ANÁLISIS

1. Calcula la siguiente derivada:

$$y = \frac{8}{x^2 - 4} + \ln(1 - x) + x \cdot e^x$$

$y' = \frac{-16x}{(x^2-4)^2} - \frac{1}{1-x} + e^x(1+x)$

2. Halla los **valores** de a y b para que la función $f(x)$ sea **derivable** en $x = 1$:

$$f(x) = \begin{cases} -x^3 + x^2 & si \quad x \leq 1 \\ a \cdot x - b & si \quad x > 1 \end{cases}$$

$a = -1$

$b = -1$

3. El **beneficio** de una empresa (en miles de €) viene dado por la función:

$$B(x) = x^3 - x^2 - x + 2$$

a. Calcula x para que el beneficio sea un **máximo relativo** y **calcula** ese **beneficio**.

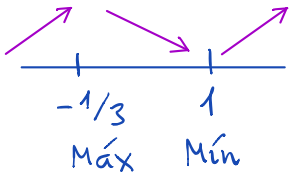
b. Calcula para qué valores de x **disminuyen** o **decrecen** los **beneficios**.

c. Calcula analíticamente para qué valor/es de x tienen los beneficios un **punto de inflexión**.

a) En $x = -1/3$ hay un máximo

2,19 ⇒ · 1000 son 2190 €

b)



Los beneficios decrecen en el intervalo $(-\frac{1}{3}, 1)$

c) Punto de inflexión P.I. $(\frac{1}{3}, 1{,}59)$

1. Calcula la siguiente derivada:

$$y=\frac{8}{x^2-4}+\ln(1-x)+x\cdot e^x$$

$y = 8\cdot(x^2-4)^{-1} + \ln(1-x) + x\cdot e^x$

$y' = -8(x^2-4)^{-2}\cdot 2x + \frac{-1}{1-x} + e^x + x\cdot e^x = \frac{-16x}{(x^2-4)^2} - \frac{1}{1-x} + e^x(1+x)$

2. Halla los **valores** de a y b para que la función $f(x)$ sea **derivable** en $x=1$:

$$f(x)=\begin{cases} -x^3+x^2 & si \quad x\le 1 \\ a\cdot x-b & si \quad x>1 \end{cases}$$

Condición de continuidad:

$\lim_{x\to 1^-}(-x^3+x^2) = \lim_{x\to 1^+} ax+b$

$-1+1 = a-b \Rightarrow a=b$

La función derivada: $f'(x)=\begin{cases} -3x^2+2x & si \quad x\le 1 \\ a & si \quad x>1 \end{cases}$

Condición de derivabilidad: $f'(1^-)=f'(1^+)$ | $-3x^2+2x=a$ | $-3+2=a$ | $a=-1$ (2) | Por (1), $a=b \Rightarrow b=-1$

3. El **beneficio** de una empresa (en miles de €) viene dado por la función:

$$B(x)=x^3-x^2-x+2$$

a. Calcula x para que el beneficio sea un **máximo relativo** y **calcula** ese **beneficio**.

b. Calcula para qué valores de x **disminuyen** o **decrecen** los **beneficios**.

c. Calcula analíticamente para qué valor/es de x tienen los beneficios un **punto de inflexión**.

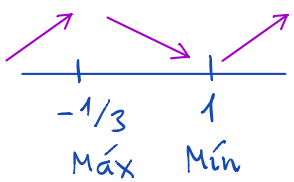
a) $B'(x)=3x^2-2x-1=0 \Rightarrow x=\frac{2\pm\sqrt{4-4\cdot 3\cdot(-1)}}{2\cdot 3}=\frac{2\pm 4}{6}<\begin{matrix}1\\-1/3\end{matrix}$ (Extremos)

$B''(x)=6x-2$, $B''(1)=4>0 \Rightarrow$ En $x=1$ hay un mínimo

$B''(-1/3)=-4<0 \Rightarrow$ En $x=-1/3$ hay un máximo

El beneficio máximo $B(-1/3)=(-\frac{1}{3})^3-(-\frac{1}{3})^2-\frac{1}{3}+2\simeq 2{,}19 \Rightarrow \cdot 1000$ son 2190 €

b) Monotonía:



Los beneficios decrecen en el intervalo $(-\frac{1}{3}, 1)$

c) Condición de punto de inflexión: $B''(x)=0$

$B''(x)=6x-2=0 \Rightarrow x=\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$, $B(\frac{1}{3})=1{,}59$

$B'''(x)=6\neq 0$ Luego es punto de inflexión P.I. $(\frac{1}{3}, 1{,}59)$