

ESTADÍSTICA Y PROBABILIDAD

ESTADÍSTICA



1. Considera la siguiente distribución de frecuencias de las notas de un examen en una clase. Calcula justificadamente las cantidades de las casillas A , B y C en fondo gris: (0,75 pt)

x_i	f_i	$f_i \cdot x_i$	h_i	F_i	H_i	Δx_i	$f_i \cdot \Delta x_i$	$(\Delta x_i)^2$	$f_i \cdot (\Delta x_i)^2$	$f_i \cdot (x_i)^2$
2	1	2	0,040	1	0,040	4,080	4,080	16,646	16,646	1
4	3	12	0,120	4	0,160	2,080	6,240	4,326	12,979	18
5	6	30	0,240	B	0,400	C	6,480	1,166	6,998	50
6	4	24	A	14	0,560	0,080	0,320	0,006	0,026	108
7	6	42	0,240	20	0,800	0,920	5,520	0,846	5,078	147
8	3	24	0,120	23	0,920	1,920	5,760	3,686	11,059	162
9	2	18	0,080	25	1,000	2,920	5,840	8,526	17,053	100



2. Estudia la relación entre las variables estadísticas X (nota de Filosofía) e Y (nota de Matemáticas) para 5 alumnos:

	x_i	y_i	$x_i \cdot y_i$	x_i^2	y_i^2
	5	6	30	25	36
	4	7	28	16	49
	8	5	40	64	25
	2	8	16	4	64
	6	5	30	36	25
Total	25	31	144	145	199

- a) Calcula la **recta de regresión** de Y sobre X . (1,5 pt)
- b) Dibuja la **nube de puntos** y la **recta de regresión**. (0,5 pt)
- c) Razona el grado de dependencia entre las variables a partir del **coeficiente de correlación**. (0,25 pt)

PROBABILIDAD



3. En un experimento aleatorio $P(A) = 0,2$, $P(B) = 0,7$ y $P(A \cap B) = 0,1$, calcula las **probabilidades** de los sucesos:

- a) $P(A - B)$ (0,75 pt)
- b) $P(\bar{A} \cup \bar{B})$ (1 pt)
- c) $P(\bar{A} - B)$ (0,75 pt)



4. En una oficina hay 8 chicos y 9 chicas. De ellos, 4 chicos y 6 chicas llevan gafas. Si escogemos una persona al azar:

- a) Calcula la **probabilidad** de que lleve **gafas** sabiendo que es **chico**. (1 pt)
- b) Calcula la **probabilidad** de sea **chica** y **no** lleve **gafas**. (1 pt)

Si te ayuda, puedes escribir la tabla de contingencia (puntuá).



5. En un centro educativo, el 60 % del alumnado son chicas. Participan en actividades deportivas el 30 % de los chicos y el 20 % de las chicas. Si se elige un alumno al azar, calcula la **probabilidad** de que:

- a) **no participe** en actividades deportivas. (1 pt)
- b) sea **chica** si se sabe que **participa** en actividades deportivas. (1 pt)
- c) sea **chico** y **participe** en actividades deportivas. (0,5 pt)

Si te ayuda, puedes dibujar el diagrama de árbol (puntuá).



Complementario: Distribución binomial

Tenemos un dado normal de **6 caras**. Se lanza **10 veces** el dado.

- a) Calcula la **probabilidad** de obtener **3 veces** el **mismo número**. (0,75 pt)
- b) Calcula la **probabilidad** de obtener **más de 8 veces** el **mismo número**. (0,75 pt)

1. Considera la siguiente distribución de frecuencias de las notas de un examen en una clase. Calcula justificadamente las cantidades de las casillas A , B y C en fondo gris: (0,75 pt)

x_i	f_i	$f_i \cdot x_i$	h_i	F_i	H_i	Δx_i	$f_i \cdot \Delta x_i$	$(\Delta x_i)^2$	$f_i \cdot (\Delta x_i)^2$	$f_i \cdot (x_i)^2$
2	1	2	0,040	1	0,040	4,080	4,080	16,646	16,646	1
4	3	12	0,120	4	0,160	2,080	6,240	4,326	12,979	18
5	6	30	0,240	B	0,400	C	6,480	1,166	6,998	50
6	4	24	A	14	0,560	0,080	0,320	0,006	0,026	108
7	6	42	0,240	20	0,800	0,920	5,520	0,846	5,078	147
8	3	24	0,120	23	0,920	1,920	5,760	3,686	11,059	162
9	2	18	0,080	25	1,000	2,920	5,840	8,526	17,053	100
	25									

A: Frecuencia relativa $h_i = \frac{f_i}{n}$ $n = 1+3+6+4+6 = 25$, $A = h_i = \frac{4}{25} = 0,16$

B: Frecuencia absoluta acumulada F_i ; $B = F_i = 4 + 6 = 10$

C: Desviación absoluta $\Delta x_i = |x_i - \bar{x}|$

Deducimos $\bar{x}$ de la 1ª fila: $|2 - \bar{x}| = 4,08 \Rightarrow \bar{x} = 6,08 \Rightarrow C = \Delta x_i = |5 - 6,08| = 1,08$

2. Estudia la relación entre las variables estadísticas X (nota de Filosofía) e Y (nota de Matemáticas) para 5 alumnos:

x_i	y_i	$x_i \cdot y_i$	x_i^2	y_i^2
5	6	30	25	36
4	7	28	16	49
8	5	40	64	25
2	8	16	4	64
6	5	30	36	25
Total	25	31	144	199

$$n=5 \left\{ \begin{array}{l} \bar{x} = \frac{25}{5} = 5 \\ \bar{y} = \frac{31}{5} = 6,2 \end{array} \right.$$

- a) Calcula la **recta de regresión** de Y sobre X . (1,5 pt)
- b) Dibuja la **nube de puntos** y la **recta de regresión**. (0,5 pt)
- c) Razona el grado de dependencia entre las variables a partir del **coeficiente de correlación**. (0,25 pt)

$$S_{xy} = \frac{144}{5} - 5 \cdot 6,2 = -2,2 \text{ Covarianza}$$

$$S_x^2 = \frac{145}{5} - 5^2 = 4 \quad , \quad s_x = \sqrt{S_x^2} = \sqrt{4} = 2$$

$$S_y^2 = \frac{199}{5} - 6,2^2 = 1,36 \quad , \quad s_y = \sqrt{S_y^2} = \sqrt{1,36} \approx 1,166$$

Desviación típica

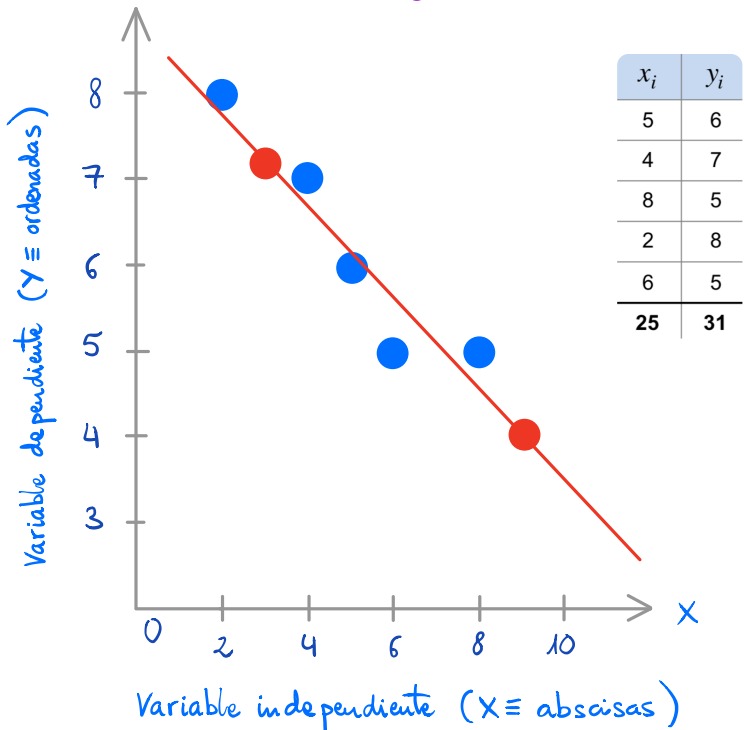
$$y = \bar{y} + \frac{s_{xy}}{s_x^2} \cdot (x - \bar{x})$$

Recta de regresión Y sobre X

$$y = 6,2 + \frac{-2,2}{4} \cdot (x - 5) \Rightarrow y = 6,2 - 0,55 \cdot (x - 5) = -0,55 \cdot x + 8,95$$

$$r_{xy} = \frac{s_{xy}}{s_x \cdot s_y} = \frac{-2,2}{2 \cdot 1,166} \simeq -0,94 \text{ Coeficiente de correlación}$$

Un valor cercano a -1 indica una fuerte correlación lineal entre X e Y y que la recta de regresión es decreciente.



$$y = -0,55 \cdot x + 8,95$$

Escogemos 2 puntos para dibujar la recta de regresión

$$y = -0,55 \cdot 3 + 8,95 = 7,3$$

$$y = -0,55 \cdot 9 + 8,95 = 4$$

$$r = -0,94$$

$$(3, 7,3), (9, 4)$$

3. En un experimento aleatorio $P(A) = 0,2$, $P(B) = 0,7$ y $P(A \cap B) = 0,1$, calcula las **probabilidades** de los sucesos:

a) $P(A - B)$ (0,75 pt)

b) $P(\bar{A} \cup \bar{B})$ (1 pt)

c) $P(\bar{A} - B)$ (0,75 pt)

a) $P(A - B) = P(A \cap \bar{B}) = P(A) - P(A \cap B) = 0,2 - 0,1 = 0,1$

b) Como $\bar{A} \cup \bar{B} = \overline{A \cap B}$ (ley de Morgan)

$$P(\bar{A} \cup \bar{B}) = P(\overline{A \cap B}) = 1 - P(A \cap B) = 1 - 0,1 = 0,9$$

c) $P(\bar{A} - B) = P(\bar{A} \cap \bar{B}) = P(\overline{A \cup B}) = 1 - P(A \cup B) = 1 - 0,8 = 0,2$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 0,2 + 0,7 - 0,1 = 0,8$$

4. En una oficina hay 8 chicos y 9 chicas. De ellos, 4 chicos y 6 chicas llevan gafas. Si escogemos una persona al azar:

- Calcula la **probabilidad** de que lleve **gafas** sabiendo que es **chico**. (1 pt)
- Calcula la **probabilidad** de sea **chica** y **no** lleve **gafas**. (1 pt)

Si te ayuda, puedes escribir la tabla de contingencia (puntuá).

Tabla de contingencia

	Mujer M	Hombre H	Total
Con gafas G	6	4	10
Sin gafas $\bar{G}$	3	4	7
Total	9	8	17

$$a) P(G|H) = \frac{P(G \cap H)}{P(H)} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$$

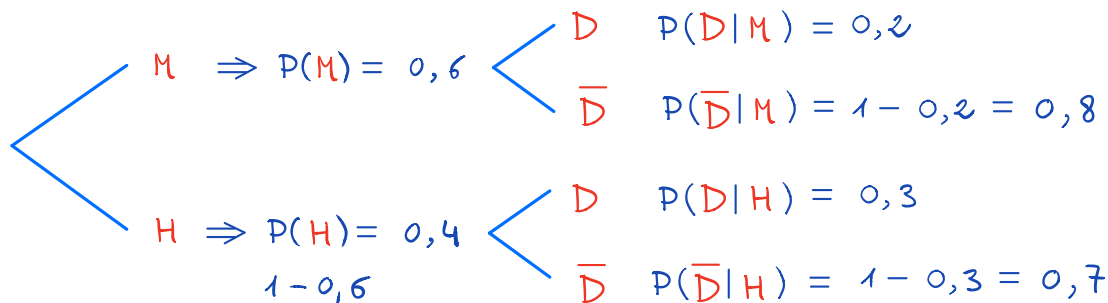
$$b) P(M \cap \bar{G}) = \frac{3}{17}$$

5. En un centro educativo, el 60 % del alumnado son chicas. Participan en actividades deportivas el 30 % de los chicos y el 20 % de las chicas. Si se elige un alumno al azar, calcula la **probabilidad** de que:

- no participe** en actividades deportivas. (1 pt)
- sea **chica** si se sabe que **participa** en actividades deportivas. (1 pt)
- sea **chico** y **participe** en actividades deportivas. (0,5 pt)

Si te ayuda, puedes dibujar el diagrama de árbol (puntuá).

$M \equiv \text{Mujeres}$ $H \equiv \text{Hombres}$
 $D \equiv \text{Deporte}$ $\bar{D} \equiv \text{No Deporte}$



a) Probabilidad total: $P(\bar{D}) = P(M) \cdot P(\bar{D}|M) + P(H) \cdot P(\bar{D}|H)$

$$P(\bar{D}) = 0,6 \cdot 0,8 + 0,4 \cdot 0,7 = 0,76$$

b) Condición: $P(M|D) = \frac{P(M \cap D)}{P(D)} = \frac{P(M) \cdot P(D|M)}{1 - P(\bar{D})} = \frac{0,6 \cdot 0,2}{1 - 0,76} = 0,5$

c) Intersección: $P(H \cap D) = P(H) \cdot P(D|H) = 0,4 \cdot 0,3 = 0,12$



Complementario: Distribución binomial

Tenemos un dado normal de **6 caras**. Se lanza **10 veces** el dado.

- a) Calcula la **probabilidad** de obtener **3 veces el mismo número**. (0,75 pt)
 b) Calcula la **probabilidad** de obtener **más de 8 veces el mismo número**. (0,75 pt)

La variable aleatoria X es binomial (éxito - fracaso), $B(n=10, p=\frac{1}{6})$, $q=1-p=1-\frac{1}{6}=\frac{5}{6}$

$$P(X=k) = \binom{n}{k} p^k q^{n-k} \quad \begin{array}{l} \text{Distribución} \\ \text{binomial} \end{array} \quad \left| \quad \begin{array}{l} \text{Combinaciones} \cdot (\text{prob. éxito})^{n^{\circ} \text{ éxitos}} \cdot (\text{prob. fracaso})^{n^{\circ} \text{ fracasos}} \end{array} \right.$$

$$a) P(X=3) = \binom{10}{3} \left(\frac{1}{6}\right)^3 \left(\frac{5}{6}\right)^{10-3} = 120 \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^3 \cdot \left(\frac{5}{6}\right)^7 \simeq 0,1550$$

$$P(X=3) = \frac{10!}{3! \times (10-3)!} \times \left(\frac{1}{6}\right)^3 \times \left(\frac{5}{6}\right)^7 \approx 0.155045$$

$$b) P(X > 8) = P(X=9) + P(X=10)$$

$$P(X=9) = \binom{10}{9} \left(\frac{1}{6}\right)^9 \left(\frac{5}{6}\right)^{10-9} = 10 \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^9 \cdot \left(\frac{5}{6}\right)^1 \simeq 8,27 \cdot 10^{-7}$$

$$P(X=9) = \frac{10!}{9! \times (10-9)!} \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^9 \cdot \left(\frac{5}{6}\right)^1 \approx 8.269090 \times 10^{-7}$$

$$P(X=10) = \binom{10}{10} \left(\frac{1}{6}\right)^{10} \left(\frac{5}{6}\right)^{10-10} = 1 \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^{10} \cdot \left(\frac{5}{6}\right)^0 \simeq 1,65 \cdot 10^{-8}$$

$$P(X=10) = 1 \times \left(\frac{1}{6}\right)^{10} \times \left(\frac{5}{6}\right)^0 \approx 1.653820 \times 10^{-8}$$

$$P(X > 8) = P(X=9) + P(X=10) = 8,27 \cdot 10^{-7} + 1,65 \cdot 10^{-8} \simeq 8,435 \cdot 10^{-7}$$