

1. **Racionaliza, efectúa y simplifica:**

a) $\frac{x^{-1} \cdot \sqrt[4]{x^3}}{x \cdot \sqrt{x}}$ (1,5 pt.)

b) $\frac{1 - \sqrt{a}}{2 + \sqrt{a}} =$ (1,5 pt.)

2. A un producto cuyo precio era de 300 € se le aplicó un **descuento** del 5 % .

¿Cuál es su **nuevo precio rebajado**? (1 pt.)

3. Se depositan en un banco 3.000 € con una tasa de **interés anual compuesto** del 2 % .

$C_f = C_i(1 + r)^t$ donde C_i es el capital inicial, C_f el capital final, r es la tasa de interés anual (tanto por uno) y t el tiempo en años.

a) ¿Cuál es el **capital final** acumulado después de 4 **años**? (1 pt.)

b) ¿Cuántos **años** se tardaría en **duplicar** la inversión inicial? (1,5 pt.)

c) ¿Cuál debería ser la **tasa de interés** (en tanto por ciento) para que el **capital final** sea de 3.500 € en un **período de 2 años**? (1 pt.)

4. **Resuelve y simplifica** las siguientes ecuaciones exponenciales y logarítmicas:

a) $\log_x \left(\frac{1}{8} \right) = -3$ (1 pt.)

b) $\log(x - 3) + \log(x + 6) = 1$ (1,5 pt.)

1. Racionaliza, efectúa y simplifica:

$$a) \frac{x^{-1} \cdot \sqrt[4]{x^3}}{x \cdot \sqrt{x}} = \frac{x^{-1} \cdot x^{3/4}}{x^1 \cdot x^{1/2}} = \frac{x^{-1/4}}{x^{3/2}} = x^{-7/4}$$

$$b) \frac{1 - \sqrt{a}}{2 + \sqrt{a}} = \frac{1 - \sqrt{a}}{2 + \sqrt{a}} \cdot \frac{2 - \sqrt{a}}{2 - \sqrt{a}} = \frac{2 - 2\sqrt{a} - \sqrt{a} + a}{4 - \sqrt{a}^2} = \frac{2 - 3\sqrt{a} + a}{4 - a}$$

2. A un producto cuyo precio era de 300 € se le aplicó un **descuento** del 5 % .

¿Cuál es su **nuevo precio rebajado**?

$$300 - \frac{5 \cdot 300}{100} = 300 - 15 = 285 \text{ €}$$

3. Se depositan en un banco 3.000 € con una tasa de **interés anual compuesto** del 2 % .

$C_f = C_i(1 + r)^t$ donde C_i es el capital inicial, C_f el capital final, r es la tasa de interés anual (tanto por uno) y t el tiempo en años.

a) ¿Cuál es el **capital final** acumulado después de 4 **años**? (1 pt.)

b) ¿Cuántos **años** se tardaría en **duplicar** la inversión inicial? (1,5 pt.)

c) ¿Cuál debería ser la **tasa de interés** (en tanto por ciento) para que el **capital final** sea de 3.500 € en un **período de 2 años**? (1 pt.)

$$a) \boxed{C_f = C_i (1 + r)^t} \quad t = 4 \text{ años} , C_i = 3000 \text{ €} , r\% = 2\% \Rightarrow r = \frac{2}{100} = 0,02$$

$$C_f = 3000 \cdot (1 + 0,02)^4 = 3247,30 \text{ €}$$

$$b) C_f = 2 \cdot C_i \quad (\text{se duplica}) \Rightarrow 2 \cdot \cancel{C_i} = \cancel{C_i} (1 + r)^t \Rightarrow$$

$$2 = (1 + r)^t , \text{ Para despejar el tiempo tomamos logaritmos (en base 10 por ejemplo)}$$

$$\log 2 = \log (1 + r)^t , \text{ Bajamos la potencia (propiedad de los logaritmos)}$$

$$\log 2 = t \cdot \log (1 + r) \Rightarrow t = \frac{\log 2}{\log (1 + r)} = \frac{\log 2}{\log (1,02)} \approx 35 \text{ años}$$

$$c) t = 2 \text{ años} , C_f = 3500 \text{ €}$$

$$3500 = 3000 \cdot (1 + r)^2 \Rightarrow \frac{3500}{3000} = (1 + r)^2 \quad (\text{tomamos raíces cuadradas})$$

$$\sqrt{\frac{35}{30}} = 1 + r \Rightarrow r = \sqrt{\frac{35}{30}} - 1 \approx 0,08 \Rightarrow r\% = 8\%$$

4. **Resuelve y simplifica** las siguientes ecuaciones exponenciales y logarítmicas:

$$\text{a) } \log_x \left(\frac{1}{8} \right) = -3 \Rightarrow x^{-3} = \frac{1}{8} \Rightarrow \frac{1}{x^3} = \frac{1}{8} \Rightarrow x^3 = 8 \Rightarrow x = \sqrt[3]{8} \Rightarrow x = 2 \text{ Válida}$$

$$\text{b) } \log(x-3) + \log(x+6) = 1, \text{ Aplicamos las propiedades.}$$

$$\log(x-3)(x+6) = 1 \Rightarrow \log x^2 + 6x - 3x - 18 = 1 \Rightarrow$$

$$\log x^2 + 3x - 18 = 1 \text{ (Definición del logaritmo)}$$

$$x^2 + 3x - 18 = 10 \Rightarrow x^2 + 3x - 28 = 0$$

$$x^2 + 3x - 28 = 0 \Rightarrow x = \frac{-3 \pm \sqrt{9 - 4 \cdot 1 \cdot (-28)}}{2} = \frac{-3 \pm 11}{2} \begin{matrix} 4 \\ -7 \end{matrix} \quad 4 \cdot (-7) = \frac{-28}{1} \checkmark \text{ (Viète)}$$

$$\text{Comprobación } x_1 = 4 \text{ Válida}$$

$$x_2 = -7 \text{ No válida (los argumentos quedan negativos).}$$