

ESTADÍSTICA Y PROBABILIDAD

ESTADÍSTICA



1. Una alumna ha obtenido las siguientes notas en 7 asignaturas.

7	5	6	10	9	7	6
---	---	---	----	---	---	---

Calcula las medidas de centralización: la **moda**, la **mediana** y la **media**. (1 pt)



2. Considera la siguiente distribución de **frecuencias** de las notas de un examen en una clase. Calcula justificadamente las cantidades **A, B, C y D** en fondo gris: (1 pt)

x_i	f_i	$f_i \cdot x_i$	h_i	F_i	H_i	Δx_i	$f_i \cdot \Delta x_i$	$(\Delta x_i)^2$	$f_i \cdot (\Delta x_i)^2$	$f_i \cdot (x_i)^2$
1	1	1	0,071	1	0,071	5	5	25	25	1
3	2	6	0,143	3	0,214	3	6	9	18	18
5	2	10	0,143	B	0,357	D	2	1	2	50
6	3	18	A	8	0,571	0	0	0	0	108
7	3	21	0,214	11	0,786	1	3	1	3	147
9	2	18	0,143	13	C	3	6	9	18	162
10	1	10	0,071	14	1,000	4	4	16	16	100
	14	84								

Resuélvelo aquí...

$$A = \frac{3}{14} = 0,214$$

$$B = 3 + 2 = 5$$

$$C = 0,786 + 0,143 = 0,929$$

$$\sum_{i=1}^k f_i = n = 14$$

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^k f_i x_i = \frac{84}{14} = 6$$

$$\text{Luego } D = |6 - 5| = 1$$



3. La siguiente tabla presenta las notas que han obtenido los alumnos de un curso en matemáticas.

Nota	x_i	4	5	6	7	8
	f_i	6	7	10	4	3

- a) Obtén la **tabla de frecuencias** (sólo lo que necesites para el apartado b). (1 pt)

- b) Calcula las medidas de dispersión de estos datos, es decir, la **desviación absoluta media**, la **varianza** y la **desviación típica**. (2 pt)



4. Estudia la relación entre las variables estadísticas X e Y .

	x_i	y_i	$x_i \cdot y_i$	x_i^2	y_i^2
	2	4	8	4	16
	5	13	65	25	169
	6	16	96	36	256
	8	22	176	64	484
	9	25	225	81	625
Total	30	80	570	210	1550

- a) Halla la **recta de regresión** de Y sobre X . (2 pt)
- b) Razona el grado de dependencia entre las variables a partir del **coeficiente de correlación**. (0,5 pt)
- c) **Dibuja** la **nube de puntos** y la **recta de regresión**. (0,5 pt)

PROBABILIDAD



5. En un experimento aleatorio: $P(A) = 0,6$, $P(B) = 0,5$, $P(A \cap B) = 0,2$. Calcula:

- a) $P(\bar{A})$ (0,5 pt)
- b) $P(A \cup B)$ (0,5 pt)
- c) $P(\bar{A} \cup \bar{B})$ (0,5 pt)
- d) $P(A - B)$ (0,5 pt)



Complementario:

- C1. El 35 % de los vecinos de un barrio practica algún deporte (D). El 60% está casado (C) y el 25% no está casado, ni hace deporte.

Describe, en función de D y C , los siguientes sucesos y calcula sus probabilidades.

- a) Está casado y practica deporte. (0,5 pt)
- b) Practica deporte, pero no está casado. (0,5 pt)
- c) Está casado, pero no practica deporte. (0,5 pt)
- d) No está casado, ni practica deporte. (0,5 pt)



1. Una alumna ha obtenido las siguientes notas en 7 asignaturas.

7	5	6	10	9	7	6
---	---	---	----	---	---	---

Calcula las medidas de centralización: la **moda**, la **mediana** y la **media**. (1 pt)

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^k f_i x_i$$

Media aritmética

$$\bar{x} = \frac{7+5+6+10+9+7+6}{7} \approx 7,14$$

La moda es $M_o = \{6, 7\}$ porque ocurren con la máxima frecuencia: 2

Para calcular la mediana, ordenamos los datos: 5, 6, 6, 7, 7, 9, 10 $\frac{7}{2} = 3,5 \rightarrow 4^{\text{a}}$ Posición

Es un número impar de datos y la mediana es $M = 7$



3. La siguiente tabla presenta las notas que han obtenido los alumnos de un curso en matemáticas.

Nota	x_i	4	5	6	7	8
	f_i	6	7	10	4	3

a) Obtén la **tabla de frecuencias** (sólo lo que necesites para el apartado b). (1 pt)

b) Calcula las medidas de dispersión de estos datos, es decir, la **desviación absoluta media**, la **varianza** y la **desviación típica**. (2 pt)

a)

TABLA DE FRECUENCIAS

	x_i	f_i	$f_i \cdot x_i$	h_i	$\%x_i$	F_i	H_i	Δx_i	$f_i \cdot \Delta x_i$	$(\Delta x_i)^2$	$f_i \cdot (\Delta x_i)^2$	$f_i \cdot (x_i)^2$
Caso 1	4	6	24,000	0,200	20,0 %	6	0,200	1,700	10,200	2,890	17,340	96
Caso 2	5	7	35,000	0,233	23,3 %	13	0,433	0,700	4,900	0,490	3,430	175
Caso 3	6	10	60,000	0,333	33,3 %	23	0,767	0,300	3,000	0,090	0,900	360
Caso 4	7	4	28,000	0,133	13,3 %	27	0,900	1,300	5,200	1,690	6,760	196
Caso 5	8	3	24,000	0,100	10,0 %	30	1,000	2,300	6,900	5,290	15,870	192
		30	171,000	1,000	100,0 %	99	3,300	6,300	30,200	10,450	44,300	1019

Imprescindible ↑

Imprescindible ↑

b) Media aritmética $\bar{x} = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^k f_i x_i = \frac{171}{30} = 5,7$

Desviación absoluta media $\Delta_{\bar{x}} = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^k f_i |x_i - \bar{x}| = \frac{30,2}{30} \approx 1,0067$

Varianza $s^2 = \left[\frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^k (f_i x_i^2) \right] - \bar{x}^2 = \frac{1019}{30} - 5,7^2 \approx 1,48$

Desviación típica $s = \sqrt{s^2} = \sqrt{1,48} \approx 1,22$



4. Estudia la relación entre las variables estadísticas X e Y .

	x_i	y_i	$x_i \cdot y_i$	x_i^2	y_i^2
	2	4	8	4	16
	5	13	65	25	169
	6	16	96	36	256
	8	22	176	64	484
	9	25	225	81	625
Total	30	80	570	210	1550

Y : dependiente X : independiente

Las medias por separado son:

$$n=5 \left\{ \begin{array}{l} \bar{x} = \frac{30}{5} = 6 \\ \bar{y} = \frac{80}{5} = 16 \end{array} \right.$$

a) Halla la **recta de regresión** de Y sobre X .

(2 pt)

b) Razona el grado de dependencia entre las variables a partir del **coeficiente de correlación**.

(0,5 pt)

c) **Dibuja la nube de puntos** y la **recta de regresión**.

(0,5 pt)

$$S_{xy} = \frac{570}{5} - 6 \cdot 16 = 18 \quad \text{Covarianza}$$

$$\left. \begin{array}{l} S_x^2 = \frac{210}{5} - 6^2 = 6, \quad S_x = \sqrt{S_x^2} = \sqrt{6} \approx 2,45 \\ S_y^2 = \frac{1550}{5} - 16^2 = 54, \quad S_y = \sqrt{S_y^2} = \sqrt{54} \approx 7,35 \end{array} \right\} \text{Desviación típica}$$

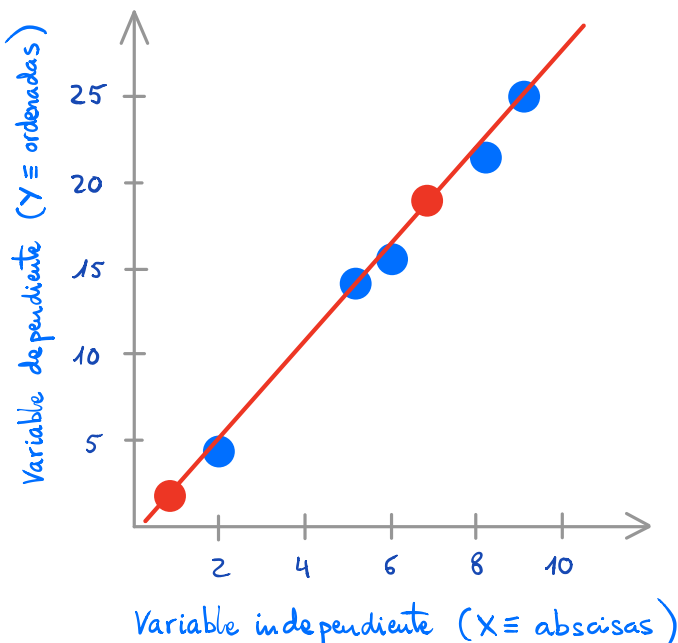
$$y = \bar{y} + \frac{S_{xy}}{S_x^2} \cdot (x - \bar{x}) \quad \text{Recta de regresión } Y \text{ sobre } X$$

$$y = 16 + \frac{18}{6} \cdot (x - 6) \Rightarrow y = 16 + 3 \cdot (x - 6) = 3x - 2$$

$$r_{xy} = \frac{S_{xy}}{S_x \cdot S_y} = \frac{18}{2,45 \cdot 7,35} \approx 0,9996 \quad \text{Coeficiente de correlación}$$

Un valor cercano a 1 indica una fuerte correlación lineal entre X e Y y

que la recta de regresión es creciente.



$$y = 16 + 3 \cdot (x - 6)$$

Escogemos 2 puntos para dibujar la recta de regresión

$$y = 16 + 3 \cdot (1 - 6) = 1, \quad (1, 1)$$

$$y = 16 + 3 \cdot (7 - 6) = 19, \quad (7, 19)$$

$$r = 0,9996$$

PROBABILIDAD

 5. En un experimento aleatorio: $P(A) = 0,6$, $P(B) = 0,5$, $P(A \cap B) = 0,2$. Calcula:

- a) $P(\bar{A})$ (0,5 pt)
- b) $P(A \cup B)$ (0,5 pt)
- c) $P(\bar{A} \cup \bar{B})$ (0,5 pt)
- d) $P(A - B)$ (0,5 pt)

a) $P(\bar{A}) = 1 - P(A) = 1 - 0,6 = 0,4$

b) $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 0,6 + 0,5 - 0,2 = 0,9$

c) $P(\bar{A} \cup \bar{B}) = P(\overline{A \cap B}) = 1 - P(A \cap B) = 1 - 0,2 = 0,8$

d) $P(A \cap \bar{B}) = P(A - B) = P(A) - P(A \cap B) = 0,6 - 0,2 = 0,4$



Complementario:

C1. El 35 % de los vecinos de un barrio practica algún deporte (D). El 60% está casado (C) y el 25% no está casado, ni hace deporte.

Describe, en función de D y C , los siguientes sucesos y calcula sus probabilidades.

- a) Está casado y practica deporte. $D = \text{"hace deporte"}$ (0,5 pt)
- b) Practica deporte, pero no está casado. $C = \text{"está casado"}$ (0,5 pt)
- c) Está casado, pero no practica deporte. (0,5 pt)
- d) No está casado, ni practica deporte. (0,5 pt)

$$P(D) = 0,35 \text{ , } P(C) = 0,6 \text{ , } P(\bar{D} \cap \bar{C}) = 0,25$$

a) $P(D \cap C) = ?$

$$P(\bar{D} \cap \bar{C}) = P(\overline{D \cup C}) = 1 - P(D \cup C) = 0,25 \text{ , } P(D \cup C) = 1 - 0,25 = 0,75$$

$$P(D \cap C) = P(D) + P(C) - P(D \cup C) = 0,35 + 0,6 - 0,75 = 0,2$$

b) $P(D \cap \bar{C}) = P(D - C) = P(D) - P(D \cap C) = 0,35 - 0,2 = 0,15$

c) $P(\bar{D} \cap C) = P(C - D) = P(C) - P(C \cap D) = 0,6 - 0,2 = 0,4$

d) $P(\bar{D} \cap \bar{C}) = 0,25$