

1. Completa el siguiente cuadro: (Desarrollalo aparte. Total: 2 pt.)

| Conjunto de números reales                     | Intervalo | Entorno  | Valor absoluto |           |
|------------------------------------------------|-----------|----------|----------------|-----------|
|                                                |           |          | $ x + 5  < 6$  | (0,5 pt.) |
|                                                |           | $E(2,4)$ |                | (0,5 pt.) |
| $\{x \in \mathbb{R} / -9 \leq 6 - 3x \leq 3\}$ |           |          |                | (1 pt.)   |

2. Racionaliza, efectúa y simplifica: (Total: 3 pt.)

a)  $\frac{2\sqrt{6} - 3\sqrt{3}}{2\sqrt{2} - \sqrt{3}} =$  (0,75 pt.)

c)  $\sqrt[4]{\frac{\sqrt[3]{x^2}}{x^2}} =$  (0,75 pt.)

b)  $\frac{\left[\frac{2}{3} \cdot \left(\frac{-1}{4}\right)\right]^2}{\left(\frac{3}{5}\right)^{-5} \div \left(\frac{5}{3}\right)^2} =$  (0,75 pt.)

d)  $\frac{2,0\hat{3} - 1,\hat{6}}{0,2} =$  (0,75 pt.)

(expresa el resultado en forma fraccionaria)

3. Resuelve y simplifica las siguientes ecuaciones logarítmicas (Total: 5 pt.)

a)  $\ln\left(\frac{\sqrt[3]{e^2}}{e^5}\right) =$  (0,5 pt.)

b)  $\log_x(\sqrt[4]{3}) = \frac{1}{2}$  (0,75 pt.)

c)  $\log\left(\frac{100}{0,000001}\right)^{-3} =$  (0,5 pt.)

d)  $5^{2x-6} = 2^8$  (0,75 pt.)

e)  $\log(\sqrt{x}) - \log(x^2) = \log\left(\frac{2}{x}\right)$  (1,25 pt.)

f)  $\log_3(x+2) - \log_{27}(x+2) = \frac{2}{3}$  (1,25 pt.)

1. Completa el siguiente cuadro: (Desarrollalo aparte. Total: 2 pt.)

| Conjunto de números reales                     | Intervalo  | Entorno    | Valor absoluto   |           |
|------------------------------------------------|------------|------------|------------------|-----------|
| $\{x \in \mathbb{R} / -11 < x < 1\}$           | $(-11, 1)$ | $E(-5, 6)$ | $ x + 5  < 6$    | (0,5 pt.) |
| $\{x \in \mathbb{R} / -2 < x < 6\}$            | $(-2, 6)$  | $E(2, 4)$  | $ x - 2  < 4$    | (0,5 pt.) |
| $\{x \in \mathbb{R} / -9 \leq 6 - 3x \leq 3\}$ | $[1, 5]$   | $E[3, 2]$  | $ x - 3  \leq 2$ | (1 pt.)   |

1a) En valor absoluto  $|x + 5| < 6$

Entorno de centro  $c = -5$  y radio  $r = 6 \Rightarrow E(-5, 6)$

Intervalo de extremos  $c - r = -5 - 6 = -11$  y  $c + r = -5 + 6 = 1 \Rightarrow (-11, 1)$

Conjunto  $\{x \in \mathbb{R} / -11 < x < 1\}$

1b) Entorno  $E(2, 4)$  de centro  $c = 2$  y radio  $r = 4$

En valor absoluto  $|x - 2| < 4$

Extremo izquierdo:  $c - r = 2 - 4 = -2$   
 Extremo derecho:  $c + r = 2 + 4 = 6$  } centro  $c = \frac{-2+6}{2} = 2$ , radio  $r = \frac{|6-(-2)|}{2} = \frac{8}{2} = 4$

Intervalo  $(-2, 6) \Rightarrow$  Conjunto  $\{x \in \mathbb{R} / -2 < x < 6\}$

1c) Conjunto  $\{x \in \mathbb{R} / -9 \leq 6 - 3x \leq 3\}$

|                       |                 |                                                   |
|-----------------------|-----------------|---------------------------------------------------|
| $-9 \leq 6 - 3x$      | $6 - 3x \leq 3$ | $-9 \leq 6 - 3x \leq 3 \quad (-6)$                |
| $3x \leq 6 + 9$       | $6 - 3 \leq 3x$ | $-9 - 6 \leq 6 - 3x - 6 \leq 3 - 6$               |
| $x \leq \frac{15}{3}$ | $3 \leq 3x$     | $-15 \leq -3x \leq -3 \quad \div (-3)$            |
| $x \leq 5$            | $1 \leq x$      | $5 \geq x \geq 1$                                 |
|                       | $x \geq 1$      | $1 \leq x \leq 5 \Rightarrow$ Intervalo: $[1, 5]$ |

Intervalo  $[1, 5] \Rightarrow$  Conjunto  $\{x \in \mathbb{R} / 1 \leq x \leq 5\}$

Entorno de centro  $c = \frac{1+5}{2} = 3$  y radio  $r = \frac{|5-1|}{2} = \frac{4}{2} = 2 \Rightarrow E[3, 2]$

En valor absoluto  $|x - 3| \leq 2$

2. Racionaliza, efectúa y simplifica: (Total: 3 pt.)

$$a) \frac{2\sqrt{6} - 3\sqrt{3}}{2\sqrt{2} - \sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{6} - 3\sqrt{3}}{2\sqrt{2} - \sqrt{3}} \cdot \frac{2\sqrt{2} + \sqrt{3}}{2\sqrt{2} + \sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{6} \cdot 2\sqrt{2} + 2\sqrt{6}\sqrt{3} - 3\sqrt{3} \cdot 2\sqrt{2} - 3\sqrt{3}\sqrt{3}}{4 \cdot 2 - 3} =$$

$$= \frac{4 \cdot 2 \cdot \sqrt{3} + 2 \cdot 3 \cdot \sqrt{2} - 6\sqrt{6} - 9}{5} = \frac{8\sqrt{3} + 6\sqrt{2} - 6\sqrt{6} - 9}{5}$$

$$b) \frac{\left[ \frac{2}{3} \cdot \left( \frac{-1}{4} \right) \right]^2}{\left( \frac{3}{5} \right)^{-5} \div \left( \frac{5}{3} \right)^2} = \frac{\frac{2^2}{3^2 \cdot 2^4}}{\left( \frac{3}{5} \right)^{-5} \cdot \left( \frac{3}{5} \right)^2} = \frac{1}{3^2 \cdot 2^2} \cdot \left( \frac{3}{5} \right)^3 = 2^{-2} \cdot 3 \cdot 5^{-3} = \frac{3}{2^2 \cdot 5^3} = \frac{3}{500}$$

$$c) \sqrt[4]{\frac{\sqrt[3]{x^2}}{x^2}} = \left( \frac{x^{2/3}}{x^2} \right)^{1/4} = \left( x^{\frac{2}{3}-2} \right)^{1/4} = \left( x^{-4/3} \right)^{1/4} = x^{-1/3} = \frac{1}{\sqrt[3]{x}} \cdot \frac{\sqrt[3]{x^2}}{\sqrt[3]{x^2}} = \frac{\sqrt[3]{x^2}}{x}$$

$$d) \frac{2,0\hat{3} - 1,6}{0,2} = \frac{\frac{61}{30} - \frac{5}{3}}{\frac{1}{5}} = \frac{61-50}{30} \cdot 5 = \frac{11}{6}$$

$$x = 2,0\hat{3}$$

$$\begin{array}{r} 100x = 203,3 \\ 10x = 20,3 \\ \hline 90x = 183 \end{array} \Rightarrow x = \frac{183}{90} = \frac{61}{30}$$

$$x = 1,6$$

$$\begin{array}{r} 10x = 16,6 \\ x = 1,6 \\ \hline 9x = 15 \end{array} \Rightarrow x = \frac{15}{9} = \frac{5}{3}$$

$$0,2 = \frac{2}{10} = \frac{1}{5}$$

3. Resuelve y simplifica las siguientes ecuaciones logarítmicas (Total: 5 pt.)

$$a) \ln \left( \frac{\sqrt[3]{e^2}}{e^5} \right) = \ln \frac{e^{2/3}}{e^5} = \ln e^{\frac{2}{3}-5} = \ln e^{-\frac{13}{3}} = -\frac{13}{3}$$

$$b) \log_x \left( \sqrt[4]{3} \right) = \frac{1}{2} \Rightarrow \text{Definición: } x^{1/2} = \sqrt[4]{3} \Rightarrow x^{1/2} = 3^{1/4} \Rightarrow x = 3^{1/2} = \sqrt{3} \text{ (válida)}$$

$$\text{II}^\circ \text{ método: } \log_x 3^{1/4} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{1}{4} \cdot \log_x 3 = \frac{1}{2} \Rightarrow \log_x 3 = \frac{1}{2} \cdot 4 = 2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x^2 = 3 \Rightarrow x = \sqrt{3}$$

$$c) \log \left( \frac{100}{0,000001} \right)^{-3} = \log \left( \frac{10^2}{10^{-6}} \right)^{-3} = \log (10^8)^{-3} = \log 10^{-24} = -24$$

$$d) 5^{2x-6} = 2^8, \log_5 5^{2x-6} = \log_5 2^8 \text{ simplificamos}$$

$$2x-6 = 8 \cdot \log_5 2$$

$$2x = 6 + 8 \cdot \log_5 2$$

$$x = \frac{6 + 8 \cdot \log_5 2}{2} = 3 + 4 \cdot \log_5 2$$

e)  $\log(\sqrt{x}) - \log(x^2) = \log\left(\frac{2}{x}\right)$  , Aplicamos la propiedad de la resta de logaritmos

$$\log \frac{\sqrt{x}}{x^2} = \log \frac{2}{x}$$

$$\frac{\sqrt{x}}{x^2} = \frac{2}{x}$$

$$\frac{\sqrt{x}}{x} = 2$$

$$x^{\frac{1}{2}-1} = 2$$

$$x^{-\frac{1}{2}} = 2 \quad \text{invertimos}$$

$$x^{\frac{1}{2}} = 2^{-1} \quad \text{elevamos al cuadrado}$$

$$x = 2^{-2} = \frac{1}{2^2} = \frac{1}{4} \quad \text{Solución válida}$$

f)  $\log_3(x+2) - \log_{27}(x+2) = \frac{2}{3}$  Cambiamos a base 3 siendo  $27 = 3^3$

$$\log_3(x+2) - \frac{\log_3(x+2)}{\log_3(3^3)} = \frac{2}{3} \quad \text{simplificamos}$$

$$\log_3(x+2) - \frac{\log_3(x+2)}{3} = \frac{2}{3} \quad \text{Cambio de variable } y = \log_3(x+2)$$

$$y - \frac{y}{3} = \frac{2}{3} \quad \cdot 3 \Rightarrow 3y - y = 2$$

$$2y = 2$$

$$y = 1$$

Deshacemos el cambio

$$1 = \log_3(x+2) \quad \text{Definición}$$

$$3^1 = (x+2) \Rightarrow x = 1 \quad \text{Solución válida}$$