

ESTADÍSTICA Y PROBABILIDAD

ESTADÍSTICA



1. Considera la siguiente distribución de frecuencias de las notas de un examen en una clase. Calcula justificadamente las cantidades de las casillas A , B y C en fondo gris: (0,75 pt)

x_i	f_i	$f_i \cdot x_i$	h_i	F_i	H_i	Δx_i	$f_i \cdot \Delta x_i$	$(\Delta x_i)^2$	$f_i \cdot (\Delta x_i)^2$	$f_i \cdot (x_i)^2$
2	1	2	0,040	1	0,040	4,080	4,080	16,646	16,646	1
4	3	12	0,120	4	0,160	2,080	6,240	4,326	12,979	18
5	6	30	0,240	B	0,400	C	6,480	1,166	6,998	50
6	4	24	A	14	0,560	0,080	0,320	0,006	0,026	108
7	6	42	0,240	20	0,800	0,920	5,520	0,846	5,078	147
8	3	24	0,120	23	0,920	1,920	5,760	3,686	11,059	162
9	2	18	0,080	25	1,000	2,920	5,840	8,526	17,053	100



2. Estudia la relación entre las variables estadísticas X (nota de Filosofía) e Y (nota de Matemáticas) para 5 alumnos:

x_i	y_i	$x_i \cdot y_i$	x_i^2	y_i^2
7	6	42	49	36
9	7	63	81	49
5	5	25	25	25
10	8	80	100	64
1	3	3	1	9
Total	32	29	213	183

- a) Calcula la **recta de regresión** de Y sobre X . (1,5 pt)
- b) Dibuja la **nube de puntos** y la **recta de regresión**. (0,5 pt)
- c) Razona el grado de dependencia entre las variables a partir del **coeficiente de correlación**. (0,25 pt)

PROBABILIDAD



3. En un experimento aleatorio $P(A) = 0,2$, $P(B) = 0,7$ y $P(A \cap B) = 0,1$, calcula las **probabilidades** de los sucesos:

- a) $P(A \cup B)$ (0,75 pt)
- b) $P(\overline{A} \cup \overline{B})$ (1 pt)
- c) $P(\overline{B} - A)$ (0,75 pt)



4. En una oficina hay 8 chicos y 9 chicas. De ellos, 4 chicos y 6 chicas llevan gafas. Si escogemos una persona al azar:

- a) Calcula la **probabilidad** de que sea **chica** sabiendo que lleva **gafas**. (1 pt)
- b) Calcula la **probabilidad** de sea **chico** y **no** lleve **gafas**. (1 pt)

Si te ayuda, puedes escribir la tabla de contingencia (puntuá).



5. En un centro educativo, el 60 % del alumnado son chicas. Participan en actividades deportivas el 30 % de los chicos y el 20 % de las chicas. Si se elige un alumno al azar, calcula la **probabilidad** de que:

- a) **participe** en actividades deportivas. (1 pt)
- b) sea **chico** si se sabe que **no participa** en actividades deportivas. (1 pt)
- c) sea **chica** y **no participe** en actividades deportivas. (0,5 pt)

Si te ayuda, puedes dibujar el diagrama de árbol (puntuá).



Complementario: Distribución binomial

Tenemos una moneda normal de **2 caras**. Se lanza **8 veces** la moneda.

- a) Calcula la **probabilidad** de obtener cara **5 veces**. (0,75 pt)
- b) Calcula la **probabilidad** de obtener cara **menos de 2 veces**. (0,75 pt)

1. Considera la siguiente distribución de frecuencias de las notas de un examen en una clase. Calcula justificadamente las cantidades de las casillas A , B y C en fondo gris: (0,75 pt)

x_i	f_i	$f_i \cdot x_i$	h_i	F_i	H_i	Δx_i	$f_i \cdot \Delta x_i$	$(\Delta x_i)^2$	$f_i \cdot (\Delta x_i)^2$	$f_i \cdot (x_i)^2$
2	1	2	0,040	1	0,040	4,080	4,080	16,646	16,646	1
4	3	12	0,120	4	0,160	2,080	6,240	4,326	12,979	18
5	6	30	0,240	B	0,400	C	6,480	1,166	6,998	50
6	4	24	A	14	0,560	0,080	0,320	0,006	0,026	108
7	6	42	0,240	20	0,800	0,920	5,520	0,846	5,078	147
8	3	24	0,120	23	0,920	1,920	5,760	3,686	11,059	162
9	2	18	0,080	25	1,000	2,920	5,840	8,526	17,053	100
	25									

A: Frecuencia relativa $h_i = \frac{f_i}{n}$ $n = 1+3+6+4+6 = 25$, $A = h_i = \frac{4}{25} = 0,16$

B: Frecuencia absoluta acumulada F_i ; $B = F_i = 4 + 6 = 10$

C: Desviación absoluta $\Delta x_i = |x_i - \bar{x}|$

Deducimos $\bar{x}$ de la 1ª fila: $|2 - \bar{x}| = 4,08 \Rightarrow \bar{x} = 6,08 \Rightarrow C = \Delta x_i = |5 - 6,08| = 1,08$

2. Estudia la relación entre las variables estadísticas X (nota de Filosofía) e Y (nota de Matemáticas) para 5 alumnos:

x_i	y_i	$x_i \cdot y_i$	x_i^2	y_i^2
7	6	42	49	36
9	7	63	81	49
5	5	25	25	25
10	8	80	100	64
1	3	3	1	9
Total	32	29	213	256

$$n = 5 \left\{ \begin{array}{l} \bar{x} = \frac{32}{5} = 6,4 \\ \bar{y} = \frac{29}{5} = 5,8 \end{array} \right.$$

- a) Calcula la **recta de regresión** de Y sobre X . (1,5 pt)
- b) Dibuja la **nube de puntos** y la **recta de regresión**. (0,5 pt)
- c) Razona el grado de dependencia entre las variables a partir del **coeficiente de correlación**. (0,25 pt)

$$S_{xy} = \frac{213}{5} - 6,4 \cdot 5,8 = 5,48 \quad \text{Covarianza}$$

$$\left. \begin{array}{l} S_x^2 = \frac{256}{5} - 6,4^2 = 10,24 \quad , \quad S_x = \sqrt{S_x^2} = \sqrt{10,24} = 3,2 \\ S_y^2 = \frac{183}{5} - 5,8^2 = 2,96 \quad , \quad S_y = \sqrt{S_y^2} = \sqrt{2,96} \approx 1,72 \end{array} \right\} \quad \text{Desviación típica}$$

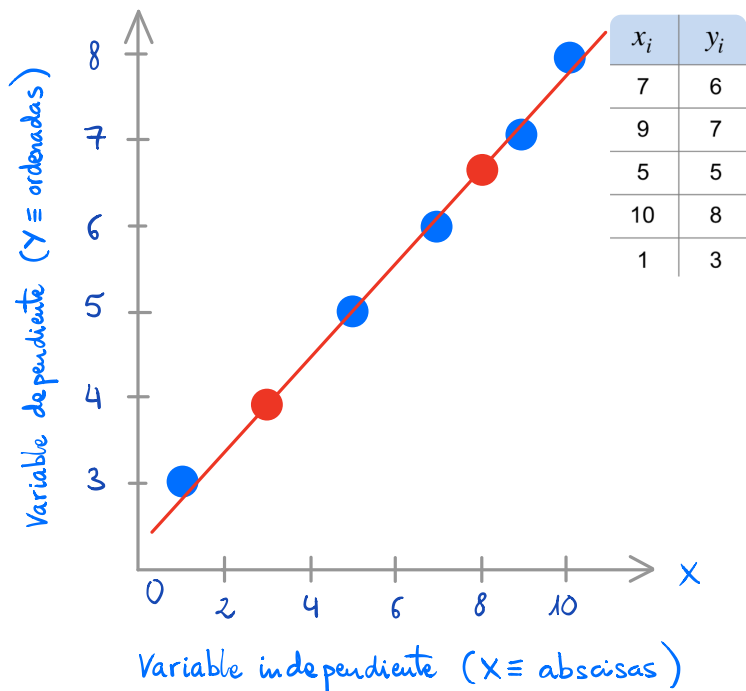
$$y = \bar{y} + \frac{S_{xy}}{S_x^2} \cdot (x - \bar{x})$$

Recta de regresión Y sobre X

$$y = 5,8 + \frac{5,48}{10,24} \cdot (x - 6,4) \Rightarrow y = 5,8 + 0,535 \cdot (x - 6,4) = 0,535 \cdot x + 2,376$$

$$r_{xy} = \frac{S_{xy}}{S_x \cdot S_y} = \frac{5,48}{3,2 \cdot 1,72} \simeq 0,996 \quad \text{Coeficiente de correlación}$$

Un valor cercano a 1 indica una fuerte correlación lineal entre X e Y y que la recta de regresión es creciente.



$$y = 0,535 \cdot x + 2,376$$

Escogemos 2 puntos para dibujar la recta de regresión

$$y = 0,535 \cdot 3 + 2,376 = 3,981$$

$$y = 0,535 \cdot 8 + 2,376 = 6,656$$

$$r = 0,996$$

$$(3, 3,981), (8, 6,656)$$

3. En un experimento aleatorio $P(A) = 0,2$, $P(B) = 0,7$ y $P(A \cap B) = 0,1$, calcula las **probabilidades** de los sucesos:

a) $P(A \cup B)$ (0,75 pt)

b) $P(\bar{A} \cup \bar{B})$ (1 pt)

c) $P(\bar{B} - A)$ (0,75 pt)

a) $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 0,2 + 0,7 - 0,1 = 0,8$

b) Como $\overline{A \cap B} = \bar{A} \cup \bar{B}$ (ley de Morgan)

$$P(\bar{A} \cup \bar{B}) = P(\overline{A \cap B}) = 1 - P(A \cap B) = 1 - 0,1 = 0,9$$

c) $P(\bar{B} - A) = P(\bar{B} \cap \bar{A}) = P(\overline{B \cup A}) = 1 - P(B \cup A) = 1 - 0,8 = 0,2$

4. En una oficina hay 8 chicos y 9 chicas. De ellos, 4 chicos y 6 chicas llevan gafas. Si escogemos una persona al azar:

a) Calcula la **probabilidad** de que sea **chica** sabiendo que lleva **gafas**. (1 pt)

b) Calcula la **probabilidad** de sea **chico** y **no** lleve **gafas**. (1 pt)

Si te ayuda, puedes escribir la tabla de contingencia (puntuá).

Tabla de contingencia

	Mujer M	Hombre H	Total
Con gafas G	6	4	10
Sin gafas $\bar{G}$	3	4	7
Total	9	8	17

$$a) P(M|G) = \frac{P(M \cap G)}{P(G)} = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$$

$$b) P(H \cap \bar{G}) = \frac{4}{17}$$

5. En un centro educativo, el 60 % del alumnado son chicas. Participan en actividades deportivas el 30 % de los chicos y el 20 % de las chicas. Si se elige un alumno al azar, calcula la **probabilidad** de que:

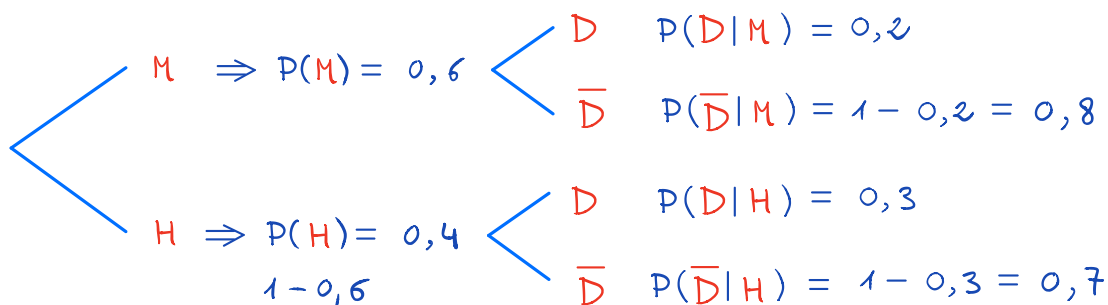
a) **participe** en actividades deportivas. (1 pt)

b) sea **chico** si se sabe que **no participa** en actividades deportivas. (1 pt)

c) sea **chica** y **no participe** en actividades deportivas. (0,5 pt)

Si te ayuda, puedes dibujar el diagrama de árbol (puntuá).

M $\equiv$ Mujeres H $\equiv$ Hombres
D $\equiv$ Deporte $\bar{D}$ $\equiv$ No Deporte



a) Probabilidad total: $P(D) = P(M) \cdot P(D|M) + P(H) \cdot P(D|H)$

$$P(D) = 0,6 \cdot 0,2 + 0,4 \cdot 0,3 = 0,24$$

b) Condición: $P(H|\bar{D}) = \frac{P(H \cap \bar{D})}{P(\bar{D})} = \frac{P(H) \cdot P(\bar{D}|H)}{1 - P(D)} = \frac{0,4 \cdot 0,7}{1 - 0,24} = 0,368$

c) Intersección: $P(M \cap \bar{D}) = P(M) \cdot P(\bar{D}|M) = 0,6 \cdot 0,8 = 0,48$



Complementario: Distribución binomial

Tenemos una moneda normal de **2 caras**. Se lanza **8 veces** la moneda.

- a) Calcula la **probabilidad** de obtener cara **5 veces**. (0,75 pt)
 b) Calcula la **probabilidad** de obtener cara **menos de 2 veces**. (0,75 pt)

La variable aleatoria X es binomial (éxito - fracaso), $B(n=8, p=\frac{1}{2})$, $q=1-p=1-\frac{1}{2}=\frac{1}{2}$

$$P(X=k) = \binom{n}{k} p^k q^{n-k} \quad \begin{array}{l} \text{Distribución} \\ \text{binomial} \end{array} \quad \left| \quad \begin{array}{l} \text{Combinaciones} \cdot (\text{prob. éxito})^{n^{\circ} \text{ éxitos}} \cdot (\text{prob. fracaso})^{n^{\circ} \text{ fracasos}} \end{array} \right.$$

$$a) P(X=5) = \binom{8}{5} \left(\frac{1}{2}\right)^5 \left(\frac{1}{2}\right)^{8-5} = 56 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^5 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^3 \simeq 0,2188$$

$$b) P(X < 2) = P(X=0) + P(X=1)$$

$$P(X=0) = \binom{8}{0} \left(\frac{1}{2}\right)^0 \left(\frac{1}{2}\right)^{8-0} = 1 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^0 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^8 \simeq 0,0039$$

$$P(X=1) = \binom{8}{1} \left(\frac{1}{2}\right)^1 \left(\frac{1}{2}\right)^{8-1} = 8 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^1 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^7 \simeq 0,0313$$

$$P(X < 2) = P(X=0) + P(X=1) = 0,0039 + 0,0313 = 0,0352$$