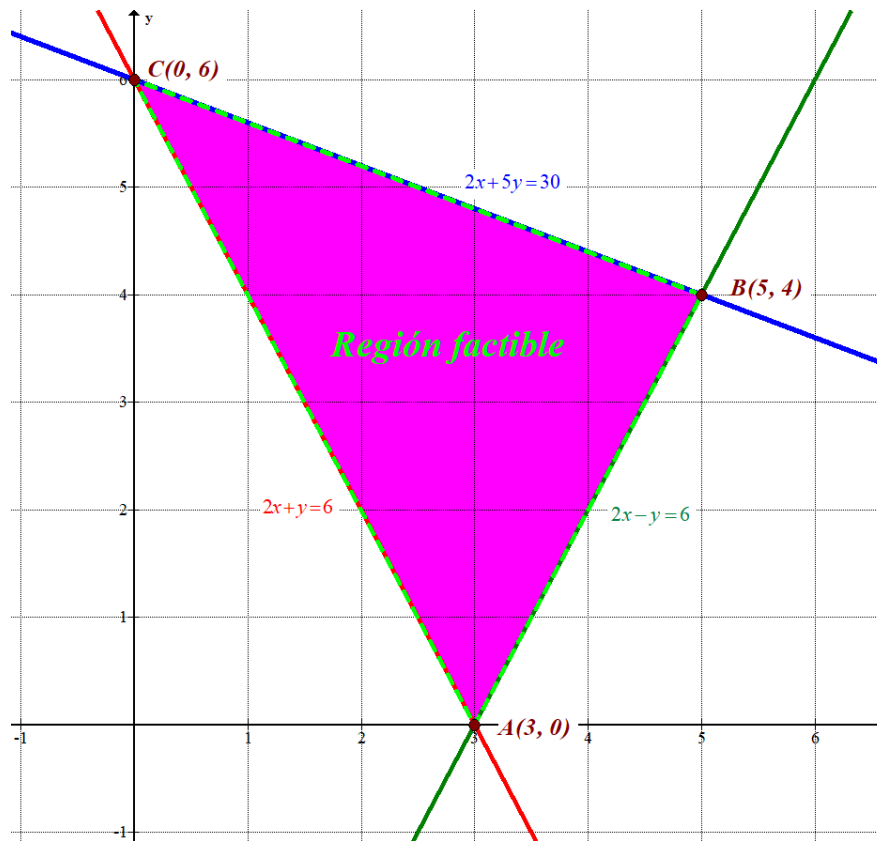


Como las restricciones son $2x+y \geq 6$; $2x+5y \leq 30$; $2x-y \leq 6$ la región factible es la zona situada por debajo de la recta azul y por encima de las rectas roja y verde.

Comprobamos si el punto $P(3, 3)$ perteneciente a esta región cumple las restricciones.

$$\left. \begin{array}{l} 2 \cdot 3 + 3 \geq 6 \\ 2 \cdot 3 + 5 \cdot 3 \leq 30 \\ 2 \cdot 3 - 6 \leq 3 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} 6 + 3 \geq 6 \\ 6 + 15 \leq 30 \\ 6 - 6 \leq 3 \end{array} \right\} \text{ ¡Se cumplen todas! }$$

La región factible es la zona de color rosa del dibujo inferior.



Valoramos la función $F(x, y) = 6x + 3y - 2$ en cada vértice de la región factible en busca del valor mínimo.

$$A(3, 0) \rightarrow F(3, 0) = 6 \cdot 3 + 3 \cdot 0 - 2 = 16 \text{ Mínimo}$$

$$B(5, 4) \rightarrow F(5, 4) = 6 \cdot 5 + 3 \cdot 4 - 2 = 40$$

$$C(0, 6) \rightarrow F(0, 6) = 6 \cdot 0 + 3 \cdot 6 - 2 = 16 \text{ Mínimo}$$

El mínimo es 16 y se alcanza en los vértices A y C.

El valor mínimo es 16 y se alcanza en cualquier punto del segmento $\overline{AC}$.

a.1) La respuesta de Laura no es correcta pues el punto (1, 2) no cumple todas las restricciones:

$$\left. \begin{array}{l} 2x + y \geq 6 \\ (1, 2) \text{ no la cumple} \end{array} \right\} \Rightarrow \text{¡!!!} 2 \cdot 1 + 2 < 6 \text{!!!}$$

a.2) Si es cierto que el valor mínimo se alcanza en el punto (3, 0), aunque no es el único punto de la región que cumple las restricciones donde $F(x, y) = 6x + 3y - 2$ alcanza el valor mínimo.

a.3) El valor mínimo es 16.

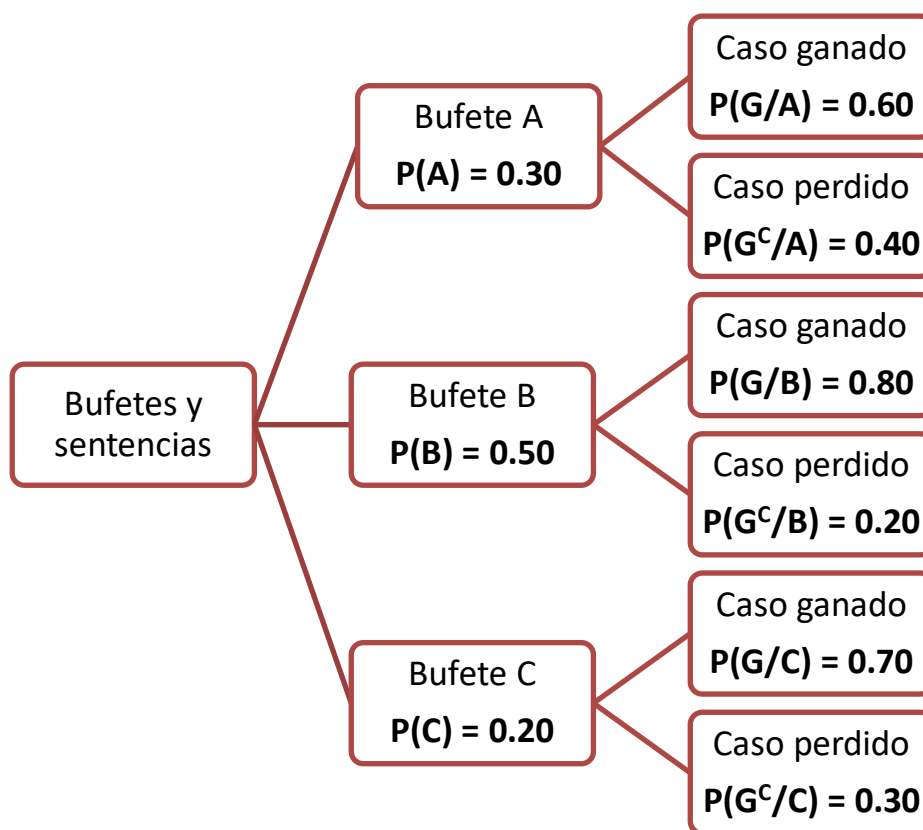
Apartado b) La compañía de seguros SEGURVIDA utiliza tres bufetes de abogados para resolver sus casos legales en los tribunales. El bufete A recibe el 30 % de los casos legales y gana en los tribunales el 60 % de los casos presentados. El bufete B recibe el 50 % de los casos legales y gana el 80 % de los casos presentados y el bufete C recibe el resto de los casos y gana el 70 % de los presentados. Se elige al azar uno de los casos que ha llegado a los tribunales y ya ha sido resuelto. Se pide, de forma razonada:

b.1) ¿Cuál es la probabilidad de que la compañía haya ganado el caso? **(0.75 puntos)**

b.2) Si el caso elegido se ha perdido, calcula la probabilidad de que haya sido defendido por el bufete A. **(0.5 puntos)**

b.3) Si el precio por acción de la compañía de seguros sigue una función de la forma $A(t) = at^3 - 12t^2 + bt$, donde t = tiempo en horas transcurridas desde el inicio, alcanza un máximo en la tercera hora $t = 3$, alcanzando un valor de 54 € la acción en ese instante, encuentra el valor de los parámetros a y b . **(1.25 puntos)**

Realizamos un diagrama de árbol y damos nombre a cada uno de los sucesos.



b.1) Nos piden calcular $P(G)$. Aplicamos el teorema de la probabilidad total.

$$\begin{aligned}
 P(G) &= P(A)P(G/A) + P(B)P(G/B) + P(C)P(G/C) = \\
 &= 0.3 \cdot 0.6 + 0.5 \cdot 0.8 + 0.2 \cdot 0.7 = \boxed{0.72}
 \end{aligned}$$

b.2) Debemos calcular $P(A/G^c)$. Es una probabilidad a posteriori. Aplicamos el teorema de Bayes.

$$P(A/G^c) = \frac{P(A \cap G^c)}{P(G^c)} = \frac{P(A)P(G^c/A)}{1 - P(G)} = \frac{0.3 \cdot 0.4}{1 - 0.72} = \boxed{\frac{3}{7} \approx 0.4286}$$

b.3) Si se alcanza un máximo para $t = 3$ entonces la derivada de la función se anula para este valor $\rightarrow A'(3) = 0$.

Si en ese instante se alcanza un valor de 54 € por acción entonces se cumple que $A(3) = 54$.

$$\left. \begin{array}{l} A(3) = 54 \\ A(t) = at^3 - 12t^2 + bt \end{array} \right\} \Rightarrow 54 = a \cdot 3^3 - 12 \cdot 3^2 + 3b \Rightarrow 54 = 27a - 108 + 3b \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 162 = 27a + 3b \Rightarrow \boxed{54 = 9a + b}$$

$$\left. \begin{array}{l} A'(3) = 0 \\ A'(t) = 3at^2 - 24t + b \end{array} \right\} \Rightarrow 0 = 3a \cdot 3^2 - 24 \cdot 3 + b \Rightarrow \boxed{72 = 27a + b}$$

Reunimos las dos ecuaciones en un sistema y lo resolvemos.

$$\left. \begin{array}{l} 72 = 27a + b \\ 54 = 9a + b \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} 72 - 27a = b \\ 54 - 9a = b \end{array} \right\} \Rightarrow 72 - 27a = 54 - 9a \Rightarrow 18 = 18a \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{a = 1} \Rightarrow \boxed{b = 54 - 9 \cdot 1 = 45}$$

Los valores necesarios para que se cumpla lo pedido son $a = 1$ y $b = 45$.