

1. Sean las matrices: $A = \begin{pmatrix} 5 & 3 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 2 & x \\ x & 1 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 4 \end{pmatrix}$

- Determina el valor de x para que verifique $B^2 = A$.
- Calcula el valor de x para que $B + C = A^{-1}$, donde A^{-1} es la matriz inversa de A .
- Calcula el valor de x para que se verifique $A - B + \frac{1}{2}C = 3I_2$, donde I_2 es la matriz identidad de orden 2.

(a) **0'75 puntos.** Determina o valor de x para que se verifique $B^2 = A$

– Calcular a matriz $B^2 = \begin{pmatrix} 4+x^2 & 3x \\ 3x & x^2+1 \end{pmatrix}$ **0'25 puntos.**

– Resolver a igualdade de matrices, obtendo o valor da solución

$$\begin{pmatrix} 4+x^2 & 3x \\ 3x & x^2+1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 & 3 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{cases} 4+x^2=5 \\ 3x=3 \\ x^2+1=2 \end{cases} \Rightarrow x=1,$$

a solución $x = -1$ non é válida, xa que aínda que é solución das ecuacións $x^2 + 1 = 2$ e da $4 + x^2 = 5$, non o é da ecuación $3x = 3$ **0'50 puntos.**

(b) **1'50 puntos.** Calcula o valor de x para que $B + C = A^{-1}$

– Calcular a matriz inversa de A , $A^{-1} = \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ -3 & 5 \end{pmatrix}$ **1 punto.**

– Calcular $B + C$, $B + C = \begin{pmatrix} 2 & x-1 \\ x-1 & 5 \end{pmatrix}$ **0'25 puntos.**

– Resolver, obtendo o valor pedido $\begin{pmatrix} 2 & x-1 \\ x-1 & 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ -3 & 5 \end{pmatrix} \Rightarrow x = -2$ **0'25 puntos.**

(c) **0'75 puntos.** Calcula o valor de x para que se verifique $A - B + \frac{1}{2}C = 3I_2$

– Operar alxébricamente coas matrices dadas $A - B + \frac{1}{2}C = \begin{pmatrix} 3 & 3-x-1/2 \\ 3-x-1/2 & 3 \end{pmatrix}$ **0'50 puntos.**

– Obter o valor de x , $\begin{pmatrix} 3 & 3-x-1/2 \\ 3-x-1/2 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix} \Rightarrow 3-x-1/2=0 \Rightarrow x=5/2$ **0'25 puntos.**

2. Los beneficios de una compañía (en millones de euros), en sus primeros 7 años, fueron estimados por la función:

$B(x) = ax^3 - 3x^2 + bx$, $0 \leq x \leq 7$, donde x indica el tiempo transcurrido (en años) desde su fundación.

- Calcula los valores de a y b sabiendo que la compañía tuvo unos beneficios máximos de 8 millones de euros en el segundo año.
- Supongamos que $a = \frac{1}{4}$ y $b = 9$. Determina cuándo la empresa no tuvo beneficios.
- Calcula $\int_0^6 B(x)dx$

(a) **1'50 puntos.** *Calcula os valores de a e b sabendo que a compañía tivo uns beneficios máximos de 8 millóns de euros no segundo ano.*

- Determinar a primeira derivada da función: $B'(x) = 3ax^2 - 6x + b$ **0'25 puntos.**
- Condicións de máximo no punto (2, 8), $B'(2) = 0$ e de pasar polo punto (2, 8), $B(2) = 8$ **0'25 puntos.**
- Formular as dúas ecuacións:
 $B'(2) = 0 \Rightarrow 12a + b = 12$ **0'25 puntos.**
 $B(2) = 8 \Rightarrow 8a + 2b = 20$ **0'25 puntos.**
- Resolver por calqueira método $\begin{cases} a = 1/4 & \text{0'25 puntos} \\ b = 9 & \text{0'25 puntos} \end{cases}$

(b) **1'50 puntos.** *Supoñamos que $a = 1/4$ e $b = 9$. Determina cando a empresa non tivo beneficios. Calcula $\int_0^6 B(x)dx$.*

- A empresa non tivo beneficios cando
 $B(x) = 0 \Rightarrow x\left(\frac{1}{4}x^2 - 3x + 9\right) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 - 12x + 36 = 0 \rightarrow x = 6 \end{cases}$ **0'25 puntos.**

“Non tivo beneficios no sexto ano” **0'25 puntos.**

- Calcular a integral indefinida e aplicar a regra de Barrow:

$$\int_0^6 B(x)dx = \int_0^6 \left(\frac{1}{4}x^3 - 3x^2 + 9x\right)dx = \underbrace{\left[\frac{x^4}{16} - x^3 + \frac{9}{2}x^2\right]_0^6}_{\text{0'50 puntos}} = \underbrace{\left[\frac{6^4}{16} - 6^3 + \frac{9}{2}6^2 - 0\right]}_{\text{0'50 puntos}} = 27.$$

3. Una tienda que vende sus productos a través de Internet utiliza tres empresas de transporte para la entrega de sus pedidos A , B y C . Reparten la entrega de pedidos entre las empresas, de forma que A entrega la mitad, B la tercera parte y C el resto de los pedidos. El 84% de los pedidos entregados por A , el 90% de los entregados por B y el 96% de los entregados por C , cumplen con el plazo de entrega establecido.
- ¿Qué porcentaje de pedidos son entregados en el plazo establecido?
 - Calcula la probabilidad de que un pedido, seleccionado al azar, o es entregado por la empresa B o no cumple con el plazo de entrega establecido.

(a) **1 punto.** ¿Que porcentaxe de pedidos son entregados no prazo establecido?

Denominamos aos sucesos " A ": un pedido, elexido ao azar, é entregado pola empresa A ,

" B ": un pedido, elexido ao azar, é entregado pola empresa B ,

" C ": un pedido, elexido ao azar, é entregado pola empresa C .

" E ": un pedido, elexido ao azar, cumpre co prazo de entrega establecido.

As probabilidades que nos dan no enunciado son

$$P(A) = 1/2, \quad P(E/A) = 0.84$$

$$P(B) = 1/3, \quad P(E/B) = 0.90$$

$$P(C) = 1/6, \quad P(E/C) = 0.96$$

- Formular a probabilidade pedida e utilizar o teorema das probabilidades totais

$$P(E) = P(A \cap E) + P(B \cap E) + P(C \cap E) = P(A) \cdot P(E/A) + P(B) \cdot P(E/B) + P(C) \cdot P(E/C) \quad \mathbf{0.25 \text{ puntos.}}$$

- Identificar as probabilidades da fórmula coas do enunciado do exercicio e resultado

$$P(E) = \frac{1}{2} \cdot 0.84 + \frac{1}{3} \cdot 0.9 + \frac{1}{6} \cdot 0.96 = 0.88 \quad \mathbf{0.50 \text{ puntos.}}$$

- Expresar o resultado obtido coma porcentaxe

"Un 88% dos pedidos son entregados no prazo establecido" **0.25 puntos.**

(b) **1 punto.** Calcula a probabilidade de que un pedido, seleccionado ao azar, ou é entregado pola empresa B ou non cumpre co prazo establecido.

- Formulación da probabilidade pedida

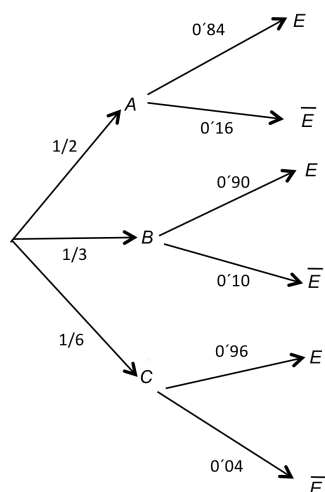
$$P(B \cup \bar{E}) \quad \mathbf{0.25 \text{ puntos.}}$$

- Expresión da probabilidade da unión e da probabilidade da intersección de sucesos dependentes

$$P(B \cup \bar{E}) = P(B) + P(\bar{E}) - P(B \cap \bar{E}) = P(B) + P(\bar{E}) - P(B) \cdot P(\bar{E}/B) \quad \mathbf{0.25 \text{ puntos.}}$$

- Identificar as probabilidades anteriores e resultado

$$P(B \cup \bar{E}) = \frac{1}{3} + (1 - 0.88) - \frac{1}{3} \cdot (1 - 0.9) = 0.42 \quad \mathbf{0.50 \text{ puntos.}}$$



No caso de facelo coa árbore a puntuación sería:

0.75 puntos pola árbore ben feita e despois

- | | | |
|---|-----|--|
| { | (a) | Resultado 0.25 puntos |
| | | Expresión da porcentaxe 0.25 puntos |
| | (b) | Formular a probabilidade pedida 0.25 puntos |
| | | Fórmula da unión de sucesos 0.25 puntos |
| | | Resultado 0.25 puntos |

4. (a) Si los salarios anuales de los trabajadores de cierta empresa se distribuyen según una distribución $N(\mu, \sigma = 1200)$, calcula un intervalo del 95% de confianza para el salario medio anual de los trabajadores de la empresa, si para eso se seleccionan al azar 64 trabajadores y se obtiene que su salario medio anual es de 26000 euros.
 (b) ¿Qué tamaño de la muestra se necesita para garantizar, con un 97% de confianza, una estimación del salario medio anual de los trabajadores de la empresa, con un error no superior a 200 euros?

(a) **1 punto.** Sexa “ $X = \text{salario anual dun traballador de certa empresa}$ ” $X : N(\mu, \sigma = 1200)$. Calcula un intervalo do 95% de confianza para o salario medio anual dos traballadores da empresa, se para iso se seleccionan ao chou 64 traballadores e se obtén que o seu salario medio anual é 26000 euros.

– Expresión do intervalo de confianza $P\left(\bar{X} - z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} < \mu < \bar{X} + z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) = 1 - \alpha$ **0,50 puntos.**

– Calcular numéricamente os extremos do intervalo $\begin{cases} 26000 - 1,96 \frac{1200}{\sqrt{64}} = 26000 - 294 = 25706 \\ 26000 + 1,96 \frac{1200}{\sqrt{64}} = 26000 + 294 = 26294 \end{cases}$ **0,50 puntos.**

– “Estímase que o salario medio anual dos traballadores desa empresa está entre 25706 euros e 26294 euros, cun 95% de confianza”.

(b) **1 punto.** ¿Qué tamaño de mostra se necesita para garantir, cun 97% de confianza, unha estimación de salario medio anual dos traballadores da empresa, cun erro non superior a 200 euros?

– Formular a inecuación correspondente ao erro pedido: $z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \leq 200$ **0’25 puntos.**

– Calcular $z_{\alpha/2} = z_{0,015} = 2,47$ **0’25 puntos.**

– Cálculo de “ n ” na desigualdade: $2,47 \cdot \frac{1200}{\sqrt{n}} \leq 200 \Rightarrow n \geq 169,62$ **0’25 puntos.**

– Expresión do valor (e valores) enteiro de n , “deberíamos seleccionar mostras de 170 traballadores ou máis, para garantir a dita estimación” **0’25 puntos.**