

	COLEGIO SANTA MARÍA DEL MAR. JESUITAS. A CORUÑA MATEMÁTICAS CCSS. 2º BACHILLERATO. MAYO 2018. B
NOMBRE	SOLUCIONARIO OPCIÓN B

(El alumno deberá responder sólo a los ejercicios de una de las opciones. Puntuación máxima de los ejercicios de cada opción: ejercicio 1:3 puntos, ejercicio 2:3puntos, ejercicio 3: 2 puntos, ejercicio 4: 2 puntos)

1. El dueño de una tienda de fotografía desea comercializar dos tipos de cámaras de fotos A y B con un precio de venta al público de 210 y 300 euros la unidad, respectivamente. Para la compra de ambos tipos dispone de un máximo de 2760 euros y hará el pedido a un almacén que le cobra 120 euros por cada cámara del tipo A y 180 euros por cada cámara del tipo B . El dueño hará el pedido con la condición de que: por lo menos 3 cámaras sean del tipo A , entre 4 y 12 sean del tipo B y el número de cámaras del tipo A no debe superar en más de tres unidades al número de cámaras del tipo B .
- Formula el sistema de inecuaciones asociado al problema. Representa la región factible y calcula sus vértices.
 - ¿Cuántas cámaras de cada tipo deberá adquirir para que los beneficios obtenidos sean máximos?

(a) **2'50 puntos.** Formula o sistema de inecuacións asociado ao problema. Representa a rexión factible, calcula os seus vértices.

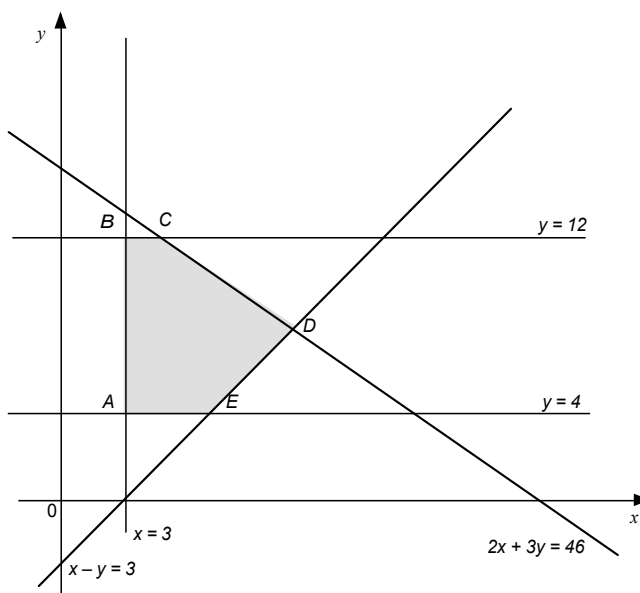
Sexan x o número de cámaras do tipo A e y o número de cámaras do tipo B .

– Formular o sistema de inecuacións

$$\begin{cases} 120x + 180y \leq 2760 & \mathbf{0'25 \text{ puntos}} \\ x \geq 3 & \mathbf{0'25 \text{ puntos}} \\ 4 \leq y \leq 12 & \mathbf{0'25 \text{ puntos}} \\ x \leq y + 3 & \mathbf{0'25 \text{ puntos}} \end{cases}$$

– Vértices da rexión factible $A(3, 4)$ e $B(3, 12)$ **0'25 puntos**, $C(5, 12)$ **0'25 puntos**, $D(11, 8)$ **0'25 puntos**, $E(7, 4)$ **0'25 puntos**.

– Representación gráfica da rexión factible (debuxar as rectas e a rexión do plano limitada por elas e os cinco vértices) **0'50 puntos**



(b) **0'50 puntos.** ¿Cantas cámaras de cada tipo deberá adquirir para que os beneficios obtidos sexan máximos?

– Función beneficio a maximizar: $f(x, y) = (210 - 120)x + (300 - 180)y = 90x + 120y$ **0'25 puntos**.

– Solución óptima: “Deberá adquirir 11 cámaras do tipo A e 8 cámaras do tipo B para que os beneficios obtidos sexan máximos” **0'25 puntos**.

2. El precio en euros de las acciones de cierto grupo empresarial a lo largo de un año se estimó por la función:

$$P(t) = \begin{cases} 15 + 2t - t^2, & 0 \leq t \leq 3 \\ \frac{1}{3}t + 11, & 3 < t \leq 12 \end{cases}, \text{ siendo } t \text{ el tiempo transcurrido en meses}$$

- Determina los periodos en los que aumentó y en los que disminuyó el precio y calcula su precio máximo y su precio mínimo.
- Determina el periodo en el que el precio de las acciones fue inferior o igual a 13,75 €. Representa la gráfica de $P(t)$.

(a) **1'75 puntos.** Determina os períodos nos que aumentou e nos que diminuíu o prezo e calcula o seu prezo máximo e o seu prezo mínimo.

– Calcular a primeira derivada: $P'(t) = \begin{cases} 2 - 2t & \text{se } 0 < t < 3 \\ \frac{1}{3} & \text{se } 3 < t < 12 \end{cases}$ **0'25 puntos.**

- Determinar os intervalos de crecemento e de decrecemento:

No (0, 3) $P'(t) = 0 \Leftrightarrow t = 1$		(0, 1)	(1, 3)	(3, 12)
	valor t	$t = 1/2$	$t = 2$	para todo t
No (3, 12) $P'(t) = \frac{1}{3} > 0$, para todo t	signo de $P'(t)$	$P'(1/2) > 0$	$P'(2) < 0$	$P'(t) > 0$

“As accións aumentaron de prezo desde o inicio do ano ata o primeiro mes e desde o terceiro mes ao último mes”. **0'50 puntos.**

“As accións diminuíron de prezo desde o primeiro mes ata o terceiro mes” **0'25 puntos.**

- Calcular o valor da función nos puntos extremos: $P(0) = 15$, $P(12) = 15$ **0'25 puntos.**

- Obter o prezo máximo e o prezo mínimo:

No punto (1, 16) $P(t)$ presenta un máximo absoluto, e no punto (3, 12) un mínimo absoluto

“O prezo máximo das accións, nese ano, foi de 16 euros” **0'25 puntos.**

“O prezo mínimo das accións, nese ano, foi de 12 euros” **0'25 puntos.**

(b) **1'25 puntos.** Determina o período no que o prezo das accións foi inferior ou igual a 13,75 euros. Representa a gráfica da función $P(t)$.

- No primeiro intervalo

$$[0, 3], 15 + 2t - t^2 \leq 13,75 \Rightarrow t^2 - 2t - 1,25 \leq 0$$

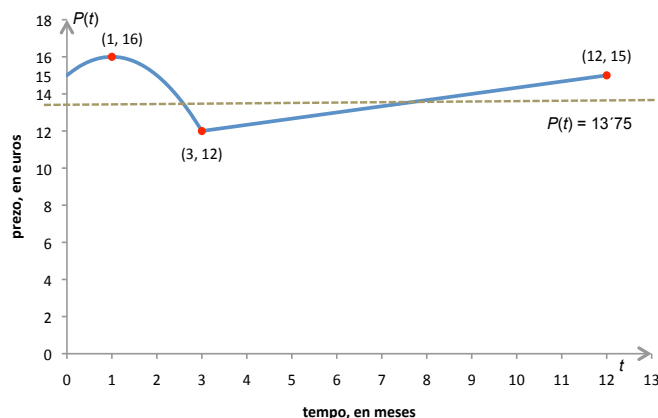
$$\text{Resolvemos } t^2 - 2t - 1,25 = 0 \Rightarrow \begin{cases} t = -1/2 \text{ (solución non válida)} \\ t = 5/2 \end{cases} \text{ **0'25 puntos.**}$$

- No segundo intervalo $[3, 12]$, $\frac{1}{3}t + 11 \leq 13,75 \Rightarrow t \leq 8,25$ **0'25 puntos.**

- responder no contexto do exercicio

“O prezo foi inferior ou igual a 13'75 euros no intervalo $[2,5, 8,25]$, é dicir, desde o segundo mes e medio ata o oitavo e un cuarto de mes” **0'25 puntos.**

- Representación gráfica **0'50 puntos.**



3. Un control de calidad es superado por cuatro de cada cinco artículos de pesca. Se someten a dicho control un total de 225 artículos.
- ¿cuántos artículos de pesca se espera que superen el control de calidad?
 - ¿cuál es la probabilidad de que superen el control de calidad entre 170 y 187 (incluidos) artículos?

(a) **0'50 puntos.** *¿Cantos artigos de pesca se espera que superen o control de calidade?*

– Definimos a variable aleatoria binomial X = número de artigos de pesca “que superan” o control de calidade, en mostras de 225 artigos. $X \sim B(n = 225, p = 4/5 = 0'8)$ **0'25 puntos.**

– $E(X) = n \cdot p = 225 \cdot 0'8 = 180$. “Espérase que, en mostras de 225 artigos de pesca, 180 superen o control de calidade” **0'25 puntos.**

(b) **1'50 puntos.** *¿Cal é a probabilidade de que superen o control de calidade entre 170 e 187 (incluídos) artigos?*

– Formular a probabilidade pedida: $P(170 \leq X \leq 187)$ **0'25 puntos.**

– Paso da binomial á normal: $X \sim B(n = 225, p = 0'8) \Rightarrow X' \sim N\left(\mu = n \cdot p = 180, \sigma = \sqrt{n \cdot p(1-p)} = 6\right)$ **0'50 puntos.**

– Corrección de medio punto: $P(170 \leq X \leq 187) = P(169'5 < X' < 187'5)$ **0'25 puntos.**

– Tipificación:

$$P(170 \leq X \leq 187) = P(169'5 < X' < 187'5) = P\left(\frac{169'5 - 180}{6} < Z < \frac{187'5 - 180}{6}\right) = P(-1'75 < Z < 1'25) \text{ **0'25 puntos.**}$$

tos.

– Paso a táboas e resultado final: $P(-1'75 < Z < 1'25) = P(Z < 1'25) + P(Z < 1'75) - 1 = 0'8543$ **0'25 puntos.**

4. Un estudio sobre el hábito de fumar entre los habitantes adultos de una ciudad informa que el intervalo de la proporción de fumadores se estima entre un 30% y un 40%.
- Determina la proporción muestral de fumadores observada, según dicho estudio.
 - El estudio añade que los datos los obtienen de una encuesta aleatoria realizada a 364 habitantes adultos de la ciudad, ¿cuál es entonces el nivel de confianza de dicho intervalo de estimación de la proporción de fumadores?

(a) **0'50 puntos.** *Determina a proporción mostral de fumadores observada, segundo o devandito estudo*

Sexan

" p : proporción de fumadores entre os habitantes adultos da cidade (parámetro poboacional)

$\hat{P}$: proporción mostral de fumadores (entre habitantes adultos), en mostras de tamaño n (estimador puntual de " p ")

↓

$\hat{p} = x/n$ (estimación puntual de p)

•

$$\left. \begin{aligned} \hat{p} - z_{\alpha/2} \sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}} &= 0'30 \\ \hat{p} + z_{\alpha/2} \sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}} &= 0'40 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \hat{p} = \frac{0'30 + 0'40}{2} = 0'35$$

- *A proporción mostral de fumadores no estudo dado é do 35%. 0'50 puntos.*

(b) **1'50 puntos.** *O estudo engade que os datos obtéñenos dunha enquisa aleatoria realizada a 364 habitantes adultos da cidade, ¿cal é entón o nivel de confianza do devandito intervalo de estimación da proporción de fumadores?*

– Identificar o radio do intervalo co valor numérico que lle corresponde:

$$z_{\alpha/2} \cdot \sqrt{\frac{0'35 \cdot 0'65}{364}} = 0'05 \quad \mathbf{0'50 \text{ puntos.}}$$

– Obter $z_{\alpha/2} = 2$ **0'25 puntos.**

– Uso da táboa e obter o valor de $1 - \alpha/2 = 0'9772$ **0'25 puntos.**

– Obter o valor de $\alpha = 0'0456$ **0'25 puntos.**

– Por último, obter o nivel de confianza $1 - \alpha = 0'9544$. *“Cun 95'44% de confianza, estimamos que a proporción de fumadores entre os habitantes adultos da cidade está entre un 30% e un 40%, en base aos datos obtidos coa enquisa feita a 364 habitantes adultos da cidade”* **0'25 puntos.**