



1. Dado el **polinomio** $P(x) = x^3 + ax^2 + bx - 6$, calcula **a** y **b** para que sea divisible por $x - 2$ y por $x + 3$.

$$P(x) = x^3 + 2x^2 - 5x - 6$$

$$\begin{cases} a = 2 \\ b = -5 \end{cases}$$

(1 pt.)



2. **Resuelve** la siguiente **ecuación**:

$$3^{x+2} + 9^{x-1} = 90 \quad x = 2$$

(1 pt.)

3. **Resuelve** los siguientes **sistemas de ecuaciones no lineales**:



a)
$$\begin{cases} x + y = 33 \\ \log x - \log y = 1 \end{cases} \quad \begin{matrix} x = 30 \\ y = 3 \end{matrix} \quad \text{Solución válida}$$

(1 pt.)

b)
$$\begin{cases} 2^x + 3^y = 7 \\ 4^x + 9^y = 25 \end{cases} \quad \begin{matrix} x_1 = \log_2 3, y_1 = \log_3 4 \\ x_2 = 2, y_2 = 1 \end{matrix}$$

(1 pt.)



4. **Resuelve** la siguiente **inecuación**:

$$\frac{x^2 - 2x - 3}{x^2 - 4} > 0 \quad (-\infty, -2) \cup (-1, 2) \cup (3, +\infty)$$

(1,5 pt.)

5. **Resuelve** el siguiente **sistema de inecuaciones**:

$$\begin{cases} 2(x - 3) < -2x + 6 \\ \frac{x - 3}{3} \geq 2x + 6 \end{cases} \quad \begin{matrix} (-\infty, 3) \cap \left(-\infty, -\frac{21}{5}\right] = \\ = \left(-\infty, -\frac{21}{5}\right] \end{matrix}$$

(1,5 pt.)



6. Un cliente tiene 5.000 € para realizar una inversión a un plazo de 7 años. Calcula **cuánto dinero tendría al final** según la oferta de dos bancos diferentes:

a) Un banco A le ofrece un **interés simple** al 5 % anual. **6750 €** (0,75 pt.)

b) Un banco B le ofrece un **interés compuesto** al 4,5 % anual. **6804,31 €** (0,75 pt.)



7. **Resuelve y clasifica** el siguiente **sistema lineal** utilizando el **método de reducción de Gauss**:

$$\begin{cases} 3x - y - 2z = 1 \\ 3x + y - z = 2 \\ 6x + 5y + 3z = 2 \end{cases} \quad \begin{matrix} \text{Sistema Compatible Determinado} \\ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix} \end{matrix}$$

(1,5 pt.)



Complementario:

1. **Finanzas**: Un cliente ingresa 2.500 € en una cuenta bancaria al 6 % de **interés compuesto** con capitalización anual. ¿**Cuántos años** debe dejar invertida esa cantidad para que el saldo final de la cuenta llegue a los 6.000 €? (1 pt.)

1. Dado el polinomio $P(x) = x^3 + ax^2 + bx - 6$, calcula **a** y **b** para que sea divisible por $x - 2$ y por $x + 3$. (1 pt.)

Divisible entre $x - 2 \Rightarrow x = 2$ es raíz $\Rightarrow P(2) = 0$

Divisible entre $x + 3 \Rightarrow x = -3$ es raíz $\Rightarrow P(-3) = 0$

$$\left. \begin{array}{l} 2^3 + a \cdot 2^2 + b \cdot 2 - 6 = 0 \\ (-3)^3 + a \cdot (-3)^2 + b \cdot (-3) - 6 = 0 \end{array} \right\} \quad \left. \begin{array}{l} 2a + b = -1 \\ 3a - b = 11 \end{array} \right\} +$$

$$\left. \begin{array}{l} 8 + 4a + 2b - 6 = 0 \\ -27 + 9a - 3b - 6 = 0 \end{array} \right\}$$

$$\left. \begin{array}{l} 4a + 2b = -2 \\ 9a - 3b = 33 \end{array} \right\} \begin{array}{l} \div 2 \\ \div 3 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 5a = 10 \Rightarrow a = 2 \\ b = -1 - 2a = -1 - 2 \cdot 2 = -5 \\ b = -5 \end{array}$$

Sol. $P(x) = x^3 + 2x^2 - 5x - 6$

2. Resuelve la siguiente ecuación:

$$3^{x+2} + 9^{x-1} = 90$$

Aislamos 3^x

$$3^x \cdot 3^2 + 3^{2(x-1)} = 90$$

$$9 \cdot 3^x + (3^x)^2 \cdot 3^{-2} = 90$$

Cambio de variable $y = 3^x$

$$9 \cdot y + \frac{y^2}{9} = 90 \quad \cdot 9$$

$$81y + y^2 = 810$$

$$y^2 + 81y - 810 = 0$$

$$y = \frac{-81 \pm \sqrt{81^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-810)}}{2 \cdot 1} = \frac{-81 \pm \sqrt{9801}}{2}$$

$$= \frac{-81 \pm 99}{2} \begin{cases} \frac{18}{2} = 9 \\ \frac{-180}{2} = -90 \end{cases}, \text{ Deshacemos el cambio}$$

$$y_1 = 9 = 3^x \Rightarrow x = 2$$

$$y_2 = -90 = 3^x \text{ No tiene solución}$$

3. Resuelve los siguientes sistemas de ecuaciones no lineales:

a) $\left. \begin{array}{l} x + y = 33 \\ \log x - \log y = 1 \end{array} \right\} \log \frac{x}{y} = 1 \Rightarrow \frac{x}{y} = 10^1 \Rightarrow x = 10y$

$x + y = 33$, Sustitución $x = 10y$

$$10y + y = 33$$

$$11y = 33 \Rightarrow y = 3 \Rightarrow x = 30 \text{ Solución válida}$$

$$b) \begin{cases} 2^x + 3^y = 7 \\ 4^x + 9^y = 25 \end{cases}$$

Aislamos 2^x y 3^y , $4 = 2^2$, $9 = 3^2$

$$\left. \begin{aligned} 2^x + 3^y &= 7 \\ (2^x)^2 + (3^y)^2 &= 25 \end{aligned} \right\} \text{ Cambio } u = 2^x, v = 3^y$$

$$\left. \begin{aligned} u + v &= 7 \\ u^2 + v^2 &= 25 \end{aligned} \right\}$$

$u = 7 - v$, Sustituimos

$$(7 - v)^2 + v^2 = 25$$

$$49 - 14v + v^2 + v^2 = 25$$

$$2v^2 - 14v + 24 = 0 \div 2$$

$$v^2 - 7v + 12 = 0$$

$$v = \frac{7 \pm \sqrt{7^2 - 4 \cdot 1 \cdot 12}}{2 \cdot 1} = \frac{7 \pm 1}{2} < 4$$

Deshacemos el cambio

$$v = 4 = 3^y \Rightarrow y_1 = \log_3 4$$

$$u = 7 - v = 3 = 2^x \Rightarrow x_1 = \log_2 3$$

$$v = 3 = 3^y \Rightarrow y_2 = 1$$

$$u = 7 - v = 4 = 2^x \Rightarrow x_2 = 2$$

4. Resuelve la siguiente inecuación:

$$\frac{x^2 - 2x - 3}{x^2 - 4} > 0$$

Factorizamos numerador y denominador por separado.

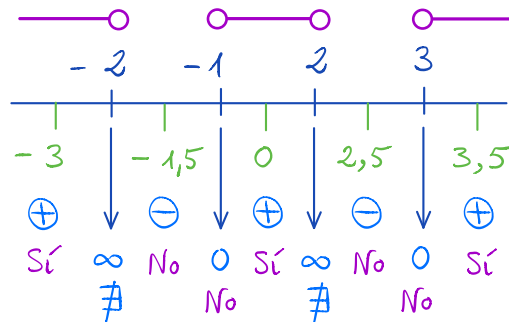
$$x^2 - 2x - 3 = 0 \Rightarrow x = \frac{2 \pm \sqrt{2^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-3)}}{2 \cdot 1} = \frac{2 \pm \sqrt{16}}{2} = \frac{2 \pm 4}{2} < \begin{matrix} 3 \\ -1 \end{matrix}$$

$$x^2 - 4 = 0 \Rightarrow x = \pm 2$$

$$\frac{(x-3) \cdot (x+1)}{(x-2) \cdot (x+2)} > 0$$

La función no existe en las

raíces que amulan el denominador



Solución $(-\infty, -2) \cup (-1, 2) \cup (3, +\infty)$

5. Resuelve el siguiente sistema de inecuaciones:

$$\left. \begin{aligned} 2(x-3) &< -2x+6 \\ \frac{x-3}{3} &\geq 2x+6 \end{aligned} \right\} \cdot 3$$

$$2x - 6 < -2x + 6$$

$$4x < 12$$

$$x < 3 \Rightarrow (-\infty, 3)$$

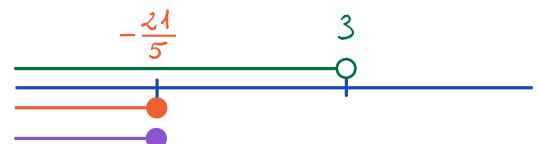
$$x - 3 \geq 6x + 18$$

$$-5x \geq 21$$

$$x \leq -\frac{21}{5} \Rightarrow \left(-\infty, -\frac{21}{5}\right]$$

La solución es la intersección:

$$(-\infty, 3) \cap \left(-\infty, -\frac{21}{5}\right] = \left(-\infty, -\frac{21}{5}\right]$$



6. Un cliente tiene 5.000 € para realizar una inversión a un plazo de 7 años. Calcula **cuánto dinero tendría al final** según la oferta de dos bancos diferentes:

a) Un banco A le ofrece un **interés simple** al 5 % anual. (0,75 pt.)

b) Un banco B le ofrece un **interés compuesto** al 4,5 % anual. (0,75 pt.)

$$a) C_f = C_i \cdot (1 + r \cdot t) = 5000 (1 + 0,05 \cdot 7) = 6750 \text{ €}$$

$$r = \frac{5}{100} = 0,05$$

$$b) C_f = C_i \cdot (1 + r)^t = 5000 \cdot (1 + 0,045)^7 \simeq 6804,31 \text{ €}$$

$$r = \frac{4,5}{100} = 0,045$$

7. Resuelve y clasifica el siguiente **sistema lineal** utilizando el **método de reducción de Gauss**:

$$\left\{ \begin{array}{l} 3x - y - 2z = 1 \\ 3x + y - z = 2 \\ 6x + 5y + 3z = 2 \end{array} \right. \quad (1,5 \text{ pt.})$$

$$\begin{pmatrix} 3 & -1 & -2 & | & 1 \\ 3 & 1 & -1 & | & 2 \\ 6 & 5 & 3 & | & 2 \end{pmatrix} \xrightarrow{\substack{F_2 \rightarrow F_2 - F_1 \\ F_3 \rightarrow F_3 - 2 \cdot F_1}} \begin{pmatrix} 3 & -1 & -2 & | & 1 \\ 0 & 2 & 1 & | & 1 \\ 6 & 5 & 3 & | & 2 \end{pmatrix} \xrightarrow{F_3 \rightarrow 2 \cdot F_3 - 7 \cdot F_2} \begin{pmatrix} 3 & -1 & -2 & | & 1 \\ 0 & 2 & 1 & | & 1 \\ 0 & 7 & 7 & | & 0 \end{pmatrix}$$

$$7 \cdot z = -7 \Rightarrow z = -1$$

$$2y + z = 1 \Rightarrow y = \frac{1 - z}{2} = \frac{1 - (-1)}{2} = 1$$

$$3x - y - 2z = 1$$

$$3x = 1 + y + 2z$$

$$x = \frac{1 + 1 + 2(-1)}{3} = 0$$

$$x = 0 \quad y = 1 \quad z = -1$$

Sistema Compatible Determinado

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$$



Complementario:

1. **Finanzas:** Un cliente ingresa 2.500 € en una cuenta bancaria al 6 % de **interés compuesto** con capitalización anual. ¿**Cuántos años** debe dejar invertida esa cantidad para que el saldo final de la cuenta llegue a los 6.000 €? (1 pt)

$$C_f = C_i \cdot (1+r)^t$$

$$6000 = 2500 \cdot \left(1 + \frac{6}{100}\right)^t$$

$$6000 = 2500 \cdot 1,06^t,$$

Aislamos el exponente

$$\frac{6000}{2500} = 1,06^t, \text{ Tomamos logaritmos}$$

$$\log \frac{6000}{2500} = \log 1,06^t,$$

bajamos el exponente

$$\log \frac{6000}{2500} = t \cdot \log 1,06$$

$$C_f = C_i \cdot (1+r)^t, \text{ Resolución simbólica}$$

$$\frac{C_f}{C_i} = (1+r)^t$$

$$\log \frac{C_f}{C_i} = \log (1+r)^t$$

$$\log \frac{C_f}{C_i} = t \cdot \log (1+r)$$

$$t = \frac{\log \frac{C_f}{C_i}}{\log (1+r)}$$

$$t = \frac{\log \frac{6000}{2500}}{\log 1,06} \approx 15.024629, \quad 0,0246 \text{ año} \cdot 365 \frac{\text{días}}{\text{año}} = 8,979 \text{ días} \approx 9 \text{ días}$$

$$t = \frac{\log \frac{6000}{2500}}{\log 1,06} \approx 15,02 \text{ años} \approx 15 \text{ años} + 9 \text{ días}$$