



USaP
2024/25
2025eko EZOHIOA

PAU
2024/25
EXTRAORDINARIA 2025



GIZARTE ZIENTZIEI
APLIKATUTAKO
MATEMATIKA II

MATEMÁTICAS
APLICADAS A LAS
CC SOCIALES II

INSTRUCCIONES PARA EL EXAMEN

- El examen consta de cinco problemas:
 - o **El problema 1 es competencial y de respuesta obligatoria.**
 - o **Elegir tres problemas de los cuatro restantes. En cada uno de estos problemas elegidos se responderá a uno de los dos apartados.**
- En caso de responder a más preguntas de las estipuladas, las respuestas se corregirán en orden hasta llegar al número necesario.
- Está permitido el uso de calculadoras científicas **que no presenten** ninguna de las siguientes prestaciones:
 - o pantalla gráfica
 - o posibilidad de transmitir datos
 - o programable
 - o resolución de ecuaciones
 - o operaciones con matrices
 - o cálculo de determinantes
 - o derivadas e integrales
 - o almacenamiento de datos alfanuméricos.
- **Observación importante:** No se permitirá el uso de lapicero ni de bolígrafo rojo para la elaboración de la prueba.
- **No olvides incluir el código en cada una de las hojas del examen.**

PROBLEMA 1 [2,5 puntos]

La creación de una nueva fragancia requiere paciencia, una buena nariz y el conocimiento especial de la proporción justa de esencias de plantas y disolventes, como el alcohol etílico o el agua.

La elaboración empieza con la disolución del alcohol con un poco de agua. Después se agrega el deseado aceite esencial a base de extractos de flores y se mezcla todo para que macere. El alcohol etílico es el componente principal de los perfumes en cuanto a concentración. Es la sustancia que diluye el concentrado del perfume para que pueda aplicarse sobre la piel.

Una empresa fabrica dos tipos de perfume: A y B. El perfume A contiene un 5 % de extracto de rosas y un 10 % de alcohol por litro, mientras que un litro del perfume B se fabrica con un 10 % de extracto de rosas y un 15 % de alcohol.

A mayor porcentaje de alcohol en la mezcla con los extractos de rosas, más volátil es la fragancia, menos fijación tiene y menor es su intensidad, siendo, por tanto, de una menor calidad. Así, el precio de venta del perfume A es de 24 €/L y el del perfume B es de 40 €/L. La empresa quiere organizar la producción de forma óptima a partir de su disponibilidad de materia prima, que en un mes cualquiera es de 70 litros de extracto de rosas y de 120 litros de alcohol.

- [2 puntos] ¿Cuántos litros de cada perfume convendría fabricar para que el ingreso por la venta de la producción sea máximo?
- [0, 5 puntos] ¿Cuál sería dicho ingreso?

PROBLEMA 2

En caso de elegir este problema hay que responder a uno de estos dos apartados:

APARTADO 2.1 o APARTADO 2.2

APARTADO 2.1 [2,5 puntos]

El cajero automático de un banco sólo dispone de billetes de 10, 20 y 50 euros. Hemos sacado 290 euros del banco y el cajero automático nos ha entregado exactamente 8 billetes. Además, el número de billetes de 10 euros es el doble que el de 20 euros.

- [1 punto] Plantea el sistema de ecuaciones lineales asociado a este problema para obtener el número de billetes de cada tipo que nos ha entregado el cajero automático.
- [1, 5 puntos] Resuelve el sistema de ecuaciones lineales.

APARTADO 2.2 [2,5 puntos]

Sea el sistema de ecuaciones lineales:

$$\begin{cases} 3x - 2y - 2z = 3 \\ x - z = 1 \\ 2y - z = 0 \end{cases}$$

- [0, 4 puntos] Exprésalo a través de una ecuación matricial.
- [0, 8 puntos] ¿La matriz de los coeficientes posee inversa? Razona tu respuesta.
- [1, 3 puntos] Resuelve el sistema de ecuaciones lineales.

PROBLEMA 3

**En caso de elegir este problema hay que responder a uno de estos dos apartados:
APARTADO 3.1 o APARTADO 3.2**

APARTADO 3.1 [2,5 puntos]

Se ha observado que las ganancias/pérdidas obtenidas en un juego determinado están relacionadas con el tiempo invertido en el mismo, y que se expresan a través de la siguiente función:

$$G(t) = \frac{100t}{t^2 + 400}$$

donde t es el tiempo transcurrido (en minutos) y $G(t)$ son las ganancias/pérdidas (en miles de euros).

- [1 punto]** Calcula cuánto tiempo hay que estar jugando para ganar lo máximo posible y cuál es dicha cantidad máxima.
- [0, 4 puntos]** Cuanto más tiempo se dedica a jugar, ¿más dinero se gana? Razona la respuesta.
- [0, 4 puntos]** ¿Puede llegarse a perder dinero en caso de jugar mucho tiempo? Razona la respuesta.
- [0, 7 puntos]** ¿Cuál es la tendencia de la evolución de las ganancias/pérdidas? ¿La relacionas con alguna característica de la función?

APARTADO 3.2 [2,5 puntos]

Sea $f(x)$ la siguiente función:

$$f(x) = \begin{cases} x+2 & \text{si } -2 \leq x < 0 \\ -x+2 & \text{si } 0 \leq x < 2 \\ x^2 - 4x + 4 & \text{si } 2 \leq x \leq 4 \end{cases}$$

- [1 punto]** Analiza la continuidad de la función en el intervalo $(-2, 4)$.
- [0, 5 puntos]** Realiza la representación gráfica de la función.
- [1 punto]** Calcula el área comprendida entre la función y el eje de abscisas OX.

PROBLEMA 4

**En caso de elegir este problema hay que responder a uno de estos dos apartados:
APARTADO 4.1 o APARTADO 4.2**

APARTADO 4.1 [2,5 puntos]

Sobre una mesa tengo tres cajas con botones: la primera caja tiene 3 botones, la segunda 5 botones y la tercera 4 botones. Cada una de las cajas contiene sólo un botón rojo.

Si elijo una caja al azar y extraigo de ella un botón al azar:

- [0, 9 puntos]** Calcula la probabilidad de que sea un botón rojo.
- [0, 9 puntos]** Si he sacado un botón rojo, ¿cuál es la probabilidad de que haya sido extraído de la primera caja?
- [0, 7 puntos]** Juntamos los botones de las tres cajas en una bolsa de la que extraemos con reemplazamiento cuatro botones al azar, ¿cuál es la probabilidad de que tres sean rojos?

APARTADO 4.2 [2,5 puntos]

En un juego se sortea cada día un premio utilizando papeletas numeradas del 000 al 999.

- [0, 5 puntos]** Calcula la probabilidad de que el número premiado termine en 5.
- [0, 5 puntos]** Calcula la probabilidad de que el número premiado termine en 55.
- [0, 4 puntos]** Sabiendo que ayer salió premiado un número terminado en 5, calcular la probabilidad de que el número premiado hoy también termine en 5.

- d) [**0, 3 puntos**] ¿Cuál es la probabilidad de que el número premiado sea capicúa?
- e) [**0, 8 puntos**] Entre las papeletas numeradas, encuentra aquella cuyo número cumple la siguiente condición: si sumamos dicho número y 25 veces su inverso la suma que se obtiene es la mínima.

PROBLEMA 5

En caso de elegir este problema hay que responder a uno de estos dos apartados:

APARTADO 5.1 o APARTADO 5.2**APARTADO 5.1 [2,5 puntos]**

En un determinado mes el tiempo diario de conexión a una determinada aplicación de inteligencia artificial del alumnado de una cierta universidad sigue una distribución normal de media 210 minutos y de varianza 144 minutos².

- a) [**1 punto**] Obtén el intervalo característico para el 80 %.
- b) [**0, 3 puntos**] ¿Cuál es la probabilidad de que el tiempo de conexión en un día sea superior a 228 minutos?
- c) [**0, 8 puntos**] ¿Cuál es la probabilidad de que el tiempo de conexión en un día esté entre 200 y 210 minutos?
- d) [**0, 4 puntos**] Seleccionada una muestra aleatoria simple de tamaño 30, ¿cuál es la probabilidad de que el tiempo medio diario de conexión a la aplicación de inteligencia artificial sea inferior a 207 minutos?

APARTADO 5.2 [2,5 puntos]

Lanzamos 6.000 veces un dado equilibrado de seis caras.

- a) [**0, 9 puntos**] Calcula la probabilidad de que el número de veces que salga el cinco sea superior a 1.500.
- b) [**0, 9 puntos**] Calcula la probabilidad de que el número de veces que salga el cinco esté comprendido entre 1.000 y 1.100 (incluidos los valores extremos del intervalo).

Consideramos ahora que tenemos un dado cargado. Este dado cumple que la probabilidad de que salga un número impar es el triple de la probabilidad de que salga un número par.

- c) [**0, 7 puntos**] Si se lanza dos veces este dado cargado, ¿cuál es la probabilidad de que en ambos lanzamientos se obtenga un número impar?



$N(0, 1)$ kurbak $-\infty$ -tik z -raino mugatutako azalerak

Áreas limitadas por la curva $N(0, 1)$ desde $-\infty$ hasta z

	0'00	0'01	0'02	0'03	0'04	0'05	0'06	0'07	0'08	0'09
0'0	0'5000	0'5040	0'5080	0'5120	0'5160	0'5199	0'5239	0'5279	0'5319	0'5359
0'1	0'5398	0'5438	0'5478	0'5517	0'5557	0'5596	0'5636	0'5675	0'5714	0'5753
0'2	0'5793	0'5832	0'5871	0'5910	0'5948	0'5987	0'6026	0'6064	0'6103	0'6141
0'3	0'6179	0'6217	0'6255	0'6293	0'6331	0'6368	0'6406	0'6443	0'6480	0'6517
0'4	0'6554	0'6591	0'6628	0'6664	0'6700	0'6736	0'6772	0'6808	0'6844	0'6879
0'5	0'6915	0'6950	0'6985	0'7019	0'7054	0'7088	0'7123	0'7157	0'7190	0'7224
0'6	0'7257	0'7291	0'7324	0'7357	0'7389	0'7422	0'7454	0'7486	0'7517	0'7549
0'7	0'7580	0'7611	0'7642	0'7673	0'7704	0'7734	0'7764	0'7794	0'7823	0'7852
0'8	0'7881	0'7910	0'7939	0'7967	0'7995	0'8023	0'8051	0'8078	0'8106	0'8133
0'9	0'8159	0'8186	0'8212	0'8238	0'8264	0'8289	0'8315	0'8340	0'8365	0'8389
1'0	0'8413	0'8438	0'8461	0'8485	0'8508	0'8531	0'8554	0'8577	0'8599	0'8621
1'1	0'8643	0'8665	0'8686	0'8708	0'8729	0'8749	0'8770	0'8790	0'8810	0'8830
1'2	0'8849	0'8869	0'8888	0'8907	0'8925	0'8944	0'8962	0'8980	0'8997	0'9015
1'3	0'9032	0'9049	0'9066	0'9082	0'9099	0'9115	0'9131	0'9147	0'9162	0'9177
1'4	0'9192	0'9207	0'9222	0'9236	0'9251	0'9265	0'9279	0'9292	0'9306	0'9319
1'5	0'9332	0'9345	0'9357	0'9370	0'9382	0'9394	0'9406	0'9418	0'9429	0'9441
1'6	0'9452	0'9463	0'9474	0'9484	0'9495	0'9505	0'9515	0'9525	0'9535	0'9545
1'7	0'9554	0'9564	0'9573	0'9582	0'9591	0'9599	0'9608	0'9616	0'9625	0'9633
1'8	0'9641	0'9649	0'9656	0'9664	0'9671	0'9678	0'9686	0'9693	0'9699	0'9706
1'9	0'9713	0'9719	0'9726	0'9732	0'9738	0'9744	0'9750	0'9756	0'9761	0'9767
2'0	0'9772	0'9778	0'9783	0'9788	0'9793	0'9798	0'9803	0'9808	0'9812	0'9817
2'1	0'9821	0'9826	0'9830	0'9834	0'9838	0'9842	0'9846	0'9850	0'9854	0'9857
2'2	0'9861	0'9864	0'9868	0'9871	0'9875	0'9878	0'9881	0'9884	0'9887	0'9890
2'3	0'9893	0'9896	0'9898	0'9901	0'9904	0'9906	0'9909	0'9911	0'9913	0'9916
2'4	0'9918	0'9920	0'9922	0'9925	0'9927	0'9929	0'9931	0'9932	0'9934	0'9936
2'5	0'9938	0'9940	0'9941	0'9943	0'9945	0'9946	0'9948	0'9949	0'9951	0'9952
2'6	0'9953	0'9955	0'9956	0'9957	0'9959	0'9960	0'9961	0'9962	0'9963	0'9964
2'7	0'9965	0'9966	0'9967	0'9968	0'9969	0'9970	0'9971	0'9972	0'9973	0'9974
2'8	0'9974	0'9975	0'9976	0'9977	0'9977	0'9978	0'9979	0'9979	0'9980	0'9981
2'9	0'9981	0'9982	0'9982	0'9983	0'9984	0'9984	0'9985	0'9985	0'9986	0'9986
3'0	0'9987	0'9987	0'9987	0'9988	0'9988	0'9989	0'9989	0'9989	0'9990	0'9990
3'1	0'9990	0'9991	0'9991	0'9991	0'9992	0'9992	0'9992	0'9992	0'9993	0'9993
3'2	0'9993	0'9993	0'9994	0'9994	0'9994	0'9994	0'9994	0'9995	0'9995	0'9995
3'3	0'9995	0'9995	0'9995	0'9996	0'9996	0'9996	0'9996	0'9996	0'9996	0'9997
3'4	0'9997	0'9997	0'9997	0'9997	0'9997	0'9997	0'9997	0'9997	0'9997	0'9998
3'5	0'9998	0'9998	0'9998	0'9998	0'9998	0'9998	0'9998	0'9998	0'9998	0'9998
3'6	0'9998	0'9998	0'9999	0'9999	0'9999	0'9999	0'9999	0'9999	0'9999	0'9999
3'7	0'9999	0'9999	0'9999	0'9999	0'9999	0'9999	0'9999	0'9999	0'9999	0'9999
3'8	0'9999	0'9999	0'9999	0'9999	0'9999	0'9999	0'9999	0'9999	0'9999	0'9999
3'9	1'0000	1'0000	1'0000	1'0000	1'0000	1'0000	1'0000	1'0000	1'0000	1'0000

Soluciones

PROBLEMA 1 [2,5 puntos]

La creación de una nueva fragancia requiere paciencia, una buena nariz y el conocimiento especial de la proporción justa de esencias de plantas y disolventes, como el alcohol etílico o el agua.

La elaboración empieza con la disolución del alcohol con un poco de agua. Después se agrega el deseado aceite esencial a base de extractos de flores y se mezcla todo para que macere. El alcohol etílico es el componente principal de los perfumes en cuanto a concentración. Es la sustancia que diluye el concentrado del perfume para que pueda aplicarse sobre la piel.

Una empresa fabrica dos tipos de perfume: A y B. El perfume A contiene un 5 % de extracto de rosas y un 10 % de alcohol por litro, mientras que un litro del perfume B se fabrica con un 10 % de extracto de rosas y un 15 % de alcohol.

A mayor porcentaje de alcohol en la mezcla con los extractos de rosas, más volátil es la fragancia, menos fijación tiene y menor es su intensidad, siendo, por tanto, de una menor calidad. Así, el precio de venta del perfume A es de 24 €/L y el del perfume B es de 40 €/L.

La empresa quiere organizar la producción de forma óptima a partir de su disponibilidad de materia prima, que en un mes cualquiera es de 70 litros de extracto de rosas y de 120 litros de alcohol.

a) [2 puntos] ¿Cuántos litros de cada perfume convendría fabricar para que el ingreso por la venta de la producción sea máximo?

b) [0, 5 puntos] ¿Cuál sería dicho ingreso?

a) Llamamos “x” a los litros de perfume A elaborados en un mes e “y” a los litros de perfume B.

Hacemos una tabla con los datos del ejercicio.

	Extracto de rosas	Alcohol	Ingresos
Litros de perfume A (x)	0.05x	0.10x	24x
Litros de perfume B (y)	0.10y	0.15y	40y
TOTALES	0.05x + 0.1y	0.1x + 0.15y	24x + 40y
DISPONIBILIDAD	70 litros	120 litros	

La función a maximizar son los ingresos $I(x, y) = 24x + 40y$.

Las restricciones del problema que definen la región factible son:

“La empresa dispone de 70 litros de extracto de rosas y de 120 litros de alcohol” $\rightarrow$
 $0.05x + 0.1y \leq 70$, $0.1x + 0.15y \leq 120$.

Las cantidades deben ser positivas $\rightarrow x \geq 0$; $y \geq 0$

Reunimos las inecuaciones en un sistema:

$$\left. \begin{array}{l} 0.05x + 0.1y \leq 70 \\ 0.1x + 0.15y \leq 120 \\ x \geq 0; y \geq 0 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} x + 2y \leq 1400 \\ 2x + 3y \leq 2400 \\ x \geq 0; y \geq 0 \end{array} \right\}$$

Dibujamos las rectas asociadas a las inecuaciones.

$$x + 2y = 1400$$

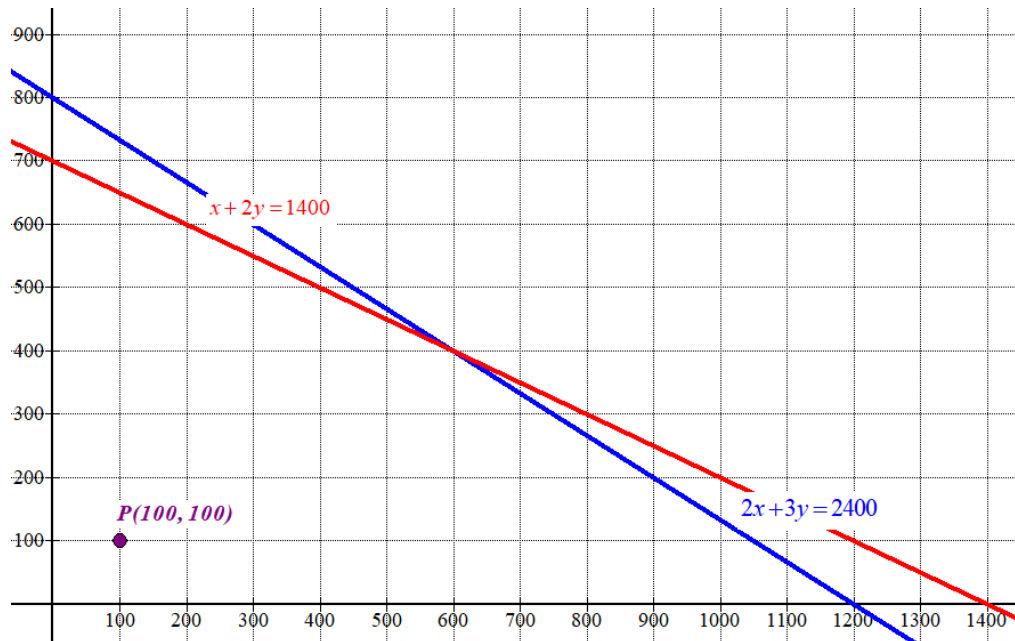
x	$y = \frac{1400 - x}{2}$
0	700
600	400
1400	0

$$2x + 3y = 2400$$

x	$y = \frac{2400 - 2x}{3}$
0	800
600	400
1200	0

$$x \geq 0; y \geq 0$$

Primer
cuadrante



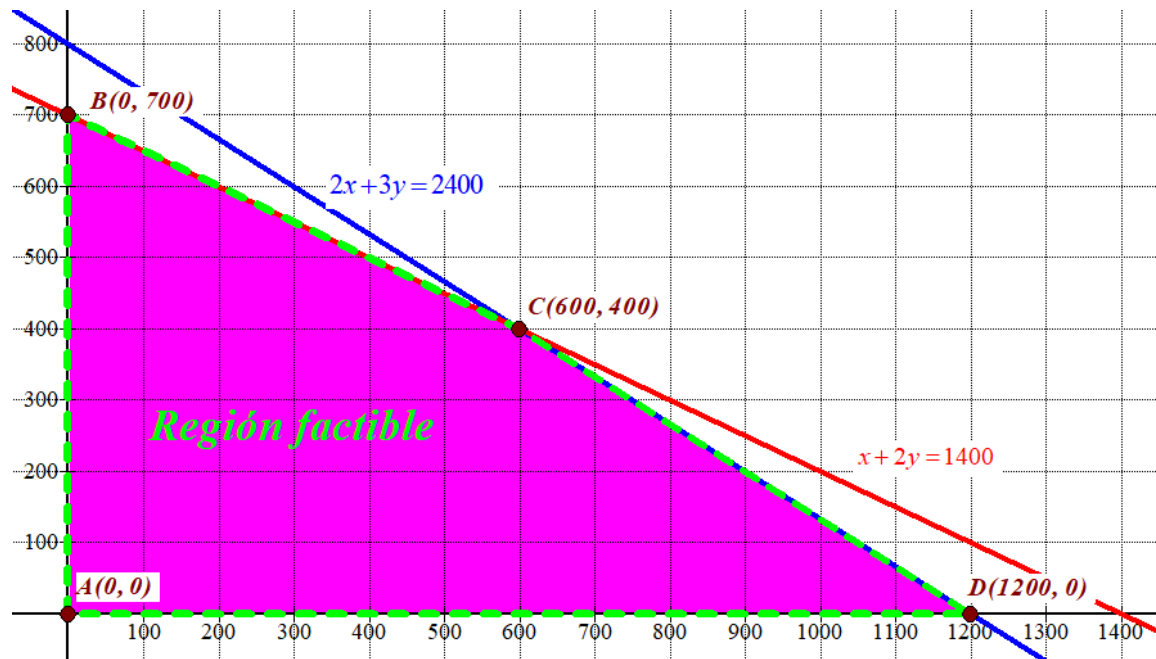
Como las restricciones son $\left. \begin{array}{l} x + 2y \leq 1400 \\ 2x + 3y \leq 2400 \\ x \geq 0; y \geq 0 \end{array} \right\}$ la región factible es la región del primer

cuadrante situada por debajo de las rectas azul y roja.

Comprobamos que el punto $P(100, 100)$ perteneciente a esta región cumple las restricciones.

$$\left. \begin{array}{l} 100 + 200 \leq 1400 \\ 200 + 300 \leq 2400 \\ 100 \geq 0; 100 \geq 0 \end{array} \right\} \text{ ¡Se cumplen todas! }$$

Coloreamos de rosa la región factible en el siguiente dibujo.



Valoramos la función ingresos $I(x, y) = 24x + 40y$ en cada uno de los vértices de la región factible en busca del valor máximo.

$$A(0, 0) \rightarrow I(0, 0) = 0 \text{ €}$$

$$B(0, 700) \rightarrow I(0, 700) = 24 \cdot 0 + 40 \cdot 700 = 28000$$

$$C(600, 400) \rightarrow I(600, 400) = 24 \cdot 600 + 40 \cdot 400 = 30400 \text{ Máximo}$$

$$D(1200, 0) \rightarrow I(1200, 0) = 24 \cdot 1200 + 40 \cdot 0 = 28800$$

Los máximos ingresos que se puede obtener en la región factible se obtienen en el punto C(600, 400).

Los máximos ingresos se obtienen con la elaboración de 600 litros de perfume A y 400 litros de perfume B.

b) Los máximos ingresos que se pueden obtener tienen un valor de 30 400 €.

APARTADO 2.1 [2,5 puntos]

El cajero automático de un banco sólo dispone de billetes de 10, 20 y 50 euros. Hemos sacado 290 euros del banco y el cajero automático nos ha entregado exactamente 8 billetes. Además, el número de billetes de 10 euros es el doble que el de 20 euros.

- a) [1 punto] Plantea el sistema de ecuaciones lineales asociado a este problema para obtener el número de billetes de cada tipo que nos ha entregado el cajero automático.
- b) [1, 5 puntos] Resuelve el sistema de ecuaciones lineales.

- a) Llamamos x , y , z al número de billetes de 10, 20 y 50 euros respectivamente que hemos sacado del cajero.

Obtenemos las ecuaciones partiendo de la información proporcionada en el problema.

“El cajero automático nos ha entregado exactamente 8 billetes” $\rightarrow x + y + z = 8$.

“Hemos sacado 290 euros del banco” $\rightarrow 10x + 20y + 50z = 290$.

“El número de billetes de 10 euros es el doble que el de 20 euros” $\rightarrow x = 2y$.

Reunimos todas las ecuaciones en un sistema.

$$\left. \begin{array}{l} x + y + z = 8 \\ 10x + 20y + 50z = 290 \\ x = 2y \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} x + y + z = 8 \\ x + 2y + 5z = 29 \\ x = 2y \end{array} \right\}$$

- b) Resolvemos el sistema.

$$\left. \begin{array}{l} x + y + z = 8 \\ x + 2y + 5z = 29 \\ x = 2y \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} 2y + y + z = 8 \\ 2y + 2y + 5z = 29 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} 3y + z = 8 \\ 4y + 5z = 29 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} z = 8 - 3y \\ 4y + 5z = 29 \end{array} \right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 4y + 5(8 - 3y) = 29 \Rightarrow 4y + 40 - 15y = 29 \Rightarrow -11y = -11 \Rightarrow \boxed{y = 1} \Rightarrow \begin{cases} \boxed{x = 2 \cdot 1 = 2} \\ \boxed{z = 8 - 3 \cdot 1 = 5} \end{cases}$$

Hemos sacado 2 billetes de 10 €, 1 billete de 20 € y 5 de 50 €.

APARTADO 2.2 [2,5 puntos]

Sea el sistema de ecuaciones lineales:

$$\begin{cases} 3x - 2y - 2z = 3 \\ x - z = 1 \\ 2y - z = 0 \end{cases}$$

- a) [0, 4 puntos] Exprésalo a través de una ecuación matricial.
 b) [0, 8 puntos] ¿La matriz de los coeficientes posee inversa? Razona tu respuesta.
 c) [1, 3 puntos] Resuelve el sistema de ecuaciones lineales.

a) Hallamos la expresión matricial del sistema.

$$\begin{cases} 3x - 2y - 2z = 3 \\ x - z = 1 \\ 2y - z = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{pmatrix} 3 & -2 & -2 \\ 1 & 0 & -1 \\ 0 & 2 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \Rightarrow AX = B$$

La matriz de coeficientes asociada al sistema es $A = \begin{pmatrix} 3 & -2 & -2 \\ 1 & 0 & -1 \\ 0 & 2 & -1 \end{pmatrix}$ y la matriz ampliada

$$\text{es } A/B = \begin{pmatrix} 3 & -2 & -2 & 3 \\ 1 & 0 & -1 & 1 \\ 0 & 2 & -1 & 0 \end{pmatrix}.$$

b) Calculamos el determinante de A.

$$|A| = \begin{vmatrix} 3 & -2 & -2 \\ 1 & 0 & -1 \\ 0 & 2 & -1 \end{vmatrix} = 0 + 0 - 4 - 0 - 2 + 6 = 0$$

Al ser el determinante de A nulo esta matriz no tiene inversa.

c) Resolvemos el sistema.

$$\begin{cases} 3x - 2y - 2z = 3 \\ x - z = 1 \\ 2y - z = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3x - 2y - 2z = 3 \\ x = 1 + z \\ 2y - z = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3(1+z) - 2y - 2z = 3 \\ 2y - z = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3 + 3z - 2y - 2z = 3 \\ 2y - z = 0 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} -2y + z = 0 \\ 2y - z = 0 \end{cases} \Rightarrow 2y - z = 0 \Rightarrow \boxed{z = 2y} \Rightarrow \boxed{x = 1 + 2y} \Rightarrow \boxed{\begin{cases} x = 1 + 2\lambda \\ y = \lambda \\ z = 2\lambda \end{cases} ; \lambda \in \mathbb{R}}$$

Las infinitas soluciones del sistema tienen la expresión $\begin{cases} x = 1 + 2\lambda \\ y = \lambda \\ z = 2\lambda \end{cases} ; \lambda \in \mathbb{R}.$

APARTADO 3.1 [2,5 puntos]

Se ha observado que las ganancias/pérdidas obtenidas en un juego determinado están relacionadas con el tiempo invertido en el mismo, y que se expresan a través de la siguiente función:

$$G(t) = \frac{100t}{t^2 + 400}$$

donde t es el tiempo transcurrido (en minutos) y $G(t)$ son las ganancias/pérdidas (en miles de euros).

- [1 punto]** Calcula cuánto tiempo hay que estar jugando para ganar lo máximo posible y cuál es dicha cantidad máxima.
- [0, 4 puntos]** Cuanto más tiempo se dedica a jugar, ¿más dinero se gana? Razona la respuesta.
- [0, 4 puntos]** ¿Puede llegarse a perder dinero en caso de jugar mucho tiempo? Razona la respuesta.
- [0, 7 puntos]** ¿Cuál es la tendencia de la evolución de las ganancias/pérdidas? ¿La relacionas con alguna característica de la función?

a) Hallamos los puntos críticos de $G(t)$.

$$G'(t) = \frac{100(t^2 + 400) - 2t \cdot 100t}{(t^2 + 400)^2} = \frac{100t^2 + 40000 - 200t^2}{(t^2 + 400)^2} = \frac{40000 - 100t^2}{(t^2 + 400)^2}$$

$$G'(t) = 0 \Rightarrow \frac{40000 - 100t^2}{(t^2 + 400)^2} = 0 \Rightarrow 40000 - 100t^2 = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 400 - t^2 = 0 \Rightarrow t^2 = 400 \Rightarrow \boxed{t = \sqrt{400} = 20}$$

Solo hemos considerado el valor positivo de la raíz pues estamos hablando de tiempo transcurrido. Tenemos un punto crítico de la función en $t = 20$. Estudiamos el signo de la derivada antes y después de este valor.

- En el intervalo $[0, 20)$ tomamos $x = 10$ y la derivada vale

$$G'(10) = \frac{40000 - 100 \cdot 10^2}{(10^2 + 400)^2} = \frac{30000}{500^2} > 0. \text{ La función crece en } [0, 20).$$

- En el intervalo $(20, +\infty)$ tomamos $x = 100$ y la derivada vale

$$G'(100) = \frac{40000 - 100 \cdot 100^2}{(100^2 + 400)^2} = \frac{-960000}{10400^2} < 0. \text{ La función decrece en } (20, +\infty).$$

La función crece antes de los 20 minutos y decrece después. La función tiene un máximo relativo que es absoluto en $t = 20$.

$$\text{Para } t = 20 \text{ tenemos que } G(20) = \frac{100 \cdot 20}{20^2 + 400} = \frac{2000}{800} = 2.5.$$

Hay que estar jugando 20 minutos para conseguir las máximas ganancias que son de un importe de 2500 €.

- b) Durante los primeros 20 minutos cuanto más tiempo juegas más ganas (las ganancias van aumentando), pero a partir de los 20 minutos conforme pasan los minutos menos se gana (las ganancias van disminuyendo).

No es cierto que cuanto más tiempo juegas más dinero ganas.

- c) Como $G(0) = \frac{100 \cdot 0}{0^2 + 400} = 0$. Las ganancias iniciales son nulas, hemos visto que hasta el minuto 20 las ganancias van aumentando y por tanto son positivas. A partir del minuto 20 las ganancias van disminuyendo. Calculamos el límite de la función cuando pasa muchos minutos.

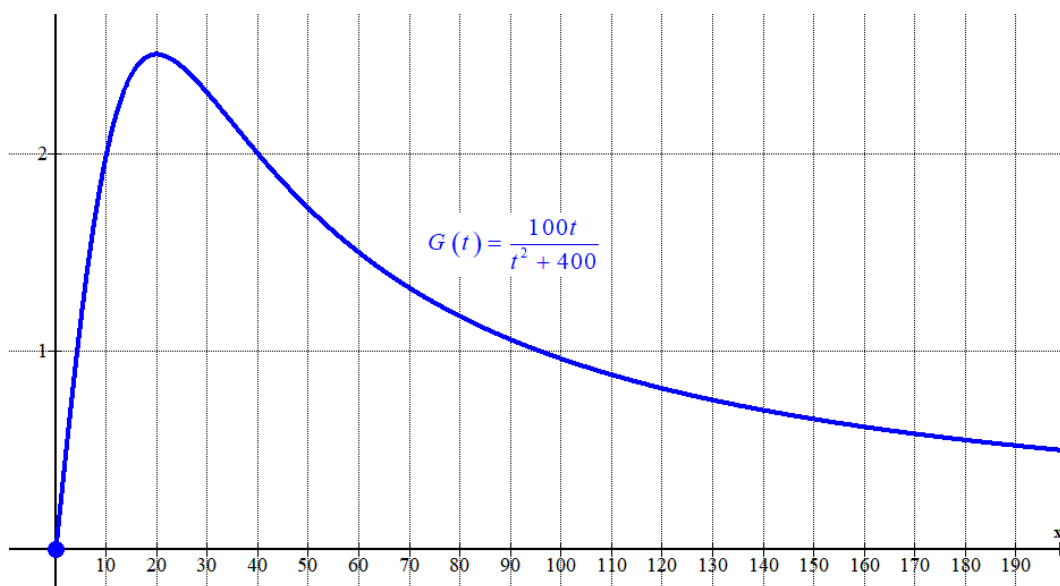
$$\lim_{t \rightarrow +\infty} G(t) = \lim_{t \rightarrow +\infty} \frac{100t}{t^2 + 400} = \lim_{t \rightarrow +\infty} \frac{100t}{t^2} = \lim_{t \rightarrow +\infty} \frac{100}{t} = \frac{100}{+\infty} = 0$$

El valor 0 del límite de la función ganancias nos indica que las ganancias van descendiendo y acercándose a 0, pero nunca son negativas, nunca se pierde dinero.

También podíamos haber razonado que si el valor de t es positivo la expresión de la función ganancias $G(t) = \frac{100t}{t^2 + 400}$ tiene numerador y denominador positivo, por lo que las ganancias siempre son positivas y nunca hay pérdidas.

- d) Con el paso del tiempo hemos visto que las ganancias van a ir disminuyendo acercándose cada vez más a 0. Las ganancias tienden a ser nulas con el paso del tiempo.

La función ganancias $G(t) = \frac{100t}{t^2 + 400}$ es una función racional donde el grado del polinomio del denominador es mayor que el del numerador, por lo que el denominador crece más rápido y el cociente tiende a ser cero cuando aumentamos el valor de t .



APARTADO 3.2 [2,5 puntos]Sea $f(x)$ la siguiente función:

$$f(x) = \begin{cases} x+2 & \text{si } -2 \leq x < 0 \\ -x+2 & \text{si } 0 \leq x < 2 \\ x^2 - 4x + 4 & \text{si } 2 \leq x \leq 4 \end{cases}$$

- a) [1 punto] Analiza la continuidad de la función en el intervalo $(-2, 4)$.
 b) [0, 5 puntos] Realiza la representación gráfica de la función.
 c) [1 punto] Calcula el área comprendida entre la función y el eje de abscisas OX.

- a) La función en cada intervalo de definición tiene una expresión polinómica por lo que es continua. Estudiamos la continuidad en los cambios de definición: $x = 0$ y $x = 2$.

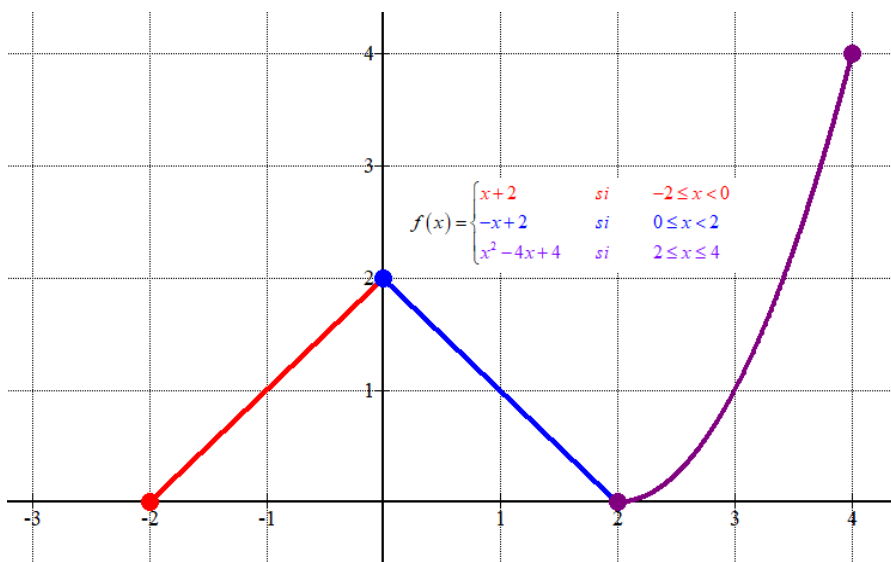
$$\left. \begin{aligned} f(0) &= -0 + 2 = 2 \\ \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) &= \lim_{x \rightarrow 0^+} -x + 2 = 2 \\ \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) &= \lim_{x \rightarrow 0^-} x + 2 = 0 + 2 = 2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = f(0) = 2$$

$$\left. \begin{aligned} f(2) &= 2^2 - 4 \cdot 2 + 4 = 0 \\ \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) &= \lim_{x \rightarrow 2^+} x^2 - 4x + 4 = 0 \\ \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) &= \lim_{x \rightarrow 2^-} -x + 2 = -2 + 2 = 0 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = f(2) = 0$$

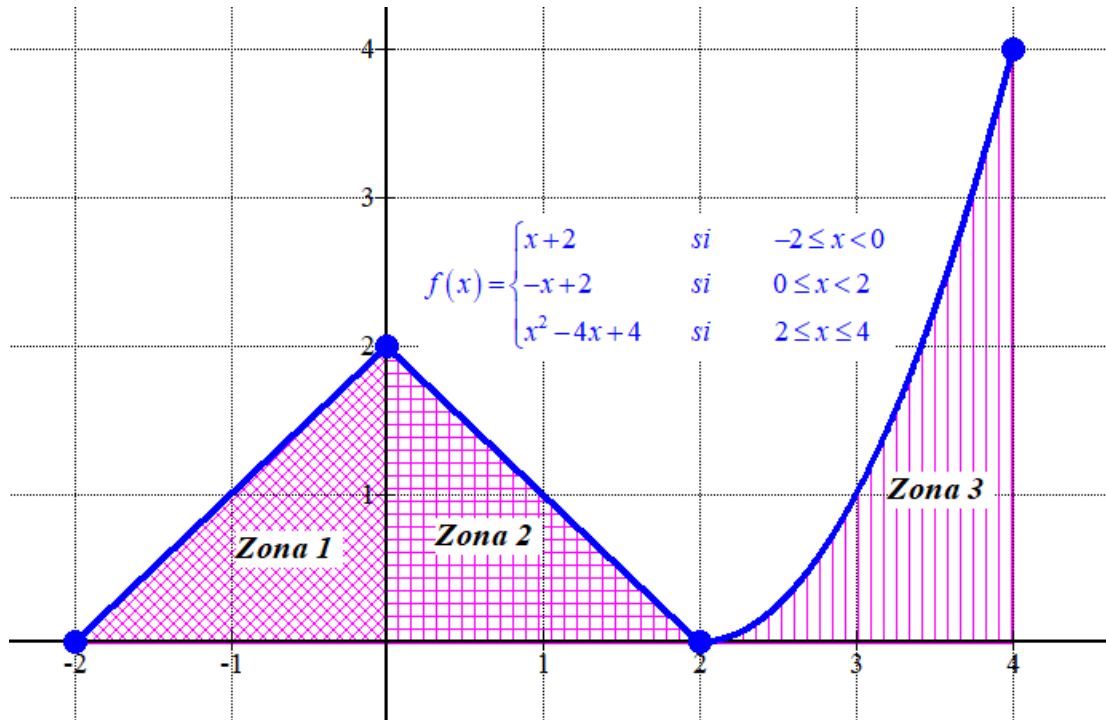
La función es continua en $x = 0$ y $x = 2$. La función es continua en el intervalo $(-2, 4)$.

- b) Realizamos una tabla y dibujamos la gráfica de la función. Son dos trozos de recta y un trozo de parábola y sabemos que la función es continua.

x	$f(x) = x + 2$	x	$f(x) = -x + 2$	x	$f(x) = x^2 - 4x + 4$
-2	0	0	2	2	0
-1	1	1	1	3	1
				4	4



c) Debemos calcular el valor del área del recinto coloreado del dibujo.



El área de la zona 1 es el área de un triángulo de base 2 y altura 2: $\text{Área 1} = \frac{2 \cdot 2}{2} = 2u^2$.

El área de la zona 2 es el área de un triángulo de base 2 y altura 2: $\text{Área 2} = \frac{2 \cdot 2}{2} = 2u^2$.

El área de la zona 3 es el valor de la integral definida de $f(x) = x^2 - 4x + 4$ entre 2 y 4.

$$\text{Área 3} = \int_2^4 f(x) dx = \int_2^4 x^2 - 4x + 4 dx = \left[\frac{x^3}{3} - 2x^2 + 4x \right]_2^4 =$$

$$= \left[\frac{4^3}{3} - 2 \cdot 4^2 + 4 \cdot 4 \right] - \left[\frac{2^3}{3} - 2 \cdot 2^2 + 4 \cdot 2 \right] = \frac{64}{3} - 32 + 16 - \frac{8}{3} + 8 - 8 = \boxed{\frac{8}{3} \approx 2.6667 u^2}$$

El área comprendida entre la función y el eje de abscisas OX es la suma de las tres áreas obtenidas: $2 + 2 + \frac{8}{3} = \frac{20}{3} \approx 6.6667$ unidades cuadradas.

APARTADO 4.1 [2,5 puntos]

Sobre una mesa tengo tres cajas con botones: la primera caja tiene 3 botones, la segunda 5 botones y la tercera 4 botones. Cada una de las cajas contiene sólo un botón rojo.

Si elijo una caja al azar y extraigo de ella un botón al azar:

- [0, 9 puntos]** Calcula la probabilidad de que sea un botón rojo.
- [0, 9 puntos]** Si he sacado un botón rojo, ¿cuál es la probabilidad de que haya sido extraído de la primera caja?
- [0, 7 puntos]** Juntamos los botones de las tres cajas en una bolsa de la que extraemos con reemplazamiento cuatro botones al azar, ¿cuál es la probabilidad de que tres sean rojos?

Llamamos C_1 , C_2 y C_3 a “elegir la caja 1, 2 o 3 respectivamente”. Y llamamos R a “elegir botón rojo de la caja”.

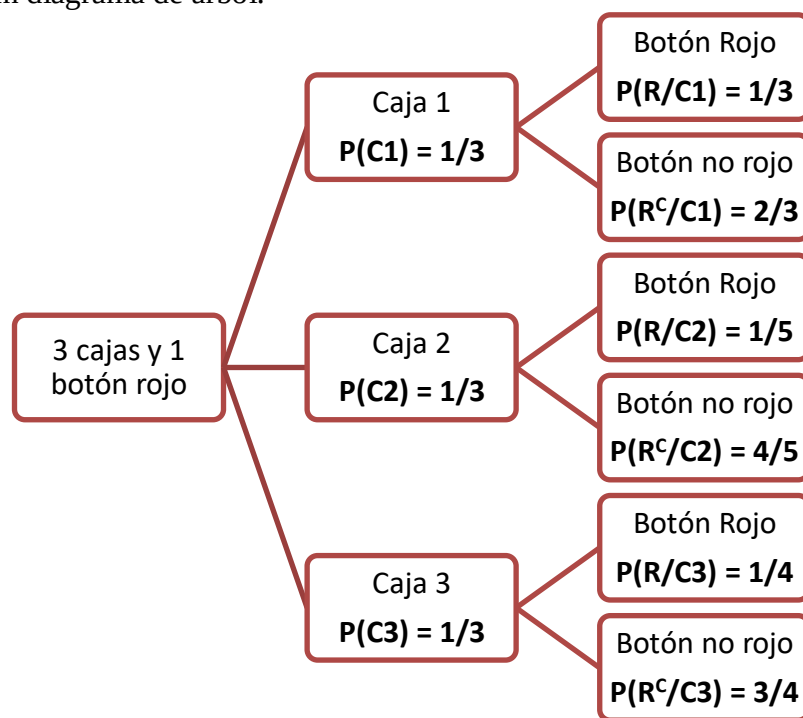
La caja 1 contiene 1 botón rojo y 2 botones de otro color, la caja 2 contiene 1 botón rojo y 4 de otro color y la caja 3 contiene 1 botón rojo y 3 de otro color.

La probabilidad de elegir cualquiera de las 3 cajas es la misma.

$$P(C_1) = P(C_2) = P(C_3) = \frac{1}{3}.$$

La probabilidad de que al elegir un botón de la caja 1 este sea rojo vale $\frac{1}{3}$, en la caja 2 vale $\frac{1}{5}$ y en la caja 3 vale $\frac{1}{4}$.

Realizamos un diagrama de árbol.



a) Debemos calcular $P(R)$. Aplicamos el teorema de la probabilidad total.

$$P(R) = P(C_1)P(R/C_1) + P(C_2)P(R/C_2) + P(C_3)P(R/C_3) =$$

$$= \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} + \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{5} + \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{4} = \frac{47}{180} \approx 0.2611$$

Al elegir una de las 3 cajas y sacar un botón al azar la probabilidad de que sea un botón rojo vale 0.2611.

- b) Nos piden calcular $P(C1/R)$. Es una probabilidad a posteriori. Aplicamos el teorema de Bayes.

$$P(C1/R) = \frac{P(C1 \cap R)}{P(R)} = \frac{P(C1)P(R/C1)}{P(R)} = \frac{\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3}}{\frac{47}{180}} = \frac{\frac{20}{47}}{\frac{47}{180}} \approx 0.4255$$

La probabilidad de que el botón rojo haya sido extraído de la primera caja vale 0.4255.

- c) Si juntamos todos los botones en una bolsa tendremos $3 + 5 + 4 = 12$ botones. Y 3 de esos botones son rojos. La probabilidad de sacar de la bolsa un botón rojo vale $\frac{3}{12}$ y la de que no sea rojo vale $\frac{9}{12}$.

Como las cuatro extracciones se hacen con reemplazamiento cada extracción es independiente de las demás.

Para extraer 3 botones rojos en 4 extracciones se debe extraer 3 botones rojos y 1 de otro color. Esto puede ocurrir de cuatro formas distintas.

$$P(\text{tres botones rojos}) = P(R1 \cap R2 \cap R3 \cap \overline{R4}) + P(R1 \cap R2 \cap \overline{R3} \cap R4) +$$

$$+ P(R1 \cap \overline{R2} \cap R3 \cap R4) + P(\overline{R1} \cap R2 \cap R3 \cap R4) = \frac{3}{12} \cdot \frac{3}{12} \cdot \frac{3}{12} \cdot \frac{9}{12} +$$

$$+ \frac{3}{12} \cdot \frac{3}{12} \cdot \frac{9}{12} \cdot \frac{3}{12} + \frac{3}{12} \cdot \frac{9}{12} \cdot \frac{3}{12} \cdot \frac{3}{12} + \frac{9}{12} \cdot \frac{3}{12} \cdot \frac{3}{12} \cdot \frac{3}{12} = 4 \cdot \frac{3}{12} \cdot \frac{3}{12} \cdot \frac{3}{12} \cdot \frac{9}{12} = \frac{3}{64} = 0.046875$$

La probabilidad de que al extraer cuatro botones con reemplazamiento tres sean rojos vale 0.046875.

APARTADO 4.2 [2,5 puntos]

En un juego se sortea cada día un premio utilizando papeletas numeradas del 000 al 999.

- a) [0, 5 puntos] Calcula la probabilidad de que el número premiado termine en 5.
 b) [0, 5 puntos] Calcula la probabilidad de que el número premiado termine en 55.
 c) [0, 4 puntos] Sabiendo que ayer salió premiado un número terminado en 5, calcular la probabilidad de que el número premiado hoy también termine en 5.
 d) [0, 3 puntos] ¿Cuál es la probabilidad de que el número premiado sea capicúa?
 e) [0, 8 puntos] Entre las papeletas numeradas, encuentra aquella cuyo número cumple la siguiente condición: si sumamos dicho número y 25 veces su inverso la suma que se obtiene es la mínima.

- a) Hay 1000 papeletas y de ellas hay 100 que acaban en 5:

005, 015, 025, 035, ..., 985, 995

La probabilidad de que el número premiado termine en 5 vale $\frac{100}{1000} = 0.1$.

- b) Hay 1000 papeletas y de ellas hay 10 que acaban en 55:

055, 155, 255, 355, 455, 555, 655, 755, 855 y 955

La probabilidad de que el número premiado termine en 55 vale $\frac{10}{1000} = 0.01$.

- c) Los sorteos son independientes entre sí. La probabilidad de que salga un número terminado en 5 vale siempre 0.1.

- d) Para que sea capicúa debe ser la primera y última cifra iguales.

000, 010, 020, ..., 090,
 , 101, 111, 121, ..., 191,
 , 202, 212, 222, ..., 292,
 ..
 909, 919, 929, ..., 999

Entre los 1000 números hay $10 \cdot 10 = 100$ números capicúas.

La probabilidad de que el número premiado sea capicúa vale $\frac{100}{1000} = 0.1$.

- e) Tenemos la función $f(x) = x + \frac{25}{x}$, con $0 \leq x \leq 1000$. Debemos encontrar cuando esta función alcanza el mínimo.

$$f(x) = x + \frac{25}{x} \Rightarrow f'(x) = 1 - \frac{25}{x^2}$$

$$f'(x) = 0 \Rightarrow 1 - \frac{25}{x^2} = 0 \Rightarrow \frac{25}{x^2} = 1 \Rightarrow x^2 = 25 \Rightarrow \boxed{x = \sqrt{25} = 5}$$

Solo consideramos el valor positivo de la raíz. Sustituimos este valor en la segunda derivada.

$$f'(x) = 1 - \frac{25}{x^2} = 1 - 25x^{-2} \Rightarrow f''(x) = 50x^{-3} = \frac{50}{x^3} \Rightarrow f''(5) = \frac{50}{5^3} > 0$$

Como la segunda derivada es positiva la función tiene un mínimo en $x=5$.
La papeleta que cumple lo pedido es la papeleta 005.

APARTADO 5.1 [2,5 puntos]

En un determinado mes el tiempo diario de conexión a una determinada aplicación de inteligencia artificial del alumnado de una cierta universidad sigue una distribución normal de media 210 minutos y de varianza 144 minutos².

- a) [1 punto] Obtén el intervalo característico para el 80 %.
- b) [0, 3 puntos] ¿Cuál es la probabilidad de que el tiempo de conexión en un día sea superior a 228 minutos?
- c) [0, 8 puntos] ¿Cuál es la probabilidad de que el tiempo de conexión en un día esté entre 200 y 210 minutos?
- d) [0, 4 puntos] Seleccionada una muestra aleatoria simple de tamaño 30, ¿cuál es la probabilidad de que el tiempo medio diario de conexión a la aplicación de inteligencia artificial sea inferior a 207 minutos?

X = El tiempo diario, en minutos, de conexión a una determinada aplicación de inteligencia artificial del alumnado de una cierta universidad. Como la varianza tiene un valor de 144 minutos² la desviación típica vale $\sqrt{144} = 12$ minutos. $X = N(210, 12)$.

- a) Buscamos el valor del error = e tal que $P(210 - e \leq X \leq 210 + e) = 0.80$.

$$P(210 - e \leq X \leq 210 + e) = \{\text{Tipificamos}\} = P\left(\frac{-e}{12} \leq Z \leq \frac{e}{12}\right) = P\left(Z \leq \frac{e}{12}\right) - P\left(Z \leq \frac{-e}{12}\right) =$$

$$= P\left(Z \leq \frac{e}{12}\right) - P\left(Z \geq \frac{e}{12}\right) = P\left(Z \leq \frac{e}{12}\right) - \left[1 - P\left(Z \leq \frac{e}{12}\right)\right] = 2P\left(Z \leq \frac{e}{12}\right) - 1$$

$$P(210 - e \leq X \leq 210 + e) = 0.8 \Rightarrow 2P\left(Z \leq \frac{e}{12}\right) - 1 = 0.99 \Rightarrow 2P\left(Z \leq \frac{e}{12}\right) = 1.8 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow P\left(Z \leq \frac{e}{12}\right) = \frac{1.8}{2} = 0.9 \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \text{Miramos en la} \\ \text{tabla } N(0, 1) \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{e}{12} = 1.28 \Rightarrow \boxed{\text{Error} = 1.28 \cdot 12 = 15.36}$$

	0'00	0'01	0'02	0'03	0'04	0'05	0'06	0'07	0'08
0'0	0'5000	0'5040	0'5080	0'5120	0'5160	0'5199	0'5239	0'5279	0'5319
0'1	0'5398	0'5438	0'5478	0'5517	0'5557	0'5596	0'5636	0'5675	0'5714
0'2	0'5793	0'5832	0'5871	0'5910	0'5948	0'5987	0'6026	0'6064	0'6103
0'3	0'6179	0'6217	0'6255	0'6293	0'6331	0'6368	0'6406	0'6443	0'6480
0'4	0'6554	0'6591	0'6628	0'6664	0'6700	0'6736	0'6772	0'6808	0'6844
0'5	0'6915	0'6950	0'6985	0'7019	0'7054	0'7088	0'7123	0'7157	0'7190
0'6	0'7257	0'7291	0'7324	0'7357	0'7389	0'7422	0'7454	0'7486	0'7517
0'7	0'7580	0'7611	0'7642	0'7673	0'7704	0'7734	0'7764	0'7794	0'7823
0'8	0'7881	0'7910	0'7939	0'7967	0'7995	0'8023	0'8051	0'8078	0'8106
0'9	0'8159	0'8186	0'8212	0'8238	0'8264	0'8289	0'8315	0'8340	0'8365
1'0	0'8413	0'8438	0'8461	0'8485	0'8508	0'8531	0'8554	0'8577	0'8599
1'1	0'8643	0'8665	0'8686	0'8708	0'8729	0'8749	0'8770	0'8790	0'8810
1'2	0'8849	0'8869	0'8888	0'8907	0'8925	0'8944	0'8962	0'8980	0'8997

El intervalo característico para el 80% es:

$$(\mu - \text{Error}, \mu + \text{Error}) = (210 - 15.36, 210 + 15.36) = (194.64, 225.36)$$

- b) Nos piden calcular $P(X > 228)$.

$$P(X > 228) = \{\text{Tipificamos}\} = P\left(Z > \frac{228 - 210}{12}\right) = P(Z > 1.5) =$$

$$= 1 - P(Z \leq 1.5) = \left\{ \begin{array}{l} \text{Miramos en la} \\ \text{tabla } N(0, 1) \end{array} \right\} = 1 - 0.9332 = \boxed{0.0668}$$

	0'00	
0'0	0'5000	0'
0'1	0'5398	0'
0'2	0'5793	0'
0'3	0'6179	0'
0'4	0'6554	0'
0'5	0'6915	0'
0'6	0'7257	0'
0'7	0'7580	0'
0'8	0'7881	0'
0'9	0'8159	0'
1'0	0'8413	0'
1'1	0'8643	0'
1'2	0'8849	0'
1'3	0'9032	0'
1'4	0'9192	0'
1'5	0'9332	0'

c) Nos piden calcular $P(200 \leq X \leq 210)$.

$$P(200 \leq X \leq 210) = \{\text{Tipificamos}\} = P\left(\frac{200 - 210}{12} \leq Z \leq \frac{210 - 210}{12}\right) =$$

$$= P(-0.833 \leq Z \leq 0) = P(Z \leq 0) - P(Z \leq -0.833) = P(Z \leq 0) - P(Z \geq 0.833) = .$$

$$= P(Z \leq 0) - [1 - P(Z \leq 0.833)] = \left\{ \begin{array}{l} \text{Miramos en la} \\ \text{tabla } N(0, 1) \end{array} \right\} = 0.5 - 1 + 0.7967 = \boxed{0.2967}$$

d) La distribución de la media muestral es una normal con la misma media y con desviación

$$\text{típica } \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{12}{\sqrt{30}} \approx 2.19. \quad \overline{X}_{30} = N\left(210, \frac{12}{\sqrt{30}}\right)$$

Nos piden calcular $P(\overline{X}_{30} < 207)$.

$$P(\overline{X}_{30} < 207) = P\left(Z < \frac{207 - 210}{12/\sqrt{30}}\right) = P(Z < -1.37) = P(Z > 1.37) =$$

$$= 1 - P(Z \leq 1.37) = \left\{ \begin{array}{l} \text{Miramos en la} \\ \text{tabla } N(0,1) \end{array} \right\} = 1 - 0.9147 = \boxed{0.0853}$$

APARTADO 5.2 [2,5 puntos]

Lanzamos 6.000 veces un dado equilibrado de seis caras.

- a) [0, 9 puntos] Calcula la probabilidad de que el número de veces que salga el cinco sea superior a 1.500.
- b) [0, 9 puntos] Calcula la probabilidad de que el número de veces que salga el cinco esté comprendido entre 1.000 y 1.100 (incluidos los valores extremos del intervalo). Consideramos ahora que tenemos un dado cargado. Este dado cumple que la probabilidad de que salga un número impar es el triple de la probabilidad de que salga un número par.
- c) [0, 7 puntos] Si se lanza dos veces este dado cargado, ¿cuál es la probabilidad de que en ambos lanzamientos se obtenga un número impar?

- a) X = Número de cincos que salen al lanzar el dado 6000 veces. Esta variable es una binomial con parámetros $n = 6000$ y $p = 1/6$. $X = B(6000, 1/6)$

Como el número de repeticiones es muy alto aproximamos esta variable binomial a una normal de media $np = 6000 \cdot \frac{1}{6} = 1000$ y desviación típica

$$\sigma = \sqrt{npq} = \sqrt{6000 \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{5}{6}} = \frac{50\sqrt{3}}{3} \approx 28.8675. Y = N\left(1000, \frac{50\sqrt{3}}{3}\right).$$

Esta aproximación es buena pues $np = 1000 > 5$ y $nq = 6000 \cdot \frac{5}{6} = 5000 > 5$.

Debemos calcular $P(X > 1500)$.

$$P(X > 1500) = \{\text{Corrección de Yates}\} = P(Y \geq 1500.5) =$$

$$= \{\text{Tipificamos}\} = P\left(Z \geq \frac{1500.5 - 1000}{50\sqrt{3}/3}\right) = P(Z \geq 17.34) = 1 - P(Z \leq 17.34) =$$

$$= \left\{ \begin{array}{l} \text{Miramos en la} \\ \text{tabla } N(0,1) \end{array} \right\} = 1 - 1 = \boxed{0}$$

La probabilidad es nula. Es lógico pues la media es 1000 y la desviación típica es muy pequeña 28,9.

- b) Debemos calcular $P(1000 \leq X \leq 1100)$.

$$P(1000 \leq X \leq 1100) = \{\text{Corrección de Yates}\} = P(999.5 \leq Y \leq 1100.5) =$$

$$= \{\text{Tipificamos}\} = P\left(\frac{999.5 - 1000}{50\sqrt{3}/3} \leq Z \leq \frac{1100.5 - 1000}{50\sqrt{3}/3}\right) =$$

$$= P(-0.017 \leq Z \leq 3.48) = P(Z \leq 3.48) - P(Z \leq -0.02) = P(Z \leq 3.48) - P(Z \geq 0.02) =$$

$$= P(Z \leq 3.48) - [1 - P(Z \leq 0.02)] = \left\{ \begin{array}{l} \text{Miramos en la} \\ \text{tabla } N(0, 1) \end{array} \right\} = 0.9997 - [1 - 0.5080] = \boxed{0.5077}$$

	0'00	0'01	0'02	0'03	0'04	0'05	0'06	0'07	0'08
0'0	0'5000	0'5040	0'5080	0'5120	0'5160	0'5199	0'5239	0'5279	0'5319
0'1	0'5398	0'5438	0'5478	0'5517	0'5557	0'5596	0'5636	0'5675	0'5714
0'2	0'5793	0'5832	0'5871	0'5910	0'5948	0'5987	0'6026	0'6064	0'6103
0'3	0'6179	0'6217	0'6255	0'6293	0'6331	0'6368	0'6406	0'6443	0'6480
0'4	0'6554	0'6591	0'6628	0'6664	0'6700	0'6736	0'6772	0'6808	0'6844
0'5	0'6915	0'6950	0'6985	0'7019	0'7054	0'7088	0'7123	0'7157	0'7190
0'6	0'7257	0'7291	0'7324	0'7357	0'7389	0'7422	0'7454	0'7486	0'7517
0'7	0'7580	0'7611	0'7642	0'7673	0'7704	0'7734	0'7764	0'7794	0'7823
0'8	0'7881	0'7910	0'7939	0'7967	0'7995	0'8023	0'8051	0'8078	0'8106
0'9	0'8159	0'8186	0'8212	0'8238	0'8264	0'8289	0'8315	0'8340	0'8365
1'0	0'8413	0'8438	0'8461	0'8485	0'8508	0'8531	0'8554	0'8577	0'8599
1'1	0'8643	0'8665	0'8686	0'8708	0'8729	0'8749	0'8770	0'8790	0'8810
1'2	0'8849	0'8869	0'8888	0'8907	0'8925	0'8944	0'8962	0'8980	0'8997
1'3	0'9032	0'9049	0'9066	0'9082	0'9099	0'9115	0'9131	0'9147	0'9162
1'4	0'9192	0'9207	0'9222	0'9236	0'9251	0'9265	0'9279	0'9292	0'9306
1'5	0'9332	0'9345	0'9357	0'9370	0'9382	0'9394	0'9406	0'9418	0'9429
1'6	0'9452	0'9463	0'9474	0'9484	0'9495	0'9505	0'9515	0'9525	0'9535
1'7	0'9554	0'9564	0'9573	0'9582	0'9591	0'9599	0'9608	0'9616	0'9625
1'8	0'9641	0'9649	0'9656	0'9664	0'9671	0'9678	0'9686	0'9693	0'9699
1'9	0'9713	0'9719	0'9726	0'9732	0'9738	0'9744	0'9750	0'9756	0'9761
2'0	0'9772	0'9778	0'9783	0'9788	0'9793	0'9798	0'9803	0'9808	0'9812
2'1	0'9821	0'9826	0'9830	0'9834	0'9838	0'9842	0'9846	0'9850	0'9854
2'2	0'9861	0'9864	0'9868	0'9871	0'9875	0'9878	0'9881	0'9884	0'9887
2'3	0'9893	0'9896	0'9898	0'9901	0'9904	0'9906	0'9909	0'9911	0'9913
2'4	0'9918	0'9920	0'9922	0'9925	0'9927	0'9929	0'9931	0'9932	0'9934
2'5	0'9938	0'9940	0'9941	0'9943	0'9945	0'9946	0'9948	0'9949	0'9951
2'6	0'9953	0'9955	0'9956	0'9957	0'9959	0'9960	0'9961	0'9962	0'9963
2'7	0'9965	0'9966	0'9967	0'9968	0'9969	0'9970	0'9971	0'9972	0'9973
2'8	0'9974	0'9975	0'9976	0'9977	0'9977	0'9978	0'9979	0'9979	0'9980
2'9	0'9981	0'9982	0'9982	0'9983	0'9984	0'9984	0'9985	0'9985	0'9986
3'0	0'9987	0'9987	0'9987	0'9988	0'9988	0'9989	0'9989	0'9989	0'9990
3'1	0'9990	0'9991	0'9991	0'9991	0'9992	0'9992	0'9992	0'9992	0'9993
3'2	0'9993	0'9993	0'9994	0'9994	0'9994	0'9994	0'9994	0'9995	0'9995
3'3	0'9995	0'9995	0'9995	0'9996	0'9996	0'9996	0'9996	0'9996	0'9996
3'4	0'9997	0'9997	0'9997	0'9997	0'9997	0'9997	0'9997	0'9997	0'9997

c) Llamamos p a la probabilidad de sacar par al lanzar un dado cargado, por lo que la probabilidad de sacar impar vale $1 - p$.

Nos dicen que $1 - p = 3p \rightarrow 1 = 4p \rightarrow p = \frac{1}{4}$. La probabilidad de sacar par es $\frac{1}{4}$ y la de sacar impar es $\frac{3}{4}$.

El lanzamiento del dado por primera y segunda vez son independientes y la probabilidad de obtener impar al lanzar dos veces este dado cargado vale $\frac{3}{4} \cdot \frac{3}{4} = \frac{9}{16} = 0.5625$.