

ESTADÍSTICA Y PROBABILIDAD

1. Estudia la relación entre las **variables estadísticas** X e Y .

	x_i	y_i	$x_i \cdot y_i$	x_i^2	y_i^2
	10	6	60	100	36
	10	5	50	100	25
	13	2	26	169	4
	15	3	45	225	9
	12	5	60	144	25
Total	60	21	241	738	99

- a) Halla la **recta de regresión** de Y sobre X . (1,5 pt)
 - b) Razona el grado de dependencia entre las variables a partir del **coeficiente de correlación**. (0,5 pt)
 - c) **Dibuja** la **nube de puntos** y la **recta de regresión**. (0,5 pt)
2. En un experimento aleatorio: $P(A) = 0,5$, $P(B) = 0,4$, $P(\bar{A} \cap \bar{B}) = 0,1$.
- a) Calcula: $P(A \cup B)$. (0,5 pt)
 - b) Calcula: $P(B|A)$. (0,5 pt)
 - c) Los sucesos A y B ¿son independientes? (0,5 pt)
3. Una empresa de transporte público de una determinada ciudad tiene adjudicado el servicio de dos líneas **A** y **B**. La empresa asigna el **70%** de sus autobuses a la línea **A** y el **30%** a la línea **B**. El porcentaje diario de averías es del **3%** en la línea **A** y del **1%** en la línea **B**.
- a) Dibuja el **diagrama en árbol** con los todos datos. (0,5 pt)
En un día elegido al azar, calcula la:
 - b) **probabilidad** de que un autobús tenga una **avería**. (0,5 pt)
 - c) **probabilidad** de que si un autobús **se ha averiado**, sea de la línea **A**. (0,5 pt)
 - d) **probabilidad** de que si un autobús **NO se ha averiado**, sea de la línea **B**. (0,5 pt)
4. Una moneda está trucada de modo que la probabilidad de obtener **cara** es **0,6**. Se lanza **10 veces** la moneda. Calcula la **probabilidad** de obtener **3 caras**. (1,5 pt)
5. Las puntuaciones de un test siguen una distribución **normal** de **media 6** y **desviación típica 2**. El test se pasa a una muestra aleatoria de **1000 personas**.
- a) ¿**Cuántas personas** obtendrán una puntuación **superior a 8,5**? (1,5 pt)
 - b) Si para superar el test es preciso obtener **más de 5 puntos** ¿cuál será el **porcentaje** de personas que **no lo superará**? (1 pt)



Complementario:

Según un estudio estadístico, el **80%** de los incendios son provocados. Si en el último verano se han producido **150** incendios en Galicia, calcula la probabilidad de que **más de 120** hayan sido provocados. (1 pt)

1. Estudia la relación entre las **variables estadísticas** X e Y .

	x_i	y_i	$x_i \cdot y_i$	x_i^2	y_i^2
	10	6	60	100	36
	10	5	50	100	25
	13	2	26	169	4
	15	3	45	225	9
	12	5	60	144	25
Total	60	21	241	738	99

y : dependiente x : independiente

Las medias por separado son:

$$n=5 \quad \left\{ \begin{array}{l} \bar{x} = \frac{60}{5} = 12 \\ \bar{y} = \frac{21}{5} = 4,2 \end{array} \right.$$

a) Halla la **recta de regresión** de Y sobre X .

(1,5 pt)

b) Razona el grado de dependencia entre las variables a partir del **coeficiente de correlación**.

(0,5 pt)

c) **Dibuja** la **nube de puntos** y la **recta de regresión**.

(0,5 pt)

$$S_{xy} = \frac{241}{5} - 12 \cdot 4,2 = -2,2 \quad \text{Covarianza}$$

$$\left. \begin{array}{l} S_x^2 = \frac{738}{5} - 12^2 = 3,6 \quad , \quad S_x = \sqrt{S_x^2} = \sqrt{3,6} \approx 1,9 \\ S_y^2 = \frac{99}{5} - 4,2^2 = 2,16 \quad , \quad S_y = \sqrt{S_y^2} = \sqrt{2,16} \approx 1,47 \end{array} \right\} \quad \text{Desviación típica}$$

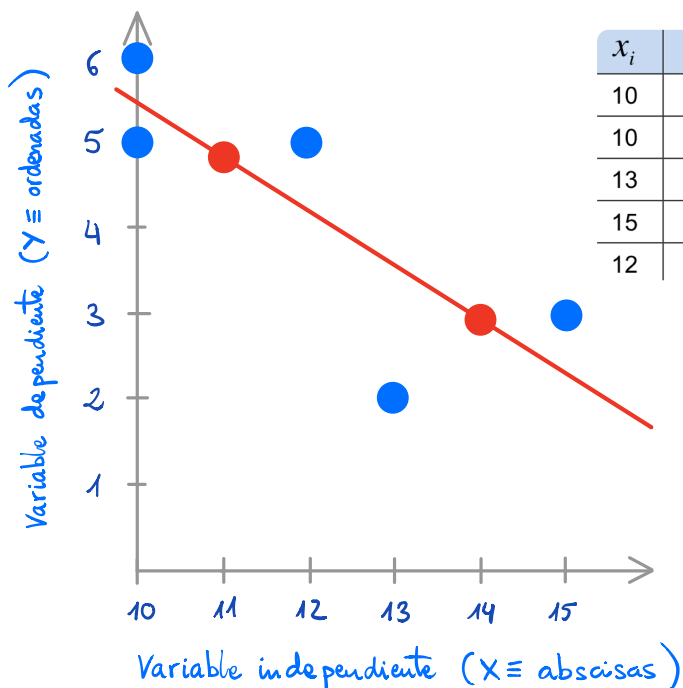
$$y = \bar{y} + \frac{S_{xy}}{S_x^2} \cdot (x - \bar{x}) \quad \text{Recta de regresión } Y \text{ sobre } X$$

$$y = 4,2 - \frac{2,2}{3,6} \cdot (x - 12) \Rightarrow y = 4,2 - 0,61 \cdot (x - 12) = -0,61 \cdot x + 11,52$$

$$r_{xy} = \frac{S_{xy}}{S_x \cdot S_y} = \frac{-2,2}{1,9 \cdot 1,47} \approx -0,79 \quad \text{Coeficiente de correlación}$$

Un valor lejano a 1 indica una débil correlación lineal entre X e Y y

que la recta de regresión es decreciente.



$$y = 4,2 - 0,61 \cdot (x - 12)$$

Escogemos 2 puntos para dibujar la recta de regresión

$$y = 4,2 - 0,61 \cdot (11 - 12) = 4,81,$$

$$y = 4,2 - 0,61 \cdot (14 - 12) = 2,98,$$

$$r = -0,79$$

$$(11, 4,81), (14, 2,98)$$

2. En un experimento aleatorio: $P(A) = 0,5$, $P(B) = 0,4$, $P(\bar{A} \cap \bar{B}) = 0,1$.

a) Calcula: $P(A \cup B)$. (0,5 pt)

b) Calcula: $P(B|A)$. (0,5 pt)

c) Los sucesos A y B ¿son independientes? (0,5 pt)

$$P(A) = 0,5 \text{ , } P(B) = 0,4 \text{ , } P(\bar{A} \cap \bar{B}) = 0,1$$

a) Calculamos la unión por las leyes de Morgan:

$$P(\bar{A} \cap \bar{B}) = P(\overline{A \cup B}) = 1 - P(A \cup B) \Rightarrow$$

$$P(A \cup B) = 1 - P(\bar{A} \cap \bar{B}) = 1 - 0,1 = 0,9$$

b) $P(B|A) = \frac{P(B \cap A)}{P(A)}$, Necesito calcular la intersección.

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) \Rightarrow P(A \cap B) = P(A) + P(B) - P(A \cup B)$$

$$P(A \cap B) = 0,4 + 0,5 - 0,9 = 0 \text{ (no hay intersección)} \Rightarrow P(B|A) = \frac{0}{0,5} = 0$$

c) B y A son **independientes** $\Leftrightarrow P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$ o si $P(B|A) = P(B)$

$P(A) \cdot P(B) = 0,5 \cdot 0,4 = 0,2 \neq 0 = P(A \cap B)$, NO son independientes. Son dependientes.

De hecho son **incompatibles** (intersección nula) y NO pueden ser independientes. $P(B|A) \neq P(B)$

3. Una empresa de transporte público de una determinada ciudad tiene adjudicado el servicio de dos líneas A y B. La empresa asigna el **70%** de sus autobuses a la línea A y el **30%** a la línea B. El porcentaje diario de averías es del **3%** en la línea A y del **1%** en la línea B.

a) Dibuja el **diagrama en árbol** con los todos datos. (0,5 pt)

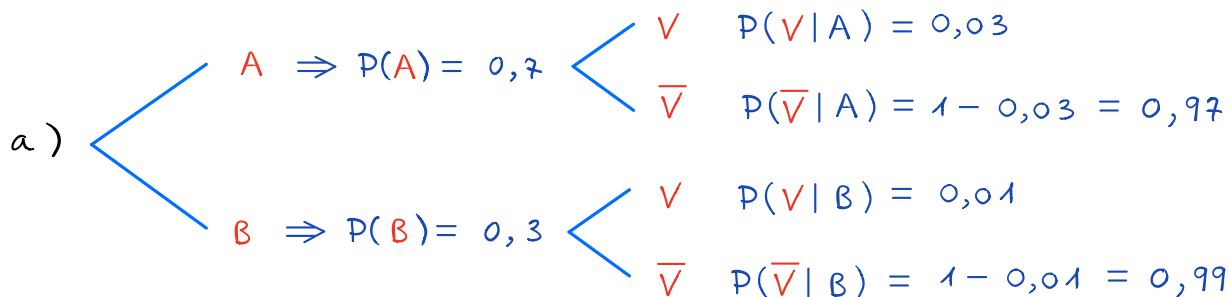
En un día elegido al azar, calcula la:

b) **probabilidad** de que un autobús tenga una **avería**. (0,5 pt)

c) **probabilidad** de que si un autobús **se ha averiado**, sea de la línea A. (0,5 pt)

d) **probabilidad** de que si un autobús **NO se ha averiado**, sea de la línea B. (0,5 pt)

$V = \text{"tiene averías"}$



b) Probabilidad total: $P(V) = P(A) \cdot P(V|A) + P(B) \cdot P(V|B) =$

$$P(V) = 0,7 \cdot 0,03 + 0,3 \cdot 0,01 = 0,024$$

c) Condición: Está averiado. Probabilidad de que sea de A.

$$P(A|V) = \frac{P(A \cap V)}{P(V)} = \frac{P(A) \cdot P(V|A)}{P(V)} = \frac{0,7 \cdot 0,03}{0,024} = 0,875$$

d) Condición: No está averiado. Probabilidad de que sea de B.

$$P(B|\bar{V}) = \frac{P(B \cap \bar{V})}{P(\bar{V})} = \frac{P(B) \cdot P(\bar{V}|B)}{P(\bar{V})} = \frac{0,3 \cdot 0,99}{0,976} = 0,3043$$

$$P(\bar{V}) = 1 - P(V) = 1 - 0,024 = 0,976$$

4. Una moneda está trucada de modo que la probabilidad de obtener **cara** es **0,6**. Se lanza **10 veces** la moneda. Calcula la **probabilidad** de obtener **3 caras**. (1,5 pt)

La variable aleatoria X es binomial (éxito-fracaso), $B(n=10, p=0,6)$, $q=1-0,6=0,4$

$$P(X=k) = \binom{n}{k} p^k q^{n-k} \quad \begin{array}{l} \text{Distribución} \\ \text{binomial} \end{array} \quad \left| \begin{array}{l} \text{Combinaciones} \cdot (\text{prob. éxito})^{n^{\circ} \text{ éxitos}} \cdot (\text{prob. fracaso})^{n^{\circ} \text{ fracasos}} \end{array} \right.$$

$$P(X=3) = \binom{10}{3} \cdot 0,6^3 \cdot 0,4^{10-3} = 120 \cdot 0,6^3 \cdot 0,4^7 = \frac{10!}{3! \cdot 7!} \times 0,6^3 \times 0,4^7 \approx 0.042467 \approx 0,0425$$

5. Las puntuaciones de un test siguen una distribución **normal** de **media 6** y **desviación típica 2**. El test se pasa a una muestra aleatoria de **1000 personas**.

a) ¿Cuántas personas obtendrán una puntuación **superior a 8,5**? (1,5 pt)

b) Si para superar el test es preciso obtener **más de 5 puntos** ¿cuál será el **porcentaje** de personas que **no lo superará**? (1 pt)

$$Z \sim N(0,1)$$

Tipificación

$$Z = \frac{X - \mu}{\sigma}$$

$$\mu = 6, \sigma = \sqrt{\sigma^2} = 2 \quad X \sim N(\mu, \sigma) = N(6, 2)$$

$$\begin{aligned} a) P(X \geq 8,5) &= P\left(Z \geq \frac{8,5 - 6}{2}\right) = P(Z \geq 1,25) = 1 - P(Z \leq 1,25) = \\ &= 1 - 0,8944 = 0,1056 \quad (10,56\%) \end{aligned}$$

En una muestra de 1000 personas: $1000 \cdot 0,1056 = 105,6 \approx 106$ superarán el 8,5.

$$\begin{aligned} b) P(X \leq 5) &= P\left(Z \leq \frac{5 - 6}{2}\right) = P(Z \leq -0,5) = \\ &= P(Z \geq 0,5) = 1 - P(Z \leq 0,5) = 1 - 0,6915 = 0,3085 \end{aligned}$$

Es **30,85%** no lo superará.



Complementario:

Según un estudio estadístico, el **80%** de los incendios son provocados. Si en el último verano se han producido **150** incendios en Galicia, calcula la probabilidad de que **más de 120** hayan sido provocados. (1 pt)

$Y =$ "nº de incendios provocados", $n = 150$

$p = \frac{80}{100} = 0,8$ Probabilidad de éxito. $q = 1 - 0,8 = 0,2$ Probabilidad de fracaso.

Se trata de una distribución binomial $B(n, p) = B(150, 0,8)$

Nos preguntan la probabilidad $P(Y > 120)$, Resultaría larguísimo el cálculo.

Como n es grande, deben cumplirse las condiciones: $n \cdot p \geq 5$ $n \cdot q \geq 5$

$n \cdot p = 150 \cdot 0,8 = 120 \geq 5$
 $n \cdot q = 150 \cdot 0,2 = 30 \geq 5$

se puede aproximar con una distribución normal:

$\mu = n p = 120$

$\sigma = \sqrt{n p q} = \sqrt{150 \cdot 0,2 \cdot 0,8} = \sqrt{24} \approx 4,9$

$$B(n, p) \sim N(\mu, \sigma) = N(n p, \sqrt{n p q}) = N(120, 4,9)$$

$Y \approx X \sim N(\mu, \sigma)$, X es la variable de la distribución normal.

$$P(Y > 120) \approx P(X \geq 120 + 0,5) = P(X \geq 120,5) = P\left(Z \geq \frac{120,5 - 120}{4,9}\right) =$$

↑
YATES
↑
TIPIFICACIÓN

$$= P(Z \geq 0,102) \approx P(Z \geq 0,10) = 1 - P(Z \leq 0,10) = 1 - 0,5398 = 0,4602$$

↑
REDONDEO A
2 DÉCIMAS

Tenemos un **46,02%** de probabilidades.