



Prueba de Acceso a la Universidad (PAU)

Universidad de Extremadura

Curso 2024-2025

Materia: Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales II

Tiempo máximo de la prueba: 1h 30m

Instrucciones para realizar el examen: En algunos apartados existe la posibilidad de elegir entre dos preguntas. En caso de responder a más preguntas o tareas de los establecidos en cada bloque sólo se corregirá el que aparezca físicamente en primer lugar, salvo que aparezca tachado.

Criterios generales: Las respuestas a las preguntas o tareas deben realizarse expresando de forma razonada el proceso seguido en su resolución, con el rigor y la precisión necesarios, usando el lenguaje, la notación y los símbolos matemáticos adecuados, y utilizando argumentos, justificaciones, explicaciones y razonamientos explícitos y coherentes. La mera descripción del planteamiento, sin que se lleve a cabo la resolución de manera efectiva, no es suficiente para obtener una valoración completa de la pregunta o tarea. En las preguntas o tareas en los que se pida expresamente una deducción razonada, la mera aplicación de una fórmula no será suficiente para obtener una valoración completa de los mismos.

Los errores en las operaciones aritméticas elementales se penalizarán con un máximo de 0.25 puntos en cada pregunta o tarea.

Ortografía y redacción: Con carácter general se penalizará la incorrección gramatical de la siguiente manera: Los 2 primeros errores ortográficos no se penalizarán. Se comenzará a deducir 0,10 puntos por cada falta ortográfica a partir de la tercera, hasta alcanzar la máxima penalización de 1 punto. Cuando se repita la misma falta de ortografía se contará como una sola. Por errores en la sintaxis, el vocabulario y la presentación se podrá deducir un máximo de 0.50 puntos.

Materiales: Se permitirá una calculadora no gráfica, no programable. También se podrá utilizar una regla pequeña y bolígrafos de colores (salvo el rojo y verde) para las gráficas.

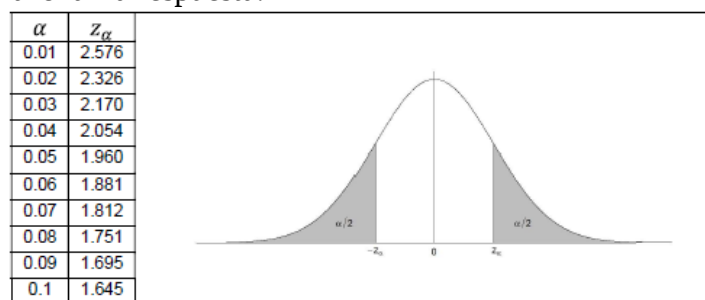
APARTADO A (4 puntos)

Una piscifactoría realiza un estudio de mercado para determinados tipos de pescado (salmones y truchas). Responde, razonadamente, a las siguientes cuestiones que surgieron en el estudio:

A1. Los salmones suponen el 70% de la producción y las truchas el 30% de la producción. El 40% de los salmones se vende en España, el 35% en Portugal y el resto en otros países. En cuanto a las truchas, el 30% se vende en España, el 10% en Portugal y el resto en otros países. Se pide, razonando la respuesta:

- Calcular la probabilidad de que un pescado sea vendido en países distintos de España y Portugal.
- Calcular la probabilidad de que un pescado que sabemos que se ha vendido en Portugal, sea trucha.

A2. Se asume que el precio por kg de estos pescados tiene distribución normal con desviación típica 3 euros. ¿Cuántas pescaderías habrá que visitar como mínimo si se quiere estimar el precio medio mediante un intervalo de confianza, al nivel de confianza del 99%, cuya longitud no sea superior a 4 euros? Razonar la respuesta.



Ejercicio B1: Apartado a) entre 0 y 1 punto, apartado b) entre 0 y 1 punto.

Ejercicio B2: Entre 0 y 2 puntos.

APARTADO B (3 puntos)

Elige uno de los siguientes problemas y resuélvelo, justificando las respuestas:

B1. Dadas las matrices

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ -2 & -5 & x \\ 0 & x & -1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -2 \\ 0 & -2 & 0 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -x \end{pmatrix}$$

se pide, justificando las respuestas:

- Hallar los valores de x para los que no existe la matriz inversa de $A+C$.
- Para $x=3$, obtener la matriz Y que verifica la ecuación matricial $A \cdot Y = C - B \cdot Y$.

B2. Un pastor elabora quesos de oveja y de cabra. Los gastos de producción de cada queso de oveja ascienden a 10€ con unos beneficios de 5€. Por otra parte, fabricar cada queso de cabra le cuesta 15€ y le reporta unos beneficios de 11€. Se sabe que diariamente dispone de 300€ para la fabricación de estos quesos y que, para atender a las exigencias del mercado, debe fabricar, al menos, un total de 25 unidades entre los dos tipos de queso. Además, por normativa sanitaria, el número de quesos de oveja más el doble de los de cabra no puede superar las 30 unidades. Calcular, razonando la respuesta, el número de quesos de cada tipo que deben fabricarse diariamente para obtener unos beneficios máximos, así como el valor de dichos beneficios máximos

Ejercicio B1: Apartado a) entre 0 y 1 punto, apartado b) entre 0 y 2 puntos.

Ejercicio B2: Entre 0 y 3 puntos.

APARTADO C (3 puntos)

Elige uno de los siguientes problemas y resuélvelo, justificando las respuestas:

C1. Los ingresos $I(t)$ y gastos $G(t)$ (en miles de euros) de un establecimiento desde el primer al sexto mes que lleva abierto dependen del tiempo, en meses, según las funciones:

$$I(t) = 3t^3 + 10Bt, \quad G(t) = 2t^3 + 3At^2 + Bt \quad 1 \leq t \leq 6$$

Se pide, justificando la respuesta:

- Calcular la función $F(t)$ que relaciona los beneficios con el tiempo.
- Determinar, razonando la respuesta, las constantes A y B sabiendo que el beneficio máximo fue de 112 mil euros y se alcanzó a los 4 meses desde la apertura.
- Para los valores de A y B calculados en el apartado anterior, determinar el momento donde se produce el beneficio mínimo y a cuánto asciende éste.

C2. Calcular de forma razonada:

- El área encerrada por la función $f(x) = x^2 - 2x$ y el eje OX entre $x = -1$ y $x = 4$.
- Las asíntotas de la función:

$$g(x) = \frac{2x-4}{x^2-2x}$$

Ejercicio C1: Apartado a) entre 0 y 0.5 puntos, apartado b) entre 0 y 1.5 puntos, apartado c) entre 0 y 1 punto.

Ejercicio C2: Apartado a) entre 0 y 1.5 puntos, apartado b) entre 0 y 1.5 puntos.

SOLUCIONES

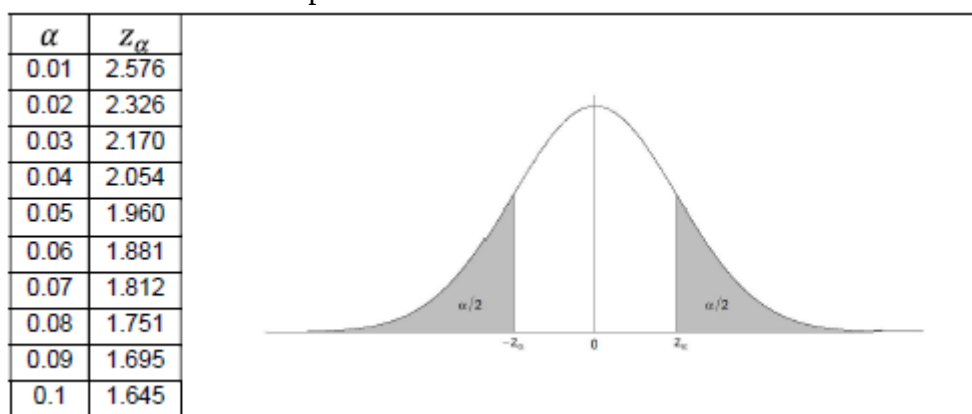
APARTADO A (4 puntos)

Una piscifactoría realiza un estudio de mercado para determinados tipos de pescado (salmones y truchas). Responde, razonadamente, a las siguientes cuestiones que surgieron en el estudio:

A1. Los salmones suponen el 70% de la producción y las truchas el 30% de la producción. El 40% de los salmones se vende en España, el 35% en Portugal y el resto en otros países. En cuanto a las truchas, el 30% se vende en España, el 10% en Portugal y el resto en otros países. Se pide, razonando la respuesta:

- Calcular la probabilidad de que un pescado sea vendido en países distintos de España y Portugal.
- Calcular la probabilidad de que un pescado que sabemos que se ha vendido en Portugal, sea trucha.

A2. Se asume que el precio por kg de estos pescados tiene distribución normal con desviación típica 3 euros. ¿Cuántas pescaderías habrá que visitar como mínimo si se quiere estimar el precio medio mediante un intervalo de confianza, al nivel de confianza del 99%, cuya longitud no sea superior a 4 euros? Razonar la respuesta.



A1. Pasamos los datos a valores absolutos. Supongamos que hay 1000 peces en la piscifactoría, nos da lo mismo suponer otra cantidad, elegimos esta porque no nos va a dar números decimales.

El 70 % de la producción son salmones, es decir, en la piscifactoría hay $0.7 \cdot 1000 = 700$ salmones, el 30% son truchas, es decir, en la piscifactoría hay $0.3 \cdot 1000 = 300$ truchas.

El 40% de los salmones se vende en España ($0.4 \cdot 700 = 280$), el 35% en Portugal ($0.35 \cdot 700 = 245$) y el resto en otros países ($700 - 280 - 245 = 175$).

En cuanto a las truchas, el 30% se vende en España ($0.3 \cdot 300 = 90$), el 10% en Portugal ($0.1 \cdot 300 = 30$) y el resto en otros países ($300 - 90 - 30 = 180$).

Ponemos estos datos en una tabla para tener más fácil acceso a ellos.

	Salmones	Truchas	
España	280	90	370
Portugal	245	30	275
Otros países	175	180	355
	700	300	1000

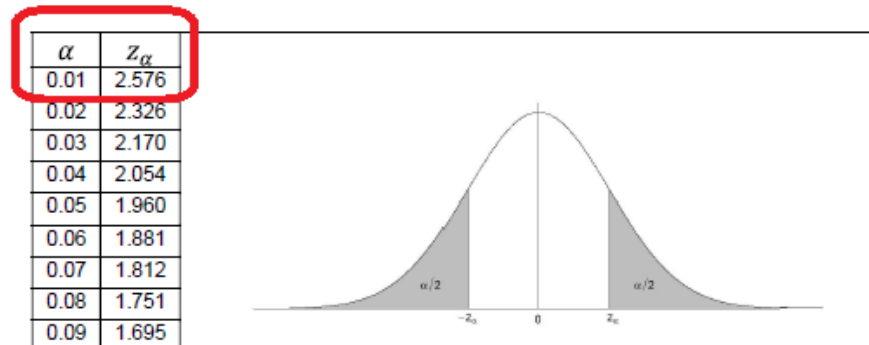
- De los 1000 peces que hemos supuesto que produce la piscifactoría hay 355 que se venden fuera de España y Portugal. La probabilidad de que un pescado sea vendido en países distintos de España y Portugal es de $\frac{355}{1000} = 0.355$.

b) De los 275 peces vendidos en Portugal sabemos que 30 son truchas. La probabilidad de que un pescado vendido en Portugal sea trucha tiene un valor de $\frac{30}{275} = \frac{6}{55} \approx 0.1091$.

A2. Consideramos $X =$ Precio en euros del kg de pescado de la piscifactoría. $X = N(\mu, 3)$

Si la longitud del intervalo de confianza no puede ser superior a 4 euros entonces el error no puede superar los 2 euros.

El nivel de confianza del 99% significa que $1 - \alpha = 0.99 \rightarrow \alpha = 0.01 \rightarrow$



Tenemos que $z_{\alpha} = 2.576$

Utilizamos la fórmula del error del intervalo de confianza.

$$Error = z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \Rightarrow 2 = 2.576 \cdot \frac{3}{\sqrt{n}} \Rightarrow 2 = \frac{7.728}{\sqrt{n}} \Rightarrow \sqrt{n} = \frac{7.728}{2} \Rightarrow \boxed{n = 3.864^2 = 14.93}$$

El tamaño mínimo de la muestra es de 15 pescaderías.

B1. Dadas las matrices

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ -2 & -5 & x \\ 0 & x & -1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -2 \\ 0 & -2 & 0 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -x \end{pmatrix}$$

se pide, justificando las respuestas:

- a) Hallar los valores de x para los que no existe la matriz inversa de $A+C$.
 b) Para $x=3$, obtener la matriz Y que verifica la ecuación matricial $A \cdot Y = C - B \cdot Y$.

a) Obtenemos la expresión de la matriz $A+C$.

$$A+C = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ -2 & -5 & x \\ 0 & x & -1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -x \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 2 \\ -1 & -4 & x \\ 0 & x & -1-x \end{pmatrix}$$

Para que no exista la matriz inversa debe ser su determinante nulo.

$$|A+C|=0 \Rightarrow \begin{vmatrix} 2 & 0 & 2 \\ -1 & -4 & x \\ 0 & x & -1-x \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow 8+8x-2x-2x^2=0 \Rightarrow -2x^2+6x+8=0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x^2-3x-4=0 \Rightarrow x = \frac{3 \pm \sqrt{(-3)^2 - 4(-4)}}{2} = \frac{3 \pm 5}{2} = \begin{cases} \frac{3+5}{2} = 4 = x \\ \frac{3-5}{2} = -1 = x \end{cases}$$

Para $x=-1$ y $x=4$ no existe la matriz inversa de $A+C$.

b) Para $x=3$ las matrices quedan $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ -2 & -5 & 3 \\ 0 & 3 & -1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -2 \\ 0 & -2 & 0 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -3 \end{pmatrix}$.

Despejamos Y en la ecuación matricial.

$$A \cdot Y = C - B \cdot Y \Rightarrow A \cdot Y + B \cdot Y = C \Rightarrow (A+B)Y = C \Rightarrow Y = (A+B)^{-1} C$$

Comprobamos que la matriz $A+B$ es invertible y calculamos su inversa.

$$A+B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ -2 & -5 & 3 \\ 0 & 3 & -1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -2 \\ 0 & -2 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ -2 & -4 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}$$

$$|A+B| = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 2 \\ -2 & -4 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \end{vmatrix} = 4 - 4 - 1 = -1 \neq 0$$

$$\begin{aligned}
 (A+B)^{-1} &= \frac{\text{Adj}\left((A+B)^T\right)}{|A+B|} = \frac{\text{Adj}\begin{pmatrix} 1 & -2 & 0 \\ 0 & -4 & 1 \\ 2 & 1 & -1 \end{pmatrix}}{-1} = - \begin{pmatrix} + \begin{vmatrix} -4 & 1 \\ 1 & -1 \end{vmatrix} & - \begin{vmatrix} 0 & 1 \\ 2 & -1 \end{vmatrix} & + \begin{vmatrix} 0 & -4 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} \\ - \begin{vmatrix} -2 & 0 \\ 1 & -1 \end{vmatrix} & + \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 2 & -1 \end{vmatrix} & - \begin{vmatrix} 1 & -2 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} \\ + \begin{vmatrix} -2 & 0 \\ -4 & 1 \end{vmatrix} & - \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} & + \begin{vmatrix} 1 & -2 \\ 0 & -4 \end{vmatrix} \end{pmatrix} \\
 &= (A+B)^{-1} = - \begin{pmatrix} 3 & 2 & 8 \\ -2 & -1 & -5 \\ -2 & -1 & -4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 & -2 & -8 \\ 2 & 1 & 5 \\ 2 & 1 & 4 \end{pmatrix}
 \end{aligned}$$

Calculamos la expresión de la matriz Y.

$$Y = (A+B)^{-1} C = \begin{pmatrix} -3 & -2 & -8 \\ 2 & 1 & 5 \\ 2 & 1 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3-2 & -2 & 24 \\ 2+1 & 1 & -15 \\ 2+1 & 1 & -12 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -5 & -2 & 24 \\ 3 & 1 & -15 \\ 3 & 1 & -12 \end{pmatrix}$$

B2. Un pastor elabora quesos de oveja y de cabra. Los gastos de producción de cada queso de oveja ascienden a 10€ con unos beneficios de 5€. Por otra parte, fabricar cada queso de cabra le cuesta 15€ y le reporta unos beneficios de 11€. Se sabe que diariamente dispone de 300€ para la fabricación de estos quesos y que, para atender a las exigencias del mercado, debe fabricar, al menos, un total de 25 unidades entre los dos tipos de queso. Además, por normativa sanitaria, el número de quesos de oveja más el doble de los de cabra no puede superar las 30 unidades. Calcular, razonando la respuesta, el número de quesos de cada tipo que deben fabricarse diariamente para obtener unos beneficios máximos, así como el valor de dichos beneficios máximos.

Llamamos “x” al número de quesos de oveja que se fabrica diariamente e “y” al número de quesos de cabra.

“Cada queso de oveja le reporta unos beneficios de 5 € y cada queso de cabra le reporta 11 €” → Los beneficios son $B(x, y) = 5x + 11y$.

Las restricciones son:

“Diariamente dispone de 300€ para la fabricación de estos quesos” → $10x + 15y \leq 300$.

“Debe fabricar, al menos, un total de 25 unidades entre los dos tipos de queso” → $x + y \geq 25$

“El número de quesos de oveja más el doble de los de cabra no puede superar las 30 unidades” → $x + 2y \leq 30$.

Las cantidades deben ser positivas → $x \geq 0, y \geq 0$

Reunimos las restricciones en un sistema de inecuaciones.

$$\left. \begin{array}{l} 10x + 15y \leq 300 \\ x + y \geq 25 \\ x + 2y \leq 30 \\ x \geq 0, y \geq 0 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} 2x + 3y \leq 60 \\ x + y \geq 25 \\ x + 2y \leq 30 \\ x \geq 0, y \geq 0 \end{array} \right\}$$

Dibujamos las rectas que delimitan la región factible.

$$2x + 3y = 60$$

$$x + y = 25$$

$$x + 2y = 30$$

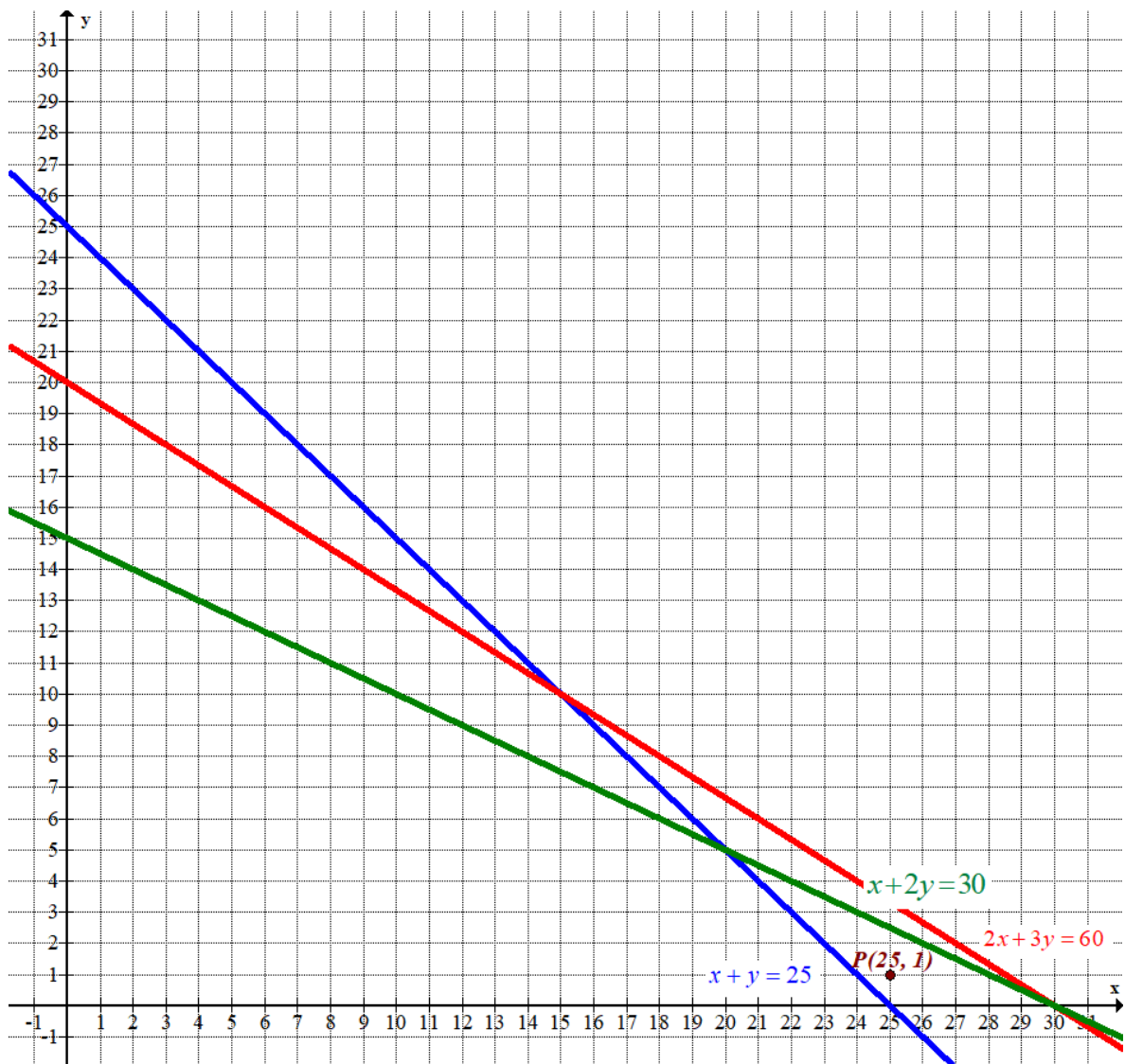
$$x \geq 0, y \geq 0$$

x	$y = \frac{60 - 2x}{3}$
0	20
30	0

x	$y = 25 - x$
0	25
20	5
25	0

x	$y = \frac{30 - x}{2}$
0	15
20	5
30	0

Primer
cuadrante



Como las restricciones son

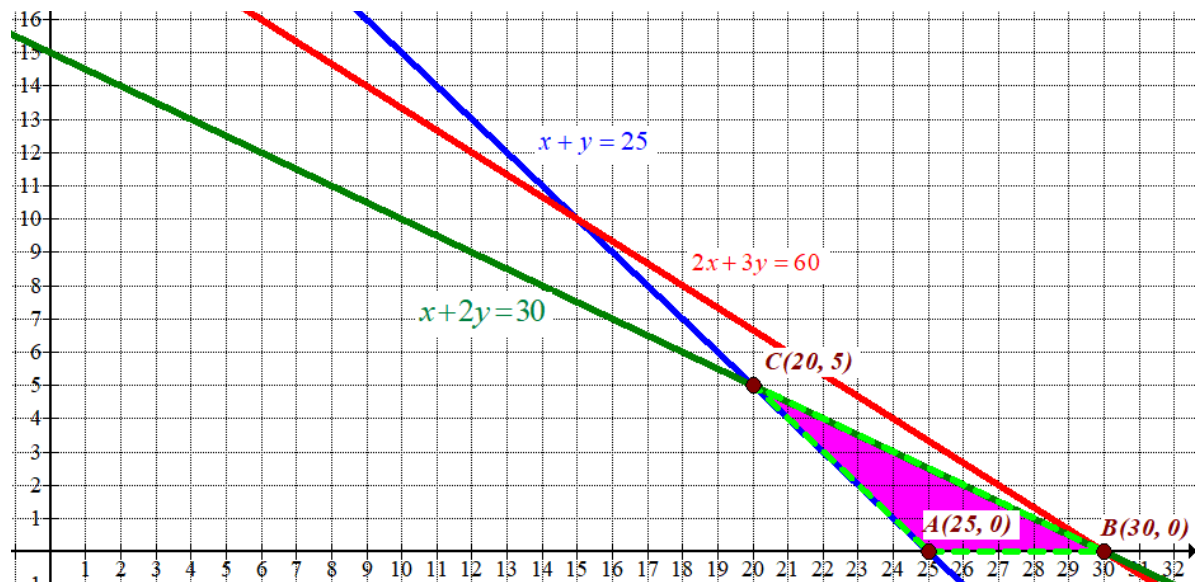
$$\left. \begin{array}{l} 2x + 3y \leq 60 \\ x + y \geq 25 \\ x + 2y \leq 30 \\ x \geq 0, y \geq 0 \end{array} \right\} \text{ la región factible es la región del primer cuadrante que}$$

está por debajo de las rectas roja y verde, y por encima de la recta azul.

Comprobamos que el punto $P(25, 1)$ perteneciente a esta región cumple las restricciones.

$$\left. \begin{array}{l} 2 \cdot 25 + 3 \cdot 1 \leq 60 \\ 25 + 1 \geq 25 \\ 25 + 2 \cdot 1 \leq 30 \\ 25 \geq 0, 1 \geq 0 \end{array} \right\}$$

Se cumplen todas las inecuaciones y la región factible es la indicada. La coloreamos de rosa en el siguiente dibujo e indicamos las coordenadas de sus vértices.



El valor máximo de la función Beneficios $B(x, y) = 5x + 11y$ está situado en uno de sus vértices, averiguamos en cual valorando la función en cada uno de ellos.

$$A(25, 0) \rightarrow B(25, 0) = 5 \cdot 25 + 11 \cdot 0 = 125$$

$$B(30, 0) \rightarrow B(30, 0) = 5 \cdot 30 + 11 \cdot 0 = 150$$

$$C(20, 5) \rightarrow B(20, 5) = 5 \cdot 20 + 11 \cdot 5 = 155 \text{ Máximo}$$

El valor máximo es 155 y se obtiene en el vértice $C(20, 5)$. Significa que se obtienen unos máximos beneficios de 155 euros con la fabricación de 20 quesos de oveja y 5 quesos de cabra.

C1. Los ingresos $I(t)$ y gastos $G(t)$ (en miles de euros) de un establecimiento desde el primer al sexto mes que lleva abierto dependen del tiempo, en meses, según las funciones:

$$I(t) = 3t^3 + 10Bt, \quad G(t) = 2t^3 + 3At^2 + Bt \quad 1 \leq t \leq 6$$

Se pide, justificando la respuesta:

- Calcular la función $F(t)$ que relaciona los beneficios con el tiempo.
- Determinar, razonando la respuesta, las constantes A y B sabiendo que el beneficio máximo fue de 112 mil euros y se alcanzó a los 4 meses desde la apertura.
- Para los valores de A y B calculados en el apartado anterior, determinar el momento donde se produce el beneficio mínimo y a cuánto asciende éste.

a) Los beneficios son la diferencia entre los ingresos y los gastos.

$$F(t) = I(t) - G(t) = 3t^3 + 10Bt - (2t^3 + 3At^2 + Bt) = t^3 - 3At^2 + 9Bt \quad 1 \leq t \leq 6$$

La función beneficios tiene la expresión $F(t) = t^3 - 3At^2 + 9Bt \quad 1 \leq t \leq 6$.

- b) Nos dicen que $B(4) = 112$. Además, como el beneficio es máximo para $t = 4$ la derivada debe anularse para este valor: $F'(4) = 0$.

$$\left. \begin{array}{l} F(4) = 112 \\ F(t) = t^3 - 3At^2 + 9Bt \end{array} \right\} \Rightarrow 112 = 4^3 - 3A \cdot 4^2 + 9B \cdot 4 \Rightarrow 36B - 48A = 48 \Rightarrow \boxed{3B - 4A = 4}$$

$$\left. \begin{array}{l} F'(t) = 3t^2 - 6At + 9B \\ F'(4) = 0 \end{array} \right\} \Rightarrow 0 = 3 \cdot 4^2 - 6A \cdot 4 + 9B \Rightarrow 48 - 24A + 9B = 0 \Rightarrow \boxed{16 - 8A + 3B = 0}$$

Resolvemos el sistema formado por las dos ecuaciones obtenidas.

$$\left. \begin{array}{l} 16 - 8A + 3B = 0 \\ 3B - 4A = 4 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} 16 - 8A + 3B = 0 \\ 3B = 4 + 4A \end{array} \right\} \Rightarrow 16 - 8A + 4 + 4A = 0 \Rightarrow -4A = -20 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{A = 5} \Rightarrow 3B = 4 + 4 \cdot 5 = 24 \Rightarrow \boxed{B = 8}$$

Los valores buscados son $A = 5$ y $B = 8$.

- c) Para $A = 5$ y $B = 8$ la función beneficios queda $F(t) = t^3 - 15t^2 + 72t \quad 1 \leq t \leq 6$.

Averiguamos cuando se anula la derivada.

$$F(t) = t^3 - 15t^2 + 72t \Rightarrow F'(t) = 3t^2 - 30t + 72$$

$$F'(t) = 0 \Rightarrow 3t^2 - 30t + 72 = 0 \Rightarrow t^2 - 10t + 24 = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow t = \frac{10 \pm \sqrt{(-10)^2 - 4 \cdot 24}}{2} = \frac{10 \pm 2}{2} = \left\{ \begin{array}{l} \frac{10+2}{2} = \boxed{6=t} \\ \frac{10-2}{2} = \boxed{4=t} \end{array} \right.$$

En $t = 4$ sabemos que hay un máximo de la función. Sustituimos en la segunda derivada el otro valor obtenido como punto crítico $t = 6$.

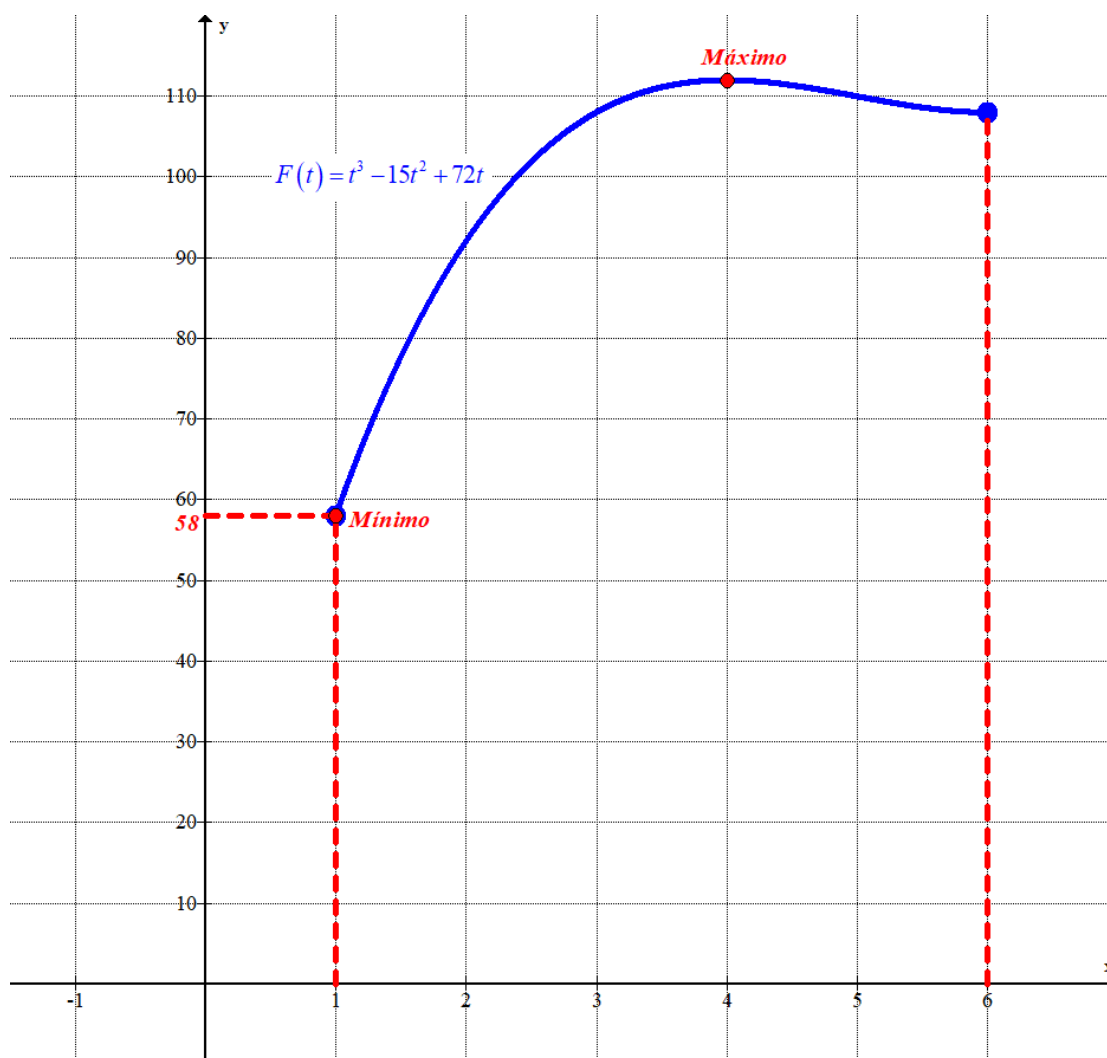
$$F'(t) = 3t^2 - 30t + 72 \Rightarrow F''(t) = 6t - 30 \Rightarrow F''(6) = 6 \cdot 6 - 30 = 6 > 0$$

Como la segunda derivada es positiva la función beneficio presenta un mínimo relativo en $t = 6$.

Valoramos la función en el otro extremo del intervalo para averiguar si en este mes se consigue el máximo absoluto del beneficio.

$$\left. \begin{aligned} F(1) &= 1^3 - 15 \cdot 1^2 + 72 \cdot 1 = 58 \\ F(6) &= 6^3 - 15 \cdot 6^2 + 72 \cdot 6 = 108 \end{aligned} \right\}$$

El beneficio mínimo se alcanza el primer mes con un beneficio de 58 000 euros.



C2. Calcular de forma razonada:

a) El área encerrada por la función $f(x) = x^2 - 2x$ y el eje OX entre $x = -1$ y $x = 4$.

b) Las asíntotas de la función:

$$g(x) = \frac{2x-4}{x^2-2x}$$

a) Hallamos los puntos de corte de la función con el eje OX.

$$\left. \begin{array}{l} f(x) = x^2 - 2x \\ \text{Eje OX} \rightarrow y = 0 \end{array} \right\} \Rightarrow x^2 - 2x = 0 \Rightarrow x(x-2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x - 2 = 0 \rightarrow x = 2 \end{cases}$$

El recinto del cual queremos hallar el área lo dividimos en tres trozos.

El primer trozo calculamos su área como el valor absoluto de la integral definida entre -1 y 0 de la función.

$$\int_{-1}^0 x^2 - 2x dx = \left[\frac{x^3}{3} - x^2 \right]_{-1}^0 = \left[\frac{0^3}{3} - 0^2 \right] - \left[\frac{(-1)^3}{3} - (-1)^2 \right] = \frac{1}{3} + 1 = \frac{4}{3}$$

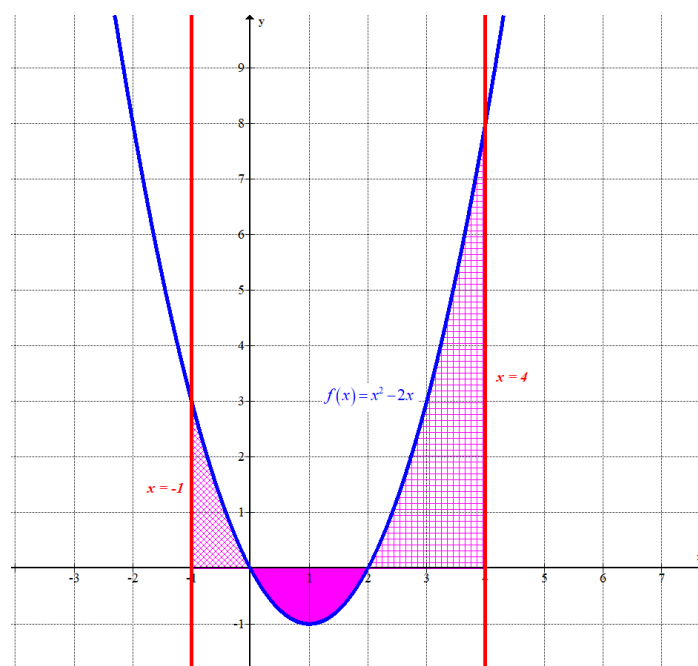
El segundo trozo calculamos su área como el valor absoluto de la integral definida entre 0 y 2 de la función.

$$\int_0^2 x^2 - 2x dx = \left[\frac{x^3}{3} - x^2 \right]_0^2 = \left[\frac{2^3}{3} - 2^2 \right] - \left[\frac{0^3}{3} - 0^2 \right] = \frac{8}{3} - 4 = -\frac{4}{3}$$

Y el tercer trozo calculamos su área como el valor absoluto de la integral definida entre 2 y 4 de la función.

$$\int_2^4 x^2 - 2x dx = \left[\frac{x^3}{3} - x^2 \right]_2^4 = \left[\frac{4^3}{3} - 4^2 \right] - \left[\frac{2^3}{3} - 2^2 \right] = \frac{64}{3} - 16 - \frac{8}{3} + 4 = \frac{20}{3}$$

El área total es la suma de las áreas de los tres trozos y vale $\frac{4}{3} + \frac{4}{3} + \frac{20}{3} = \frac{28}{3} \approx 9.333u^2$.



b) Hallamos el dominio de la función $g(x) = \frac{2x-4}{x^2-2x}$. Como es una función racional su dominio son todos los números reales menos los que anulan el denominador. El dominio es $\mathbb{R} - \{0, 2\}$.

Asíntota vertical. $x = a$

¿ $x = 0$ es asíntota vertical?

$$\lim_{x \rightarrow 0} g(x) = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x-4}{x^2-2x} = \frac{0-4}{0} = \frac{-4}{0} = \infty$$

$x = 0$ es asíntota vertical.

¿ $x = 2$ es asíntota vertical?

$$\lim_{x \rightarrow 2} g(x) = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x-4}{x^2-2x} = \frac{4-4}{0} = \frac{0}{0} = \text{Indeterminación} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{2(x-2)}{x(x-2)} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{2}{x} = 1$$

$x = 2$ NO es asíntota vertical.

Asíntota horizontal. $y = b$

$$b = \lim_{x \rightarrow \infty} g(x) = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x-4}{x^2-2x} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2(x-2)}{x(x-2)} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2}{x} = \frac{2}{\infty} = 0$$

$y = 0$ es asíntota horizontal.

Asíntota oblicua. $y = mx + n$

Como la función tiene una asíntota horizontal no puede tener asíntota oblicua.

