



1. Construye un polinomio de **segundo grado** sabiendo que los **restos** que se obtienen al dividirlo por x , $x-1$ y $x+1$ son **2**, **-1** y **1** respectivamente. (1 pt)



2. Resuelve la siguiente ecuación:

$$\left(\frac{1}{2}\right)^x + 2^{x-1} + 2^x = \frac{11}{4}$$

$$x_1 = \log_2 4/3$$

$$x_2 = -1$$

$$\left. \begin{matrix} a = -2 \\ b = -1 \end{matrix} \right\} P(x) = -2x^2 - x + 2$$

(1 pt)

3. Resuelve los siguientes **sistemas de ecuaciones no lineales**:

$$\left. \begin{matrix} 3^x + 3^{y+1} = 18 \\ x - 3y = -1 \end{matrix} \right\} (1 \text{ pt})$$

$$\left. \begin{matrix} x = 2 \\ y = 1 \end{matrix} \right\}$$

$$\log x + \log y = 1$$

$$2 + \log y - \log x = \log 250$$

(1 pt)

$$\left. \begin{matrix} x = 2 \\ y = 5 \end{matrix} \right\}$$



4. Resuelve la siguiente **inecuación**:

$$\frac{x^2 - 5x + 4}{x^2 - 5x + 6} > 0$$

$$(-\infty, 1) \cup (2, 3) \cup (4, +\infty)$$

(1,5 pt)

5. Resuelve el siguiente **sistema de inecuaciones**:

$$2x - \frac{x}{2} < 2$$

$$2x + 3(x-1) > x + 2$$

$$\left(-\infty, \frac{4}{3} \right) \cap \left(\frac{5}{4}, +\infty \right) = \left(\frac{5}{4}, \frac{4}{3} \right)$$

(1,5 pt)



6. Finanzas:

- a) ¿Qué **capital** será necesario ingresar en una cuenta para que durante **3 años** a un **interés compuesto** del **3,5%** se convierta en **2400 €**? (0,75 pt)

$$2164,66 \text{ €}$$

- b) ¿Y si el **período de capitalización** es **mensual** y no anual? (0,75 pt)

$$2161,11 \text{ €}$$



7. Clasifica y resuelve el siguiente **sistema de ecuaciones lineales** utilizando el **método de Gauss**:

$$x + 3y - 2z = 6$$

$$2x + 3y - 2z = 8$$

$$4x + 2y - 6z = 6$$

(1,5 pt)

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Sistema compatible determinado



Complementarios:

1. **Finanzas:** El precio de una *tablet* pierde un **40%** de su valor al comprarla y después, cada año que pasa, pierde un **5%** del valor que tenía el año inmediatamente anterior. Si una *tablet* con **3 años** vale **90 €**, ¿cuánto costó al comprarla?. **174,95 €** (1 pt)

1. **Construye** un **polinomio de segundo grado** sabiendo que los **restos** que se obtienen al dividirlo por x , $x-1$ y $x+1$ son **2**, **-1** y **1** respectivamente. (1 pt)

$$P(x) = ax^2 + bx + c$$

$$P(0) = 2 \Rightarrow a \cdot 0 + b \cdot 0 + c = 2, \quad c = 2$$

$$\begin{aligned} P(1) = -1 &\Rightarrow a \cdot 1 + b \cdot 1 + 2 = -1 \\ P(-1) = 1 &\Rightarrow a \cdot 1 + b \cdot (-1) + 2 = 1 \end{aligned} \quad \left. \begin{array}{l} \\ \end{array} \right\} \begin{array}{l} a + b = -3 \\ a - b = -1 \end{array} \quad \left. \begin{array}{l} \\ \end{array} \right\} +$$

$$2a = -4 \Rightarrow \begin{array}{l} a = -2 \\ b = -1 \end{array} \quad \left. \begin{array}{l} \\ \end{array} \right\} P(x) = -2x^2 - x + 2$$

2. **Resuelve** la siguiente **ecuación**:

$$\left(\frac{1}{2}\right)^x + 2^{x-1} + 2^x = \frac{11}{4}$$

$$\frac{1}{2^x} + 2^x \cdot 2^{-1} + 2^x = \frac{11}{4}, \quad u = 2^x$$

$$\frac{1}{2} = 2^{-1}, \quad \left(\frac{1}{2}\right)^x = (2^{-1})^x = (2^x)^{-1} = \frac{1}{2^x}$$

$$\frac{1}{u} + \frac{u}{2} + u = \frac{11}{4} \quad \cdot 4u$$

$$4 + 2u^2 + 4u^2 = 11u$$

$$6u^2 - 11u + 4 = 0 \quad \begin{array}{l} \swarrow 4/3 \\ \searrow 1/2 \end{array}$$

$$2^x = \frac{4}{3} \Rightarrow x_1 = \log_2 \frac{4}{3}$$

$$2^x = \frac{1}{2} = 2^{-1} \Rightarrow x_2 = -1$$

3. Resuelve los siguientes sistemas de ecuaciones no lineales:

$$\left. \begin{array}{l} 3^x + 3^{y+1} = 18 \\ x - 3y = -1 \end{array} \right\} (1 \text{ pt})$$

$$\left. \begin{array}{l} 3^x + 3^y \cdot 3 = 18 \\ x = 3y - 1 \end{array} \right\} \quad 3^{3y-1} = 3^{3y} \cdot 3^{-1}$$

$$(3^y)^3 \cdot 3^{-1} + 3^y \cdot 3 = 18, \quad u = 3^y$$

$$\frac{u^3}{3} + u \cdot 3 = 18$$

$$u^3 + 9u - 54 = 0 \longrightarrow u(u^2 + 9) = 54$$

$$\begin{array}{c|cccc} & 1 & 0 & 9 & -54 \\ 3 & & 3 & 9 & 54 \\ \hline & 1 & 3 & 18 & 0 \end{array}$$

$$u^2 + 3u + 18 = 0 \text{ No tiene raíces}$$

$$u = 3 = 3^y \Rightarrow y = 1, \quad x = 3y - 1 = 2$$

$$\left. \begin{array}{l} \log x + \log y = 1 \\ 2 + \log y - \log x = \log 250 \end{array} \right\}$$

$$\log x \cdot y = \log 10 \Rightarrow x \cdot y = 10, \quad y = \frac{10}{x}$$

$$2 + \log \frac{y}{x} = \log 250$$

$$\log 10^2 + \log \frac{10}{x^2} = \log 250$$

$$\cancel{\log} \frac{10^3}{x^2} = \cancel{\log} 250$$

$$\frac{10^3}{x^2} = 250 \Rightarrow x^2 = \frac{1000}{250} = 4, \quad x < \begin{matrix} 2 \\ -2 \end{matrix} \text{ No válida}$$

$$\text{Si } x = 2, \quad y = \frac{10}{2} = 5$$

4. Resuelve la siguiente inecuación:

$$\frac{x^2 - 5x + 4}{x^2 - 5x + 6} > 0$$

Factorizamos ambos polinomios para encontrar los puntos críticos

$$P(x) \equiv x^2 - 5x + 4 = 0, \quad x = \frac{5 \pm \sqrt{25 - 4 \cdot 1 \cdot 4}}{2} = \frac{5 \pm 3}{2} \begin{matrix} 4 \\ 1 \end{matrix}$$

$$Q(x) \equiv x^2 - 5x + 6 = 0, \quad x = \frac{5 \pm \sqrt{25 - 4 \cdot 1 \cdot 6}}{2} = \frac{5 \pm 1}{2} \begin{matrix} 3 \\ 2 \end{matrix}$$

$$\frac{(x-4) \cdot (x-1)}{(x-3) \cdot (x-2)} > 0 \quad \text{Estudiamos los intervalos.}$$

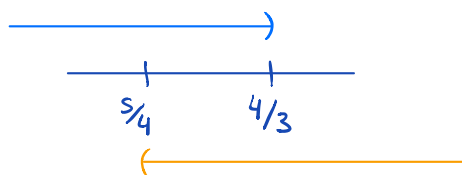
0	1,5		2,5		3,5		4,5	
+	1	-	2	+	3	-	4	+
Sí	↓	No	↓	Sí	↓	No	↓	Sí
	0		≠		≠		0	
	No		No		No		No	

$$\text{Solución: } (-\infty, 1) \cup (2, 3) \cup (4, +\infty)$$

5. Resuelve el siguiente sistema de inecuaciones:

$$\left. \begin{array}{l} 2x - \frac{x}{2} < 2 \\ 2x + 3(x-1) > x + 2 \end{array} \right\}$$

$$\left. \begin{array}{l} 4x - x < 4 \\ 2x + 3x - 3 > x + 2 \end{array} \right\} \begin{array}{l} 3x < 4 \Rightarrow x < \frac{4}{3} \\ 4x > 5 \Rightarrow x > \frac{5}{4} \end{array} \quad \begin{array}{l} (-\infty, \frac{4}{3}) \\ (\frac{5}{4}, +\infty) \end{array}$$



$$\text{Solución: } (-\infty, \frac{4}{3}) \cap (\frac{5}{4}, +\infty) = (\frac{5}{4}, \frac{4}{3})$$

6. Finanzas:

- a) ¿Qué **capital** será necesario ingresar en una cuenta para que durante **3 años** a un **interés compuesto** del **3,5%** se convierta en **2400 €**? (0,75 pt)
- b) ¿Y si el **período de capitalización** es **mensual** y no anual? (0,75 pt)

a) $C_f = C_i (1 + r)^t$
 $2400 = C_i \left(1 + \frac{3,5}{100}\right)^3$, $C_i = \frac{2400}{(1 + 0,035)^3} = 2164,66 \text{ €}$

b) $k = 12$, $C_f = C_i \left(1 + \frac{r}{k}\right)^{k \cdot t}$
 $C_i = \frac{C_f}{\left(1 + \frac{r}{k}\right)^{k \cdot t}} = \frac{2400}{\left(1 + \frac{0,035}{12}\right)^{36}} = 2161,11 \text{ €}$

7. Clasifica y resuelve el siguiente **sistema de ecuaciones lineales** utilizando el **método de Gauss**:

$$\left. \begin{array}{l} x + 3y - 2z = 6 \\ 2x + 3y - 2z = 8 \\ 4x + 2y - 6z = 6 \end{array} \right\} \quad (1,5 \text{ pt})$$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 3 & -2 & 6 \\ 2 & 3 & -2 & 8 \\ 4 & 2 & -6 & 6 \end{array} \right) \xrightarrow{\substack{F_2 \rightarrow F_2 - 2F_1 \\ F_3 \rightarrow F_3 - 4F_1}} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 3 & -2 & 6 \\ 0 & -3 & 2 & -4 \\ 0 & -10 & 2 & -18 \end{array} \right) \xrightarrow{F_3 \rightarrow 3F_3 - 10F_2} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 3 & -2 & 6 \\ 0 & -3 & 2 & -4 \\ 0 & 0 & -14 & -14 \end{array} \right)$$

$$-14z = -14 \Rightarrow z = 1$$

$$-3y + 2 \cdot 1 = -4 \Rightarrow y = \frac{-6}{-3} = 2$$

$$x + 3 \cdot 2 - 2 \cdot 1 = 6$$

$$x = 2$$

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Sistema compatible determinado



Complementarios:

1. **Finanzas:** El precio de una *tablet* pierde un **40%** de su valor al comprarla y después, cada año que pasa, pierde un **5%** del valor que tenía el año inmediatamente anterior. Si una *tablet* con **3 años** vale **90 €**, ¿cuánto costó al comprarla?. (1 pt)

$$P_i \longrightarrow \frac{100-40}{100} = 0,6 P_i$$

$$90 = 0,6 P_i (1 - 0,05)^3$$

$$P_i = \frac{90}{0,6 \cdot 0,95^3} = 174,95 \text{ €}$$