



USaP
2024/25
AZTERKETA EREDUA

PAU
2024/25
MODELO DE EXAMEN



HEZKUNTZA SAILA
DEPARTAMENTO DE EDUCACION

GIZARTE ZIENTZIEI
APLIKATUTAKO
MATEMATIKA II

MATEMÁTICAS
APLICADAS A LAS
CC SOCIALES II

INSTRUCCIONES PARA EL EXAMEN

- El examen costa de cinco problemas:
 - o **El problema 1 es competencial y de respuesta obligatoria.**
 - o **Elegir tres problemas de los cuatro restantes. En cada uno de estos problemas elegidos se responderá a uno de los dos apartados.**
- En caso de responder a más preguntas de las estipuladas, las respuestas se corregirán en orden hasta llegar al número necesario.
- Está permitido el uso de calculadoras científicas **que no presenten** ninguna de las siguientes prestaciones:
 - o pantalla gráfica
 - o posibilidad de transmitir datos
 - o programable
 - o resolución de ecuaciones
 - o operaciones con matrices
 - o cálculo de determinantes
 - o derivadas e integrales
 - o almacenamiento de datos alfanuméricos.
- **Observación importante:** No se permitirá el uso de lapicero ni de bolígrafo rojo para la elaboración de la prueba.
- **No olvides incluir el código en cada una de las hojas del examen.**

PROBLEMA 1 [2,5 puntos]

La elaboración de tapices es un arte que se transmite de generación en generación, por lo que la mayoría de los maestros tejedores tienen experiencia en tapicería tradicional y están capacitados para aprender las técnicas y procesos.

Con el fin de planificar la producción de estas pequeñas obras de arte, un fabricante egipcio organiza las necesidades de materia prima por meses y las unidades producidas por metro lineal. En un determinado mes dispone de 50 kg de hilo de seda, 40 kg de hilo de plata y 22,5 kg de hilo de oro.

Para crear algunos tapices se suelen necesitar días y emplear materiales más económicos (tipo A); otros, en cambio, se suelen tardar semanas y requerir de materiales de mayor calidad y coste para su creación (tipo B); pero todos ellos necesitan la paciencia y la atención de los expertos en los detalles para convertirse en una pieza de artesanía.

Para fabricar un metro lineal de tapiz del tipo A se necesitan 100 g de hilo de seda y 200 g de hilo de plata; y para cada metro lineal del tipo B, 200 g de hilo de seda, 100 g de hilo de plata y 100 g de hilo de oro.

El metro lineal de tapiz del tipo A se vende a 2.000 €, y en el caso del tipo B a 3.000 €.

Si se vende todo lo que se fabrica:

- [1,6 puntos]** ¿Cuántos metros lineales de cada tipo de tapiz deben elaborarse ese mes para maximizar los ingresos?
- [0,3 puntos]** ¿A cuánto asciende dicho ingreso máximo?
- [0,6 puntos]** ¿Qué cantidades de hilo de seda, plata y oro quedarán cuando se fabriquen los metros lineales de cada tipo de tapiz que generan el ingreso máximo?

PROBLEMA 2

En caso de elegir este problema hay que responder a uno de estos dos apartados:

APARTADO 2.1 o APARTADO 2.2**APARTADO 2.1 [2,5 puntos]**

Una tienda dispone de latas de conserva de tomate de tres fabricantes: A, B y C.

El fabricante A envasa el tomate en latas de 250 g, el fabricante B lo envasa en latas de 500 g y el fabricante C en latas de 1 kg. Dichas latas de tomate se venden a 1, 1,8 y 3,3 €, respectivamente.

Compramos 20 latas que tienen un peso total de 10 kg y un valor total de 35,6 €. Queremos saber cuántas latas hemos comprado de cada fabricante.

- [1 puntos]** Plantea el sistema de ecuaciones que resuelve el problema.
- [1,5 puntos]** Resuelve el problema.

APARTADO 2.2 [2,5 puntos]

Dada la matriz $A(a)$:

$$A(a) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & a & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

- [0,6 puntos]** Calcula, razonadamente, el valor de a para que el determinante de $A^2(a)$ valga 4.
- [1 punto]** Comprueba si la matriz $A(a)$ es regular (invertible) para los valores de a obtenidos en el apartado anterior. Si es regular para el caso $a = 2$, calcula $A^{-1}(a)$.
- [0,9 puntos]** Determina la siguiente matriz M y el valor de su determinante:

$$M = A^t(2) \cdot A^{-1}(2)$$

PROBLEMA 3

**En caso de elegir este problema hay que responder a uno de estos dos apartados:
APARTADO 3.1 o APARTADO 3.2**

APARTADO 3.1 [2,5 puntos]

Las funciones $E(x)$ y $D(x)$ representan, respectivamente, el rendimiento de dos pintores, Eneko y Deiene un determinado día que trabajan durante 8 horas.

Ambas funciones miden los metros cuadrados pintados por hora y se pueden determinar mediante las expresiones:

$$E(x) = -x^2 + 19x + 66 \quad 0 \leq x \leq 8$$

$$D(x) = -x^2 + 5x + 150 \quad 0 \leq x \leq 8$$

- a) [0,3 puntos] ¿Qué pintor tiene mejor rendimiento inicial?
- b) [0,6 puntos] ¿Cuál es el mayor rendimiento de Eneko? ¿Cuándo se da?
- c) [0,5 puntos] ¿Cuál es el mayor rendimiento de Deiene? ¿Cuándo se da?
- d) [0,3 puntos] ¿Cuándo tienen ambos el mismo rendimiento?
- e) [0,8 puntos] Al final de la jornada laboral de ese día, ¿cuántos m^2 ha pintado Deiene en total?

APARTADO 3.2 [2,5 puntos]

Sea la función $f(x): (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$ definida como: $f(x) = \frac{ax^2 + b}{x}$

Sabemos que la recta $y = -2$ es la recta tangente a la función $f(x)$ en el punto $x = 1$.

- a) [1,25 puntos] Calcula el valor de los parámetros a y b .
- b) [0,75 puntos] Halla los intervalos de crecimiento y decrecimiento de la función $f(x)$, cuando $a = b = -1$.
- c) [0,5 puntos] Para los valores $a = b = -1$, ¿tiene la función, $f(x)$, algún máximo o mínimo relativo? En caso afirmativo, determínalo.

PROBLEMA 4

**En caso de elegir este problema hay que responder a uno de estos dos apartados:
APARTADO 4.1 o APARTADO 4.2**

APARTADO 4.1 [2,5 puntos]

Una bolsa contiene tres cartas del mismo tamaño con caras de diferentes colores.

Una carta es roja por las dos caras, otra tiene una cara blanca y otra roja, y la tercera tiene una cara negra y otra blanca.

Se saca una carta al azar y se muestra, también al azar, una de sus caras.

- a) [1 punto] ¿Cuál es la probabilidad de que la cara mostrada sea roja?
- b) [1,5 puntos] Si la cara mostrada es blanca, ¿cuál es la probabilidad de que la otra cara sea roja?

APARTADO 4.2 [2,5 puntos]

Iker dispone de dos días para preparar un examen. La probabilidad de estudiar solamente el primer día es del 10 %, la de estudiar los dos días es del 10 % y la de no hacerlo ningún día es del 25 %.

Calcular la probabilidad de que Iker estudie para el examen en cada uno de los siguientes casos:

- a) [0,75 puntos] El segundo día.
- b) [1 puntos] Solamente el segundo día.
- c) [0,75 puntos] El segundo día sabiendo que no ha estudiado el primero.

PROBLEMA 5

**En caso de elegir este problema hay que responder a uno de estos dos apartados:
APARTADO 5.1 o APARTADO 5.2**

APARTADO 5.1 [2,5 puntos]

En un determinado año, la nota de la Prueba para el Acceso a la Universidad, PAU, del alumnado que se ha preinscrito en el Grado en Arquitectura Técnica sigue una distribución normal de media 6,8 puntos y desviación típica 0,6 puntos.

Por otro lado, la nota del alumnado que se ha preinscrito en el Grado en Biomedical Engineering sigue una distribución normal de media 7 puntos y desviación típica 0,5 puntos. En ambos casos solo se puede admitir al 25 % del alumnado preinscrito que tiene las mejores calificaciones. Si Yolanda ha obtenido una nota de 7,25 puntos y Teresa de 7,45 puntos, ¿a qué grados tendrán opción de acceso?

APARTADO 5.2 [2,5 puntos]

La estatura (en centímetros) del personal del servicio foral de extinción de incendios y salvamento es una variable aleatoria X , que sigue una distribución normal de media μ y varianza 169 cm^2 .

A partir de una muestra aleatoria simple de tamaño 81 se estima que la media es 175 cm .

- a) [0,4 puntos] Indica cuál es la distribución de la media muestral, $\bar{X}$.
- b) [0,75 puntos] ¿Cuál es la probabilidad de que la estatura media esté entre 172 y 182 cm ?
- c) [0,75 puntos] En la distribución de la media muestral, $\bar{X}$, obtén el intervalo característico para el 99 %.
- d) [0,6 puntos] Si se quiere estimar la estatura media del personal de dicho servicio de forma que el error máximo admisible no sobrepase los 2 cm , con un nivel de confianza del 94 %, ¿cuántas personas se tendrán que escoger para formar parte de la muestra?



$N(0, 1)$ kurbak $-\infty$ -tik z -raino mugatutako azalerak

Áreas limitadas por la curva $N(0, 1)$ desde $-\infty$ hasta z

	0'00	0'01	0'02	0'03	0'04	0'05	0'06	0'07	0'08	0'09
0'0	0'5000	0'5040	0'5080	0'5120	0'5160	0'5199	0'5239	0'5279	0'5319	0'5359
0'1	0'5398	0'5438	0'5478	0'5517	0'5557	0'5596	0'5636	0'5675	0'5714	0'5753
0'2	0'5793	0'5832	0'5871	0'5910	0'5948	0'5987	0'6026	0'6064	0'6103	0'6141
0'3	0'6179	0'6217	0'6255	0'6293	0'6331	0'6368	0'6406	0'6443	0'6480	0'6517
0'4	0'6554	0'6591	0'6628	0'6664	0'6700	0'6736	0'6772	0'6808	0'6844	0'6879
0'5	0'6915	0'6950	0'6985	0'7019	0'7054	0'7088	0'7123	0'7157	0'7190	0'7224
0'6	0'7257	0'7291	0'7324	0'7357	0'7389	0'7422	0'7454	0'7486	0'7517	0'7549
0'7	0'7580	0'7611	0'7642	0'7673	0'7704	0'7734	0'7764	0'7794	0'7823	0'7852
0'8	0'7881	0'7910	0'7939	0'7967	0'7995	0'8023	0'8051	0'8078	0'8106	0'8133
0'9	0'8159	0'8186	0'8212	0'8238	0'8264	0'8289	0'8315	0'8340	0'8365	0'8389
1'0	0'8413	0'8438	0'8461	0'8485	0'8508	0'8531	0'8554	0'8577	0'8599	0'8621
1'1	0'8643	0'8665	0'8686	0'8708	0'8729	0'8749	0'8770	0'8790	0'8810	0'8830
1'2	0'8849	0'8869	0'8888	0'8907	0'8925	0'8944	0'8962	0'8980	0'8997	0'9015
1'3	0'9032	0'9049	0'9066	0'9082	0'9099	0'9115	0'9131	0'9147	0'9162	0'9177
1'4	0'9192	0'9207	0'9222	0'9236	0'9251	0'9265	0'9279	0'9292	0'9306	0'9319
1'5	0'9332	0'9345	0'9357	0'9370	0'9382	0'9394	0'9406	0'9418	0'9429	0'9441
1'6	0'9452	0'9463	0'9474	0'9484	0'9495	0'9505	0'9515	0'9525	0'9535	0'9545
1'7	0'9554	0'9564	0'9573	0'9582	0'9591	0'9599	0'9608	0'9616	0'9625	0'9633
1'8	0'9641	0'9649	0'9656	0'9664	0'9671	0'9678	0'9686	0'9693	0'9699	0'9706
1'9	0'9713	0'9719	0'9726	0'9732	0'9738	0'9744	0'9750	0'9756	0'9761	0'9767
2'0	0'9772	0'9778	0'9783	0'9788	0'9793	0'9798	0'9803	0'9808	0'9812	0'9817
2'1	0'9821	0'9826	0'9830	0'9834	0'9838	0'9842	0'9846	0'9850	0'9854	0'9857
2'2	0'9861	0'9864	0'9868	0'9871	0'9875	0'9878	0'9881	0'9884	0'9887	0'9890
2'3	0'9893	0'9896	0'9898	0'9901	0'9904	0'9906	0'9909	0'9911	0'9913	0'9916
2'4	0'9918	0'9920	0'9922	0'9925	0'9927	0'9929	0'9931	0'9932	0'9934	0'9936
2'5	0'9938	0'9940	0'9941	0'9943	0'9945	0'9946	0'9948	0'9949	0'9951	0'9952
2'6	0'9953	0'9955	0'9956	0'9957	0'9959	0'9960	0'9961	0'9962	0'9963	0'9964
2'7	0'9965	0'9966	0'9967	0'9968	0'9969	0'9970	0'9971	0'9972	0'9973	0'9974
2'8	0'9974	0'9975	0'9976	0'9977	0'9977	0'9978	0'9979	0'9979	0'9980	0'9981
2'9	0'9981	0'9982	0'9982	0'9983	0'9984	0'9984	0'9985	0'9985	0'9986	0'9986
3'0	0'9987	0'9987	0'9987	0'9988	0'9988	0'9989	0'9989	0'9989	0'9990	0'9990
3'1	0'9990	0'9991	0'9991	0'9991	0'9992	0'9992	0'9992	0'9992	0'9993	0'9993
3'2	0'9993	0'9993	0'9994	0'9994	0'9994	0'9994	0'9994	0'9995	0'9995	0'9995
3'3	0'9995	0'9995	0'9995	0'9996	0'9996	0'9996	0'9996	0'9996	0'9996	0'9997
3'4	0'9997	0'9997	0'9997	0'9997	0'9997	0'9997	0'9997	0'9997	0'9997	0'9998
3'5	0'9998	0'9998	0'9998	0'9998	0'9998	0'9998	0'9998	0'9998	0'9998	0'9998
3'6	0'9998	0'9998	0'9999	0'9999	0'9999	0'9999	0'9999	0'9999	0'9999	0'9999
3'7	0'9999	0'9999	0'9999	0'9999	0'9999	0'9999	0'9999	0'9999	0'9999	0'9999
3'8	0'9999	0'9999	0'9999	0'9999	0'9999	0'9999	0'9999	0'9999	0'9999	0'9999
3'9	1'0000	1'0000	1'0000	1'0000	1'0000	1'0000	1'0000	1'0000	1'0000	1'0000

Soluciones

PROBLEMA 1 [2,5 puntos]

La elaboración de tapices es un arte que se transmite de generación en generación, por lo que la mayoría de los maestros tejedores tienen experiencia en tapicería tradicional y están capacitados para aprender las técnicas y procesos.

Con el fin de planificar la producción de estas pequeñas obras de arte, un fabricante egipcio organiza las necesidades de materia prima por meses y las unidades producidas por metro lineal. En un determinado mes dispone de 50 kg de hilo de seda, 40 kg de hilo de plata y 22,5 kg de hilo de oro.

Para crear algunos tapices se suelen necesitar días y emplear materiales más económicos (tipo A); otros, en cambio, se suelen tardar semanas y requerir de materiales de mayor calidad y coste para su creación (tipo B); pero todos ellos necesitan la paciencia y la atención de los expertos en los detalles para convertirse en una pieza de artesanía.

Para fabricar un metro lineal de tapiz del tipo A se necesitan 100 g de hilo de seda y 200 g de hilo de plata; y para cada metro lineal del tipo B, 200 g de hilo de seda, 100 g de hilo de plata y 100 g de hilo de oro.

El metro lineal de tapiz del tipo A se vende a 2.000 €, y en el caso del tipo B a 3.000 €.

Si se vende todo lo que se fabrica:

- [1,6 puntos]** ¿Cuántos metros lineales de cada tipo de tapiz deben elaborarse ese mes para maximizar los ingresos?
- [0,3 puntos]** ¿A cuánto asciende dicho ingreso máximo?
- [0,6 puntos]** ¿Qué cantidades de hilo de seda, plata y oro quedarán cuando se fabriquen los metros lineales de cada tipo de tapiz que generan el ingreso máximo?

- a) Llamamos “x” al número de metros lineales de tapiz tipo A e “y” al número de metros lineales de tapiz tipo B.

Hacemos una tabla con los datos del ejercicio.

	Hilo de seda	Hilo de plata	Hilo de oro	Ingresos
Metros de tapiz A (x)	100x	200x		2000x €
Metros de tapiz B (y)	200y	100y	100y	3000y €
TOTALES	100x + 200y	200x + 100y	100y	2000x + 3000y
DISPONIBILIDAD	50 000 gr	40 000 gr	22500 gr	

La función a maximizar son los ingresos $I(x, y) = 2000x + 3000y$.

Las restricciones del problema que definen la región factible son:

“Un determinado mes dispone de 50 kg de hilo de seda, 40 kg de hilo de plata y 22,5 kg de hilo de oro” $\rightarrow 100x + 200y \leq 50000$, $200x + 100y \leq 40000$, $100y \leq 22500$.

Las cantidades deben ser positivas $\rightarrow x \geq 0$; $y \geq 0$

Reunimos las inecuaciones en un sistema:

$$\left. \begin{array}{l} 100x + 200y \leq 50000 \\ 200x + 100y \leq 40000 \\ 100y \leq 22500 \\ x \geq 0; y \geq 0 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} x + 2y \leq 500 \\ 2x + y \leq 400 \\ y \leq 225 \\ x \geq 0; y \geq 0 \end{array} \right\}$$

Dibujamos las rectas asociadas a las inecuaciones.

$x + 2y = 500$

$2x + y = 400$

$y = 225$

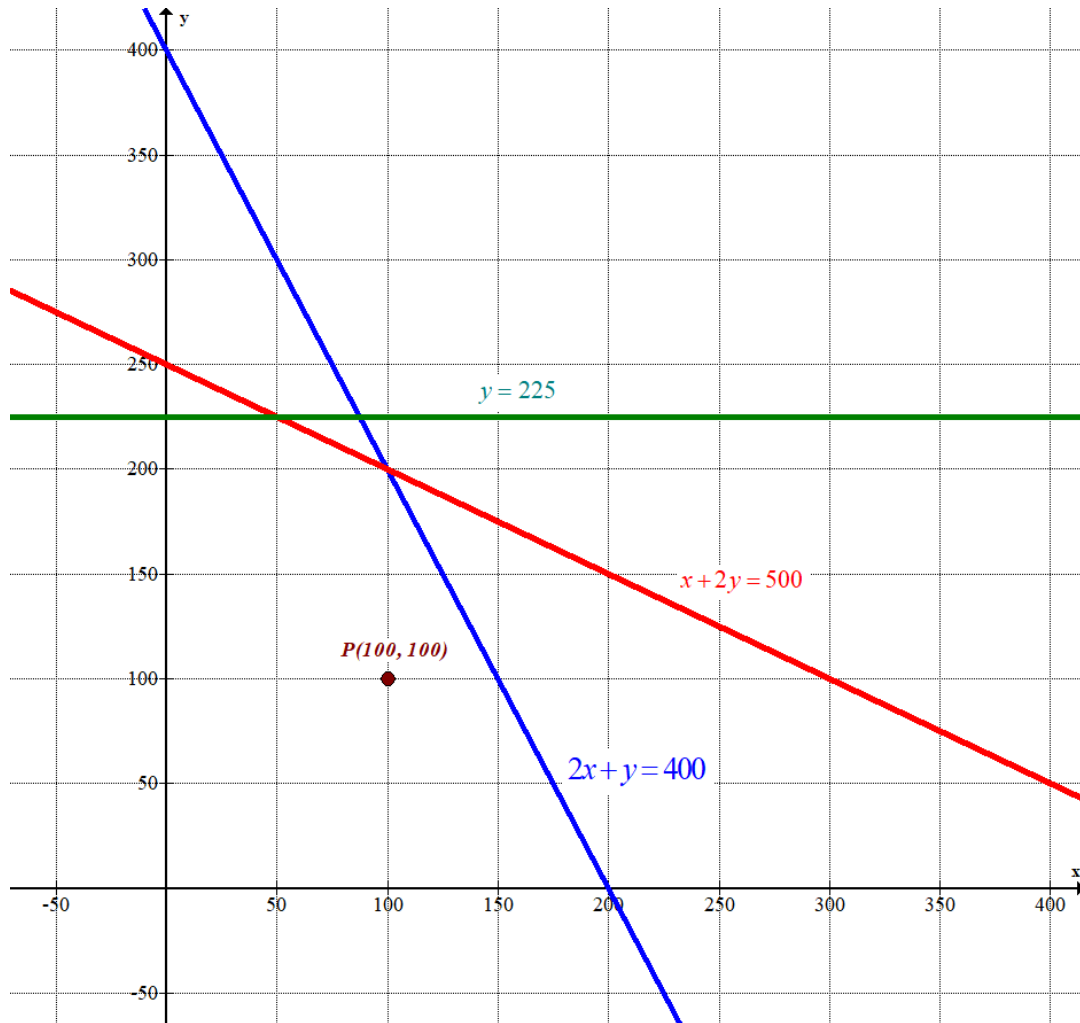
$x \geq 0; y \geq 0$

x	$y = \frac{500 - x}{2}$
0	250
50	225
100	200
500	0

x	$y = 400 - 2x$
0	400
100	200
150	100
200	0

x	$y = 225$
0	225
50	225
100	225

Primer
cuadrante



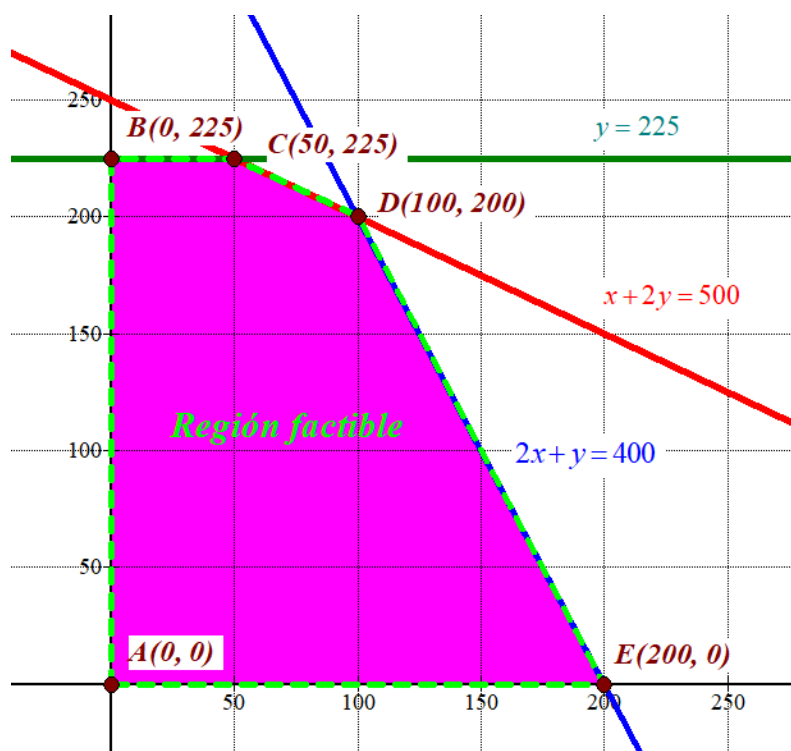
Como las restricciones son $\left. \begin{array}{l} x + 2y \leq 500 \\ 2x + y \leq 400 \\ y \leq 225 \\ x \geq 0; y \geq 0 \end{array} \right\}$ la región factible es la región del primer

cuadrante situada por debajo de las rectas azul, verde y roja.

Comprobamos que el punto $P(100, 100)$ perteneciente a esta región cumple las restricciones.

$$\left. \begin{array}{l} 100 + 200 \leq 500 \\ 200 + 100 \leq 400 \\ 100 \leq 225 \\ 100 \geq 0; 100 \geq 0 \end{array} \right\} \text{ ¡Se cumplen todas! }$$

Coloreamos de rosa la región factible en el siguiente dibujo.



Valoramos la función ingresos $I(x, y) = 2000x + 3000y$ en cada uno de los vértices de la región factible en busca del valor máximo.

$$A(0, 0) \rightarrow I(0, 0) = 0 \text{ €}$$

$$B(0, 225) \rightarrow I(0, 225) = 2000 \cdot 0 + 3000 \cdot 225 = 675\,000$$

$$C(50, 225) \rightarrow I(50, 225) = 2000 \cdot 50 + 3000 \cdot 225 = 775\,000$$

$$D(100, 200) \rightarrow I(100, 200) = 2000 \cdot 100 + 3000 \cdot 200 = 800\,000 \text{ Máximo}$$

$$E(200, 0) \rightarrow I(200, 0) = 2000 \cdot 200 + 3000 \cdot 0 = 400\,000$$

Los máximos ingresos que se puede obtener en la región factible son de 800 000 € y se obtienen en el punto D(100, 200).

Los máximos ingresos se obtienen con la elaboración y venta de 100 metros lineales de tapiz tipo A y 200 metros de tapiz tipo B.

b) Los máximos ingresos que se pueden obtener tienen un valor de 800 000 €.

c) En confeccionar 100 tapices tipo A y 200 tapices tipo B se gastan:

$100 \cdot 100 + 200 \cdot 200 = 50\,000 \text{ g} = 50 \text{ kg}$ de hilo de seda, $200 \cdot 100 + 100 \cdot 200 = 40\,000 \text{ g} = 40 \text{ kg}$ de hilo de plata y $100 \cdot 200 = 20\,000 \text{ g} = 20 \text{ kg}$ de hilo de oro.

Disponemos de 50 kilos de hilo de seda y lo gastamos todo. Disponemos de 40 kilos de hilo de plata y lo gastamos todo. Disponemos de 22.5 kg de hilo de oro, nos quedan después de fabricar los tapices $22.5 - 20 = 2.5 \text{ kg}$ de oro.

APARTADO 2.1 [2,5 puntos]

Una tienda dispone de latas de conserva de tomate de tres fabricantes: A, B y C.

El fabricante A envasa el tomate en latas de 250 g, el fabricante B lo envasa en latas de 500 g y el fabricante C en latas de 1 kg. Dichas latas de tomate se venden a 1, 1,8 y 3,3 €, respectivamente.

Compramos 20 latas que tienen un peso total de 10 kg y un valor total de 35,6 €. Queremos saber cuántas latas hemos comprado de cada fabricante.

a) [1 puntos] Plantea el sistema de ecuaciones que resuelve el problema.

b) [1,5 puntos] Resuelve el problema.

a) Llamamos a , b , c al número de latas que hemos comprado del fabricante A, B y C respectivamente.

Obtenemos las ecuaciones partiendo de la información proporcionada en el problema.

“Compramos 20 latas” $\rightarrow a + b + c = 20$.

“Compramos 20 latas que tienen un peso total de 10 kg” $\rightarrow 0.25a + 0.5b + c = 10$.

“Compramos 20 latas que tienen un peso total de 10 kg y un valor total de 35,6 €” $\rightarrow a + 1.8b + 3.3c = 35.6$.

Reunimos todas las ecuaciones en un sistema.

$$\left. \begin{array}{l} a + b + c = 20 \\ 0.25a + 0.5b + c = 10 \\ a + 1.8b + 3.3c = 35.6 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} a + b + c = 20 \\ a + 2b + 4c = 40 \\ a + 1.8b + 3.3c = 35.6 \end{array} \right\}$$

b) Resolvemos el sistema.

$$\left. \begin{array}{l} a + b + c = 20 \\ a + 2b + 4c = 40 \\ a + 1.8b + 3.3c = 35.6 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} a = 20 - b - c \\ a + 2b + 4c = 40 \\ a + 1.8b + 3.3c = 35.6 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} 20 - b - c + 2b + 4c = 40 \\ 20 - b - c + 1.8b + 3.3c = 35.6 \end{array} \right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left. \begin{array}{l} b + 3c = 20 \\ 0.8b + 2.3c = 15.6 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} b = 20 - 3c \\ 0.8b + 2.3c = 15.6 \end{array} \right\} \Rightarrow 0.8(20 - 3c) + 2.3c = 15.6 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 16 - 2.4c + 2.3c = 15.6 \Rightarrow -0.1c = -0.4 \Rightarrow \boxed{c = \frac{0.4}{0.1} = 4} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{b = 20 - 3 \cdot 4 = 8} \Rightarrow \boxed{a = 20 - 8 - 4 = 8}$$

Hemos comprado 8 latas del fabricante A, 8 del fabricante B y 4 del fabricante C.

APARTADO 2.2 [2,5 puntos]

Dada la matriz $A(a)$:

$$A(a) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & a & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

- a) [0,6 puntos] Calcula, razonadamente, el valor de a para que el determinante de $A^2(a)$ valga 4.
- b) [1 punto] Comprueba si la matriz $A(a)$ es regular (invertible) para los valores de a obtenidos en el apartado anterior. Si es regular para el caso $a = 2$, calcula $A^{-1}(a)$.
- c) [0,9 puntos] Determina la siguiente matriz M y el valor de su determinante:

$$M = A^t(2) \cdot A^{-1}(2)$$

a) Hallamos la expresión de la matriz $A^2(a)$.

$$A^2(a) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & a & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & a & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1+a & a^2 & 0 \\ 1+1+1 & a+1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ a+1 & a^2 & 0 \\ 3 & a+1 & 1 \end{pmatrix}$$

Determinamos la expresión de $|A^2(a)|$.

$$|A^2(a)| = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ a+1 & a^2 & 0 \\ 3 & a+1 & 1 \end{vmatrix} = a^2$$

Averiguamos cuando este determinante vale 4.

$$|A^2(a)| = 4 \Rightarrow a^2 = 4 \Rightarrow \boxed{a = \sqrt{4} = \pm 2}$$

El determinante de $A^2(a)$ vale 4 para $a = -2$ y $a = 2$.

- b) Para que la matriz sea regular su determinante debe ser distinto de cero. Averiguamos cuando se anula el determinante de $A(a)$.

$$|A(a)| = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & a & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix} = a \quad \left. \vphantom{\begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & a & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix}} \right\} \Rightarrow a = 0$$

$$|A(a)| = 0$$

La matriz $A(a)$ es invertible para cualquier valor de a distinto de 0. Por tanto, es invertible para los valores obtenidos en el apartado anterior ($a = \pm 2$).

Calculamos la inversa de $A(a)$ para $a = 2$.

$$A(2) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \Rightarrow |A(2)| = 2 \neq 0$$

$$A^{-1}(2) = \frac{\text{Adj}(A^T(2))}{|A(2)|} = \frac{\text{Adj} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}}{2} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} + \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} & - \begin{vmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} & + \begin{vmatrix} 0 & 2 \\ 0 & 0 \end{vmatrix} \\ - \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} & + \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} & - \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{vmatrix} \\ + \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} & - \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} & + \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 2 \end{vmatrix} \end{pmatrix}$$

$$A^{-1}(2) = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ -1 & -1 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -1/2 & 1/2 & 0 \\ -1/2 & -1/2 & 1 \end{pmatrix}$$

c) Determinamos la expresión de la matriz M.

$$A(2) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \Rightarrow A^t(2) = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$M = A^t(2) \cdot A^{-1}(2) = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ -1 & -1 & 2 \end{pmatrix} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 2-1-1 & 1-1 & 2 \\ -2-1 & 2-1 & 2 \\ -1 & -1 & 2 \end{pmatrix} =$$

$$= \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 2 \\ -3 & 1 & 2 \\ -1 & -1 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ -3/2 & 1/2 & 1 \\ -1/2 & -1/2 & 1 \end{pmatrix}$$

Determinamos el valor de su determinante.

$$|M| = \begin{vmatrix} 0 & 0 & 1 \\ -3/2 & 1/2 & 1 \\ -1/2 & -1/2 & 1 \end{vmatrix} = \frac{3}{4} + \frac{1}{4} = 1$$

APARTADO 3.1 [2,5 puntos]

Las funciones $E(x)$ y $D(x)$ representan, respectivamente, el rendimiento de dos pintores, Eneko y Deiene un determinado día que trabajan durante 8 horas.

Ambas funciones miden los metros cuadrados pintados por hora y se pueden determinar mediante las expresiones:

$$E(x) = -x^2 + 19x + 66 \quad 0 \leq x \leq 8$$

$$D(x) = -x^2 + 5x + 150 \quad 0 \leq x \leq 8$$

- a) [0,3 puntos] ¿Qué pintor tiene mejor rendimiento inicial?
 b) [0,6 puntos] ¿Cuál es el mayor rendimiento de Eneko? ¿Cuándo se da?
 c) [0,5 puntos] ¿Cuál es el mayor rendimiento de Deiene? ¿Cuándo se da?
 d) [0,3 puntos] ¿Cuándo tienen ambos el mismo rendimiento?
 e) [0,8 puntos] Al final de la jornada laboral de ese día, ¿cuántos m^2 ha pintado Deiene en total?

a) Hallamos el valor de $E(0)$ y $D(0)$ y los comparamos.

$$\left. \begin{array}{l} E(0) = -0^2 + 19 \cdot 0 + 66 = 66 \\ D(0) = -0^2 + 5 \cdot 0 + 150 = 150 \end{array} \right\} \Rightarrow E(0) = 66 < 150 = D(0)$$

Deiene tiene mejor rendimiento inicial.

b) Hallamos los puntos críticos de $E(x)$.

$$E(x) = -x^2 + 19x + 66 \Rightarrow E'(x) = -2x + 19$$

$$E'(x) = 0 \Rightarrow -2x + 19 = 0 \Rightarrow 2x = 19 \Rightarrow x = \frac{19}{2} = 9.5 \notin [0, 8]$$

La derivada no se anula en el intervalo $[0, 8]$.

Si tomamos $x=1$ la derivada vale $E'(1) = -2 + 19 = 17 > 0$. La derivada siempre es positiva en el intervalo $[0, 8]$. La función es creciente en todo el intervalo, por lo que el valor máximo de la función se obtiene para $x=8$. Como $E(8) = -8^2 + 19 \cdot 8 + 66 = 154$. El rendimiento máximo de Eneko se produce a las 8 horas y es de 154 metros cuadrados pintados por hora.

c) Hallamos los puntos críticos de $D(x)$.

$$D(x) = -x^2 + 5x + 150 \Rightarrow D'(x) = -2x + 5$$

$$D'(x) = 0 \Rightarrow -2x + 5 = 0 \Rightarrow 2x = 5 \Rightarrow x = \frac{5}{2} = 2.5 \in [0, 8]$$

Sustituimos $x=2.5$ en la segunda derivada.

$$D'(x) = -2x + 5 \Rightarrow D''(x) = -2 \Rightarrow D''(2.5) = -2 < 0$$

Como la segunda derivada es negativa la función tiene un máximo relativo en $x = 2.5$.

Como $D(2.5) = -2.5^2 + 5 \cdot 2.5 + 150 = 156.25$. El rendimiento máximo de Deiene se produce a las 2.5 horas y es de 156.25 metros cuadrados pintados por hora.

d) Buscamos cuando $D(x) = E(x)$.

$$D(x) = E(x) \Rightarrow -x^2 + 5x + 150 = -x^2 + 19x + 66 \Rightarrow 84 = 14x \Rightarrow x = \frac{84}{14} = 6$$

Tienen el mismo rendimiento a las 6 horas.

e) Los metros cuadrados pintados por Deiene en las 8 horas es el valor de la integral definida de la función $D(x)$ entre 0 y 8.

$$\begin{aligned} \int_0^8 D(x) dx &= \int_0^8 -x^2 + 5x + 150 dx = \left[-\frac{x^3}{3} + \frac{5}{2}x^2 + 150x \right]_0^8 = \\ &= \left[-\frac{8^3}{3} + \frac{5}{2} \cdot 8^2 + 150 \cdot 8 \right] - \left[-\frac{0^3}{3} + \frac{5}{2} \cdot 0^2 + 150 \cdot 0 \right] = -\frac{8^3}{3} + 160 + 1200 \approx \boxed{1189.33} \end{aligned}$$

Deiene en toda la jornada ha pintado unos 1189.33 metros cuadrados aproximadamente.

APARTADO 3.2 [2,5 puntos]

Sea la función $f(x): (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$ definida como: $f(x) = \frac{ax^2 + b}{x}$

Sabemos que la recta $y = -2$ es la recta tangente a la función $f(x)$ en el punto $x = 1$.

- a) [1,25 puntos] Calcula el valor de los parámetros a y b .
 b) [0,75 puntos] Halla los intervalos de crecimiento y decrecimiento de la función $f(x)$, cuando $a = b = -1$.
 c) [0,5 puntos] Para los valores $a = b = -1$, ¿tiene la función, $f(x)$, algún máximo o mínimo relativo? En caso afirmativo, determínalo.

- a) Si la tangente es $y = -2$ significa que es horizontal y por tanto la función tiene un máximo o un mínimo en $x = 1$. Por lo que la derivada se anula para este valor $\rightarrow f'(1) = 0$.

Como la gráfica de la función y la recta tangente coinciden en $x = 1$ entonces sabemos que $f(1) = -2$.

Usamos estas dos condiciones para obtener el valor de los parámetros a y b .

$$f(x) = \frac{ax^2 + b}{x} \Rightarrow f'(x) = \frac{2ax \cdot x - (ax^2 + b)}{x^2} = \frac{2ax^2 - ax^2 - b}{x^2} = \frac{ax^2 - b}{x^2}$$

$$\left. \begin{aligned} f'(1) = 0 &\Rightarrow \frac{a \cdot 1^2 - b}{1^2} = 0 \Rightarrow a - b = 0 \Rightarrow a = b \\ f(1) = -2 &\Rightarrow -2 = \frac{a \cdot 1^2 + b}{1} \Rightarrow a + b = -2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow a + a = -2 \Rightarrow 2a = -2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{a = -1} \Rightarrow \boxed{b = -1}$$

Los valores buscados son $a = b = -1$.

- b) Cuando $a = b = -1$ la función queda $f(x) = \frac{-x^2 - 1}{x}$ y su derivada es $f'(x) = \frac{-x^2 + 1}{x^2}$.

Buscamos los puntos críticos de la función.

$$f'(x) = 0 \Rightarrow \frac{-x^2 + 1}{x^2} = 0 \Rightarrow -x^2 + 1 = 0 \Rightarrow x^2 = 1 \Rightarrow \boxed{x = \sqrt{1} = \pm 1}$$

Como la función solo está definida en el intervalo $(0, +\infty)$ solo consideramos el valor $x = 1$ como punto crítico. Estudiamos el signo de la derivada antes y después de este valor.

- En el intervalo $(0, 1)$ tomamos $x = 0.5$ y la derivada vale $f'(0.5) = \frac{-0.5^2 + 1}{0.5^2} = 3 > 0$.
La función crece en $(0, 1)$.

- En el intervalo $(1, +\infty)$ tomamos $x = 2$ y la derivada vale $f'(2) = \frac{-2^2 + 1}{2^2} = \frac{-3}{4} < 0$.

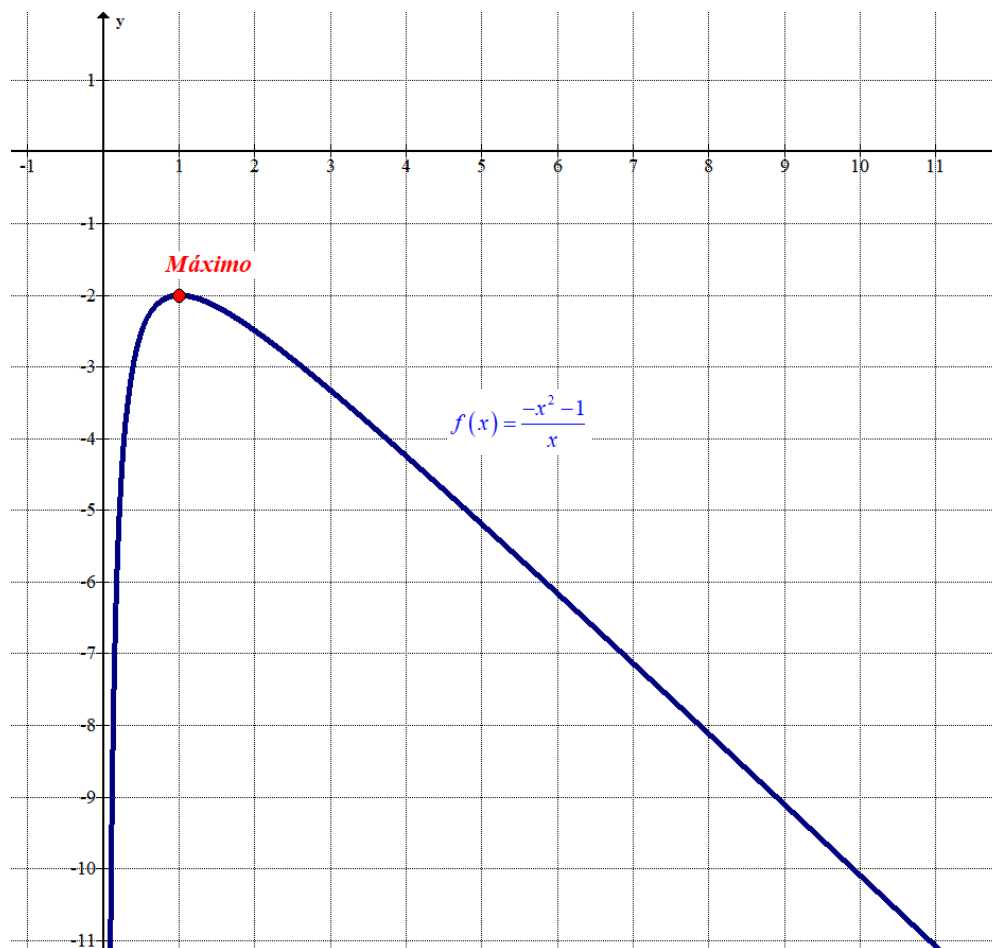
La función decrece en $(1, +\infty)$.

La función crece en $(0, 1)$ y decrece en $(1, +\infty)$.

- c) Por lo visto en el apartado anterior sabemos que la función crece antes de $x=1$ y decrece después, por lo que la función tiene un máximo relativo en $x=1$.

Como $f(1) = \frac{-1^2 - 1}{1} = -2$ las coordenadas del máximo relativo son $(1, -2)$.

La función no tiene ningún mínimo relativo.



APARTADO 4.1 [2,5 puntos]

Una bolsa contiene tres cartas del mismo tamaño con caras de diferentes colores.

Una carta es roja por las dos caras, otra tiene una cara blanca y otra roja, y la tercera tiene una cara negra y otra blanca.

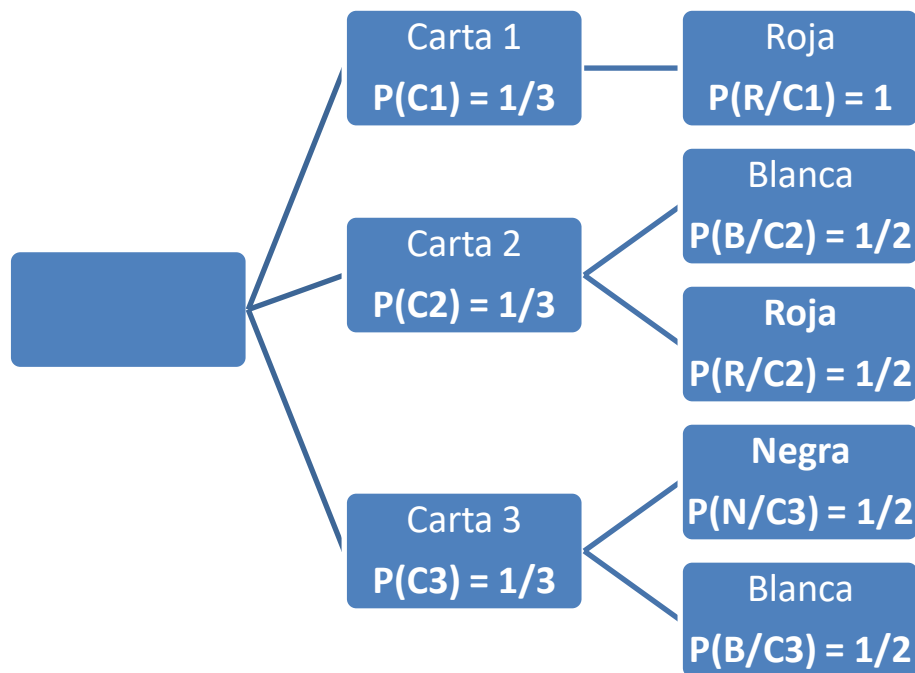
Se saca una carta al azar y se muestra, también al azar, una de sus caras.

a) [1 punto] ¿Cuál es la probabilidad de que la cara mostrada sea roja?

b) [1,5 puntos] Si la cara mostrada es blanca, ¿cuál es la probabilidad de que la otra cara sea roja?

a) Realizamos un diagrama de árbol. Llamamos carta 1 a la carta con dos caras rojas, carta 2 a la que tiene una cara blanca y otra roja, por último, llamamos carta 3 a la que tiene una cara negra y otra blanca.

También llamamos R, B y N a obtener una cara roja, blanca o negra.



Debemos calcular $P(R)$. Aplicamos el teorema de la probabilidad total.

$$P(R) = P(C1)P(R/C1) + P(C2)P(R/C2) = \frac{1}{3} \cdot 1 + \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} = \boxed{\frac{1}{2} = 0.5}$$

b) La carta que tiene una cara blanca y otra roja es la carta 2. Nos piden calcular $P(C2/B)$.

Es una probabilidad a posteriori. Aplicamos el teorema de Bayes.

$$P(C2/B) = \frac{P(C2 \cap B)}{P(B)} = \frac{P(C2)P(B/C2)}{P(C2)P(B/C2) + P(C3)P(B/C3)} = \frac{\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2}}{\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} + \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2}} = \boxed{\frac{1}{2} = 0.5}$$

APARTADO 4.2 [2,5 puntos]

Iker dispone de dos días para preparar un examen. La probabilidad de estudiar solamente el primer día es del 10 %, la de estudiar los dos días es del 10 % y la de no hacerlo ningún día es del 25 %.

Calcular la probabilidad de que Iker estudie para el examen en cada uno de los siguientes casos:

- [0,75 puntos]** El segundo día.
- [1 puntos]** Solamente el segundo día.
- [0,75 puntos]** El segundo día sabiendo que no ha estudiado el primero.

Realizamos una tabla de contingencia.

	Estudia el día 2	No estudia el día 2	
Estudia el día 1	10%	10%	
No estudia el día 1		25%	
			100%

Completamos la tabla.

	Estudia el día 2	No estudia el día 2	
Estudia el día 1	10%	10%	20%
No estudia el día 1	55%	25%	80%
	65%	35%	100%

- La probabilidad de que estudie el día 2 es del 65%.
- La probabilidad de estudiar sólo el segundo día es la probabilidad de no estudiar el día 1 y estudiar el día 2. Esta probabilidad es del 55%.
- No ha estudiado el día 1 con una probabilidad de 80% y ha estudiado el día 2 y no ha estudiado el día 1 con una probabilidad de 55%. La probabilidad de estudiar el día 2, sabiendo que no ha estudiado el día 1 vale $\frac{55}{80} = \frac{11}{16} = 0.6875 = 68.75\%$.

APARTADO 5.1 [2,5 puntos]

En un determinado año, la nota de la Prueba para el Acceso a la Universidad, PAU, del alumnado que se ha preinscrito en el Grado en Arquitectura Técnica sigue una distribución normal de media 6,8 puntos y desviación típica 0,6 puntos.

Por otro lado, la nota del alumnado que se ha preinscrito en el Grado en Biomedical Engineering sigue una distribución normal de media 7 puntos y desviación típica 0,5 puntos. En ambos casos solo se puede admitir al 25 % del alumnado preinscrito que tiene las mejores calificaciones. Si Yolanda ha obtenido una nota de 7,25 puntos y Teresa de 7,45 puntos, ¿a qué grados tendrán opción de acceso?

X = la nota de la Prueba para el Acceso a la Universidad, PAU, del alumnado que se ha preinscrito en el Grado en Arquitectura Técnica. $X = N(6.8, 0.6)$

Y = la nota de la Prueba para el Acceso a la Universidad, PAU, del alumnado que se ha preinscrito en el Grado en Biomedical Engineering. $Y = N(7, 0.5)$

Calculamos el valor de “a” tal que $P(X \geq a) = 0.25$.

$$P(X \geq a) = 0.25 \Rightarrow \{\text{Tipificamos}\} \Rightarrow P\left(Z \geq \frac{a-6.8}{0.6}\right) = 0.25 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 1 - P\left(Z \leq \frac{a-6.8}{0.6}\right) = 0.25 \Rightarrow P\left(Z \leq \frac{a-6.8}{0.6}\right) = 1 - 0.25 = 0.75 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \text{Miramos en la} \\ \text{tabla } N(0, 1) \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{a-6.8}{0.6} = \frac{0.67+0.68}{2} = 0.675 \Rightarrow a-6.8 = 0.405 \Rightarrow \boxed{a = 7.205}$$

	0'00	0'01	0'02	0'03	0'04	0'05	0'06	0'07	0'08
0'0	0'5000	0'5040	0'5080	0'5120	0'5160	0'5199	0'5239	0'5279	0'5319
0'1	0'5398	0'5438	0'5478	0'5517	0'5557	0'5596	0'5636	0'5675	0'5714
0'2	0'5793	0'5832	0'5871	0'5910	0'5948	0'5987	0'6026	0'6064	0'6103
0'3	0'6179	0'6217	0'6255	0'6293	0'6331	0'6368	0'6406	0'6443	0'6480
0'4	0'6554	0'6591	0'6628	0'6664	0'6700	0'6736	0'6772	0'6808	0'6844
0'5	0'6915	0'6950	0'6985	0'7019	0'7054	0'7088	0'7123	0'7157	0'7190
0'6	0'7257	0'7291	0'7324	0'7357	0'7389	0'7422	0'7454	0'7486	0'7517

La nota de corte en Arquitectura Técnica será de 7.205. Las dos tienen una nota superior a esta nota de corte y tienen opción de acceso a este grado.

Calculamos el valor de “b” tal que $P(Y \geq b) = 0.25$.

$$P(Y \geq b) = 0.25 \Rightarrow \{\text{Tipificamos}\} \Rightarrow P\left(Z \geq \frac{b-7}{0.5}\right) = 0.25 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 1 - P\left(Z \leq \frac{b-7}{0.5}\right) = 0.25 \Rightarrow P\left(Z \leq \frac{b-7}{0.5}\right) = 1 - 0.25 = 0.75 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \text{Miramos en la} \\ \text{tabla } N(0, 1) \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{b-7}{0.5} = 0.675 \Rightarrow b-7 = 0.3375 \Rightarrow \boxed{b = 7.3375}$$

La nota de corte en Biomedical Engineering será de 7.3375. Solo Teresa tiene una nota superior (7.45) y puede entrar, pero Yolanda no puede entrar al ser su nota (7.25) inferior a esta nota de corte.

Teresa tiene opción de acceso a los dos grados y Yolanda solo tiene opción de acceso al grado de Arquitectura Técnica.

APARTADO 5.2 [2,5 puntos]

La estatura (en centímetros) del personal del servicio foral de extinción de incendios y salvamento es una variable aleatoria X , que sigue una distribución normal de media μ y varianza 169 cm^2 .

A partir de una muestra aleatoria simple de tamaño 81 se estima que la media es 175 cm .

- a) [0,4 puntos] Indica cuál es la distribución de la media muestral, $\bar{X}$.
- b) [0,75 puntos] ¿Cuál es la probabilidad de que la estatura media esté entre 172 y 182 cm ?
- c) [0,75 puntos] En la distribución de la media muestral, $\bar{X}$, obtén el intervalo característico para el 99 %.
- d) [0,6 puntos] Si se quiere estimar la estatura media del personal de dicho servicio de forma que el error máximo admisible no sobrepase los 2 cm , con un nivel de confianza del 94 %, ¿cuántas personas se tendrán que escoger para formar parte de la muestra?

- a) X = La estatura (en centímetros) del personal del servicio foral de extinción de incendios y salvamento. Como la varianza es 169 la desviación típica es $\sqrt{169} = 13 \text{ cm}$.

$$X = N(175, 13)$$

La distribución de la media muestral es una normal con la misma media y con desviación

$$\text{típica } \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{13}{\sqrt{81}} = \frac{13}{9} \approx 1.44.$$

$$\bar{X}_{81} = N\left(175, \frac{13}{9}\right)$$

- b) Debemos calcular $P(172 \leq \bar{X}_{81} \leq 182)$.

$$P(172 \leq \bar{X}_{81} \leq 182) = \{\text{Tipificamos}\} = P\left(\frac{172-175}{13/9} \leq Z \leq \frac{182-175}{13/9}\right) =$$

$$= P(-2.08 \leq Z \leq 4.85) = P(Z \leq 4.85) - P(Z \leq -2.08) = P(Z \leq 4.85) - P(Z \geq 2.08) =$$

$$= P(Z \leq 4.85) - [1 - P(Z \leq 2.08)] = \left\{ \begin{array}{l} \text{Miramos en la} \\ \text{tabla } N(0, 1) \end{array} \right\} = 1 - [1 - 0.9812] = \boxed{0.9812}$$

	0'00	0'01	0'02	0'03	0'04	0'05	0'06	0'07	0'08	0'09
0'0	0'5000	0'5040	0'5080	0'5120	0'5160	0'5199	0'5239	0'5279	0'5319	0'
0'1	0'5398	0'5438	0'5478	0'5517	0'5557	0'5596	0'5636	0'5675	0'5714	0'
0'2	0'5793	0'5832	0'5871	0'5910	0'5948	0'5987	0'6026	0'6064	0'6103	0'
0'3	0'6179	0'6217	0'6255	0'6293	0'6331	0'6368	0'6406	0'6443	0'6480	0'
0'4	0'6554	0'6591	0'6628	0'6664	0'6700	0'6736	0'6772	0'6808	0'6844	0'
0'5	0'6915	0'6950	0'6985	0'7019	0'7054	0'7088	0'7123	0'7157	0'7190	0'
0'6	0'7257	0'7291	0'7324	0'7357	0'7389	0'7422	0'7454	0'7486	0'7517	0'
0'7	0'7580	0'7611	0'7642	0'7673	0'7704	0'7734	0'7764	0'7794	0'7823	0'
0'8	0'7881	0'7910	0'7939	0'7967	0'7995	0'8023	0'8051	0'8078	0'8106	0'
0'9	0'8159	0'8186	0'8212	0'8238	0'8264	0'8289	0'8315	0'8340	0'8365	0'
1'0	0'8413	0'8438	0'8461	0'8485	0'8508	0'8531	0'8554	0'8577	0'8599	0'
1'1	0'8643	0'8665	0'8686	0'8708	0'8729	0'8749	0'8770	0'8790	0'8810	0'
1'2	0'8849	0'8869	0'8888	0'8907	0'8925	0'8944	0'8962	0'8980	0'8997	0'
1'3	0'9032	0'9049	0'9066	0'9082	0'9099	0'9115	0'9131	0'9147	0'9162	0'
1'4	0'9192	0'9207	0'9222	0'9236	0'9251	0'9265	0'9279	0'9292	0'9306	0'
1'5	0'9332	0'9345	0'9357	0'9370	0'9382	0'9394	0'9406	0'9418	0'9429	0'
1'6	0'9452	0'9463	0'9474	0'9484	0'9495	0'9505	0'9515	0'9525	0'9535	0'
1'7	0'9554	0'9564	0'9573	0'9582	0'9591	0'9599	0'9608	0'9616	0'9625	0'
1'8	0'9641	0'9649	0'9656	0'9664	0'9671	0'9678	0'9686	0'9693	0'9699	0'
1'9	0'9713	0'9719	0'9726	0'9732	0'9738	0'9744	0'9750	0'9756	0'9761	0'
2'0	0'9772	0'9778	0'9783	0'9788	0'9793	0'9798	0'9803	0'9808	0'9812	0'

c) Buscamos el valor del error = e tal que $P(175 - e \leq \overline{X}_{81} \leq 175 + e) = 0.99$.

$$P(175 - e \leq \overline{X}_{81} \leq 175 + e) = \{\text{Tipificamos}\} = P\left(\frac{-e}{13/9} \leq Z \leq \frac{e}{13/9}\right) =$$

$$= P\left(Z \leq \frac{e}{13/9}\right) - P\left(Z \leq \frac{-e}{13/9}\right) = P\left(Z \leq \frac{e}{13/9}\right) - P\left(Z \geq \frac{e}{13/9}\right) =$$

$$= P\left(Z \leq \frac{e}{13/9}\right) - \left[1 - P\left(Z \leq \frac{e}{13/9}\right)\right] = 2P\left(Z \leq \frac{e}{13/9}\right) - 1$$

$$P(175 - e \leq \overline{X}_{81} \leq 175 + e) = 0.99 \Rightarrow 2P\left(Z \leq \frac{e}{13/9}\right) - 1 = 0.99 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2P\left(Z \leq \frac{e}{13/9}\right) = 1.99 \Rightarrow P\left(Z \leq \frac{e}{13/9}\right) = \frac{1.99}{2} = 0.995 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \text{Miramos en la} \\ \text{tabla } N(0, 1) \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{e}{13/9} = 2.575 \Rightarrow \boxed{\text{Error} = 2.575 \cdot \frac{13}{9} \approx 3.72}$$

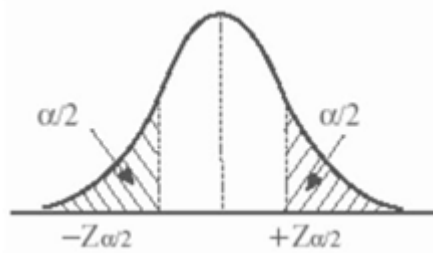
	0'00	0'01	0'02	0'03	0'04	0'05	0'06	0'07	0'08
0'0	0'5000	0'5040	0'5080	0'5120	0'5160	0'5199	0'5239	0'5279	0'5319
0'1	0'5398	0'5438	0'5478	0'5517	0'5557	0'5596	0'5636	0'5675	0'5714
0'2	0'5793	0'5832	0'5871	0'5910	0'5948	0'5987	0'6026	0'6064	0'6103
0'3	0'6179	0'6217	0'6255	0'6293	0'6331	0'6368	0'6406	0'6443	0'6480
0'4	0'6554	0'6591	0'6628	0'6664	0'6700	0'6736	0'6772	0'6808	0'6844
0'5	0'6915	0'6950	0'6985	0'7019	0'7054	0'7088	0'7123	0'7157	0'7190
0'6	0'7257	0'7291	0'7324	0'7357	0'7389	0'7422	0'7454	0'7486	0'7517
0'7	0'7580	0'7611	0'7642	0'7673	0'7704	0'7734	0'7764	0'7794	0'7823
0'8	0'7881	0'7910	0'7939	0'7967	0'7995	0'8023	0'8051	0'8078	0'8106
0'9	0'8159	0'8186	0'8212	0'8238	0'8264	0'8289	0'8315	0'8340	0'8365
1'0	0'8413	0'8438	0'8461	0'8485	0'8508	0'8531	0'8554	0'8577	0'8599
1'1	0'8643	0'8665	0'8686	0'8708	0'8729	0'8749	0'8770	0'8790	0'8810
1'2	0'8849	0'8869	0'8888	0'8907	0'8925	0'8944	0'8962	0'8980	0'8997
1'3	0'9032	0'9049	0'9066	0'9082	0'9099	0'9115	0'9131	0'9147	0'9162
1'4	0'9192	0'9207	0'9222	0'9236	0'9251	0'9265	0'9279	0'9292	0'9306
1'5	0'9332	0'9345	0'9357	0'9370	0'9382	0'9394	0'9406	0'9418	0'9429
1'6	0'9452	0'9463	0'9474	0'9484	0'9495	0'9505	0'9515	0'9525	0'9535
1'7	0'9554	0'9564	0'9573	0'9582	0'9591	0'9599	0'9608	0'9616	0'9625
1'8	0'9641	0'9649	0'9656	0'9664	0'9671	0'9678	0'9686	0'9693	0'9699
1'9	0'9713	0'9719	0'9726	0'9732	0'9738	0'9744	0'9750	0'9756	0'9761
2'0	0'9772	0'9778	0'9783	0'9788	0'9793	0'9798	0'9803	0'9808	0'9812
2'1	0'9821	0'9826	0'9830	0'9834	0'9838	0'9842	0'9846	0'9850	0'9854
2'2	0'9861	0'9864	0'9868	0'9871	0'9875	0'9878	0'9881	0'9884	0'9887
2'3	0'9893	0'9896	0'9898	0'9901	0'9904	0'9906	0'9909	0'9911	0'9913
2'4	0'9918	0'9920	0'9922	0'9925	0'9927	0'9929	0'9931	0'9932	0'9934
2'5	0'9938	0'9940	0'9941	0'9943	0'9945	0'9946	0'9948	0'9949	0'9951

El intervalo característico para el 99% es:

$$(\mu - \text{Error}, \mu + \text{Error}) = (175 - 3.72, 175 + 3.72) = (171.28, 178.72)$$

d) Buscamos en la tabla de la normal para un nivel de confianza del 94% el valor de $z_{\alpha/2}$.

$$1 - \alpha = 0,94 \rightarrow \alpha = 0,06 \rightarrow \alpha/2 = 0,03 \rightarrow 1 - \alpha/2 = 0,97 \rightarrow z_{\alpha/2} = 1.88$$



	0'00	0'01	0'02	0'03	0'04	0'05	0'06	0'07	0'08	
0'0	0'5000	0'5040	0'5080	0'5120	0'5160	0'5199	0'5239	0'5279	0'5319	0
0'1	0'5398	0'5438	0'5478	0'5517	0'5557	0'5596	0'5636	0'5675	0'5714	0
0'2	0'5793	0'5832	0'5871	0'5910	0'5948	0'5987	0'6026	0'6064	0'6103	0
0'3	0'6179	0'6217	0'6255	0'6293	0'6331	0'6368	0'6406	0'6443	0'6480	0
0'4	0'6554	0'6591	0'6628	0'6664	0'6700	0'6736	0'6772	0'6808	0'6844	0
0'5	0'6915	0'6950	0'6985	0'7019	0'7054	0'7088	0'7123	0'7157	0'7190	0
0'6	0'7257	0'7291	0'7324	0'7357	0'7389	0'7422	0'7454	0'7486	0'7517	0
0'7	0'7580	0'7611	0'7642	0'7673	0'7704	0'7734	0'7764	0'7794	0'7823	0
0'8	0'7881	0'7910	0'7939	0'7967	0'7995	0'8023	0'8051	0'8078	0'8106	0
0'9	0'8159	0'8186	0'8212	0'8238	0'8264	0'8289	0'8315	0'8340	0'8365	0
1'0	0'8413	0'8438	0'8461	0'8485	0'8508	0'8531	0'8554	0'8577	0'8599	0
1'1	0'8643	0'8665	0'8686	0'8708	0'8729	0'8749	0'8770	0'8790	0'8810	0
1'2	0'8849	0'8869	0'8888	0'8907	0'8925	0'8944	0'8962	0'8980	0'8997	0
1'3	0'9032	0'9049	0'9066	0'9082	0'9099	0'9115	0'9131	0'9147	0'9162	0
1'4	0'9192	0'9207	0'9222	0'9236	0'9251	0'9265	0'9279	0'9292	0'9306	0
1'5	0'9332	0'9345	0'9357	0'9370	0'9382	0'9394	0'9406	0'9418	0'9429	0
1'6	0'9452	0'9463	0'9474	0'9484	0'9495	0'9505	0'9515	0'9525	0'9535	0
1'7	0'9554	0'9564	0'9573	0'9582	0'9591	0'9599	0'9608	0'9616	0'9625	0
1'8	0'9644	0'9654	0'9663	0'9671	0'9679	0'9687	0'9695	0'9703	0'9711	0

Utilizamos la fórmula del error.

$$Error < 2 \Rightarrow z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} < 2 \Rightarrow 1.88 \cdot \frac{13}{\sqrt{n}} < 2 \Rightarrow 1.88 \cdot 13 < 2\sqrt{n} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{1.88 \cdot 13}{2} < \sqrt{n} \Rightarrow \left(\frac{1.88 \cdot 13}{2} \right)^2 < n \Rightarrow \boxed{n > 149.33}$$

El tamaño mínimo de la muestra es de 150 personas.