

1. Completa el siguiente cuadro: (Desarróllalo aparte. Total: 2 pt.)

Conjunto de números reales	Intervalo	Entorno	Valor absoluto	
	$[-2,6]$			(0,5 pt.)
			$ x - 2 < 5$	(0,5 pt.)
$\{x \in \mathbb{R} / -1 < 3x + 2 < 8\}$				(1 pt.)

2. Racionaliza, efectúa y simplifica: (Total: 3 pt.)

a) $3,04\overline{8} = (\text{fracción generatriz}) = \frac{3018}{990} = \frac{503}{165}$ (0,75 pt.)

b) $\frac{2\sqrt{6}}{\sqrt{3} - \sqrt{2}} = 6\sqrt{2} + 4\sqrt{3}$ (0,75 pt.)

c) $\frac{\sqrt{x}\sqrt{x}}{\sqrt[3]{x}} = x^{5/12} = \sqrt[12]{x^5}$ (0,75 pt.)

d) $\frac{\left(\frac{3}{2}\right)^{-2} \cdot \left(\frac{4}{3}\right)^{-3}}{2^{-4} \cdot 3^{-3}} = 3^4 = 81$ (0,75 pt.)

3. Resuelve y simplifica las siguientes ecuaciones logarítmicas (Total: 5 pt.)

a) $\log_7(49^{-1}) = -2$ (0,5 pt.)

b) $\ln \sqrt[3]{e} = \frac{1}{3}$ (0,5 pt.)

c) $\log_x\left(\frac{1}{7}\right) = -3$ $x = \sqrt[3]{7} = 7^{1/3}$ (0,75 pt.)

d) $5^{-2x} = 25$ $x = -1$ (0,75 pt.)

e) $\log_3(x + 2) + \log_3(x - 4) = 3$ $\begin{cases} x_1 = 7 & \text{Válida} \\ x_2 = -5 & \text{No válida} \end{cases}$ (1,5 pt.)

f) $\log_2(x + 1) = \log_4(x + 3)$ $\begin{cases} x_1 = 1 & \text{Válida} \\ x_2 = -2 & \text{No válida} \end{cases}$ (1 pt.)

1. Completa el siguiente cuadro: (Desarróllalo aparte. Total: 2 pt.)

Conjunto de números reales	Intervalo	Entorno	Valor absoluto	
$\{x \in \mathbb{R} / -2 \leq x \leq 6\}$	$[-2, 6]$	$E[2, 4]$	$ x - 2 \leq 4$	(0,5 pt.)
$\{x \in \mathbb{R} / -3 < x < 7\}$	$(-3, 7)$	$E(2, 5)$	$ x - 2 < 5$	(0,5 pt.)
$\{x \in \mathbb{R} / -1 < 3x + 2 < 8\}$	$(-1, 2)$	$E(\frac{1}{2}, \frac{3}{2})$	$ x - \frac{1}{2} < \frac{3}{2}$	(1 pt.)

1a) Intervalo $[-2, 6] \Rightarrow$ Conjunto $\{x \in \mathbb{R} / -2 \leq x \leq 6\}$

Entorno de centro $c = \frac{-2+6}{2} = 2$ y radio $r = \frac{|6-(-2)|}{2} = \frac{8}{2} = 4 \Rightarrow E[2, 4]$

En valor absoluto $|x - 2| \leq 4$

1b) En valor absoluto $|x - 2| < 5$

Entorno de centro $c = 2$ y radio $r = 5 \Rightarrow E(2, 5)$

Intervalo de extremos $c - r = 2 - 5 = -3$ y $c + r = 2 + 5 = 7 \Rightarrow (-3, 7)$

Conjunto $\{x \in \mathbb{R} / -3 < x < 7\}$

1c) Conjunto $\{x \in \mathbb{R} / -1 < 3x + 2 < 8\}$

$$\begin{array}{l|l|l}
 -1 < 3x + 2 & 3x + 2 < 8 & -1 < 3x + 2 < 8 \quad (-2) \\
 -3 < 3x & 3x < 6 & -1 - 2 < 3x + 2 - 2 < 8 - 2 \\
 -1 < x & x < 2 & -3 < 3x < 6 \quad \div 3 \\
 x > -1 & & -1 < x < 2
 \end{array}$$

Intervalo: $(-1, 2)$

Entorno de centro $c = \frac{-1+2}{2} = \frac{1}{2}$ y radio $r = \frac{|2-(-1)|}{2} = \frac{3}{2} \Rightarrow E(\frac{1}{2}, \frac{3}{2})$

En valor absoluto $|x - \frac{1}{2}| < \frac{3}{2}$

2. Racionaliza, efectúa y simplifica: (Total: 3 pt.)

a) $3,04\overline{8} =$ (fracción generatriz)

$$\begin{array}{l|l}
 x = 3, \underline{04\overline{8}} & x = \frac{3048}{990} \text{ reducimos la fracción} \\
 1000x = 3048, \underline{4\overline{8}} & \\
 10x = 30, \underline{4\overline{8}} & \text{restamos} \\
 \hline
 990x = 3018 & \\
 x = \frac{3018}{990} & \\
 x = \frac{503}{165} &
 \end{array}$$

$$b) \frac{2\sqrt{6}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}} = \frac{2\sqrt{6}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{\sqrt{3}+\sqrt{2}} = \frac{2\sqrt{6}(\sqrt{3}+\sqrt{2})}{3-2} = 2\sqrt{6} \cdot \sqrt{3} + 2\sqrt{6} \cdot \sqrt{2} = 2 \cdot 3 \sqrt{2} + 2 \cdot 2 \sqrt{3} \\ = 2 \cdot 3 \sqrt{2} + 2 \cdot 2 \sqrt{3} = 6\sqrt{2} + 4\sqrt{3}$$

$$c) \frac{\sqrt{x}\sqrt{x}}{\sqrt[3]{x}} = \frac{x^{1/2} \cdot x^{1/4}}{x^{1/3}} = \frac{x^{\frac{1}{2}+\frac{1}{4}}}{x^{1/3}} = \frac{x^{6/8}}{x^{1/3}} = \frac{x^{3/4}}{x^{1/3}} = x^{\frac{3}{4}-\frac{1}{3}} = x^{\frac{9-4}{12}} = x^{5/12} = \sqrt[12]{x^5}$$

$$d) \frac{\left(\frac{3}{2}\right)^{-2} \cdot \left(\frac{4}{3}\right)^{-3}}{2^{-4} \cdot 3^{-3}} = \left(\frac{2}{3}\right)^2 \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^3 \cdot 2^4 \cdot 3^3 = \frac{2^2 \cdot 2^4}{2^6} \cdot \frac{3^3 \cdot 3^3}{3^2} = \frac{2^6}{2^6} \cdot \frac{3^6}{3^2} = 3^4 = 81$$

3. Resuelve y simplifica las siguientes ecuaciones logarítmicas (Total: 5 pt.)

$$a) \log_7(49^{-1}) = \log_7(7^2)^{-1} = \log_7 7^{-2} = -2 \cdot \log_7 7 = -2$$

$$b) \ln \sqrt[3]{e} = \ln e^{1/3} = \frac{1}{3} \cdot \ln e = \frac{1}{3}$$

$$c) \log_x\left(\frac{1}{7}\right) = -3, \quad x^{-3} = \frac{1}{7} \Rightarrow \frac{1}{x^3} = \frac{1}{7} \Rightarrow x^3 = 7 \Rightarrow x = \sqrt[3]{7} = 7^{1/3} \quad \text{Válida}$$

$$d) 5^{-2x} = 25, \quad \log_5 5^{-2x} = \log_5 5^2 \Rightarrow -2x = 2 \Rightarrow x = -1$$

$$\text{II}^\circ \text{ método: } 5^{-2x} = 5^2 \Rightarrow -2x = 2 \Rightarrow x = -1$$

$$e) \log_3(x+2) + \log_3(x-4) = 3$$

$$\log_3(x+2) \cdot (x-4) = 3$$

definición de logaritmo

$$(x+2) \cdot (x-4) = 3^3$$

$$x^2 - 4x + 2x - 8 = 27$$

$$x^2 - 2x - 8 - 27 = 0$$

$$x^2 - 2x - 35 = 0 \quad \text{ecuación 2º grado}$$

$$x = \frac{2 \pm \sqrt{4 - 4 \cdot 1 \cdot (-35)}}{2 \cdot 1} = \frac{2 \pm \sqrt{144}}{2} = \frac{2 \pm 12}{2}$$

$$x_1 = \frac{2+12}{2} = \frac{14}{2} = 7 \quad \text{Válida}$$

$$x_2 = \frac{2-12}{2} = -\frac{10}{2} = -5$$

No válida

$$\nexists \log(-5+2) = \log(-3)$$

$$x_1 = 7 \quad \text{Válida}$$

$$x_2 = -5 \quad \text{No válida}$$

f) $\log_2(x+1) = \log_4(x+3)$

Cambio a base 2

$$\log_2(x+1) = \frac{\log_2(x+3)}{\underbrace{\log_2 4}_2}$$

$$2 \cdot \log_2(x+1) = \log_2(x+3)$$

$$\log_2(x+1)^2 = \log_2(x+3)$$

igualamos los argumentos
de ambos logaritmos

$$(x+1)^2 = (x+3)$$

$$x^2 + 2x + 1 = x + 3$$

$$x^2 + x - 2 = 0$$

$$x^2 + x - 2 = 0 \quad \text{ecuación 2º grado}$$

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{1 - 4 \cdot 1 \cdot (-2)}}{2 \cdot 1} = \frac{-1 \pm \sqrt{9}}{2} = \frac{-1 \pm 3}{2}$$

$$x_1 = \frac{-1+3}{2} = 1 \quad \text{Válida}$$

$$x_2 = \frac{-1-3}{2} = -2 \quad \text{No válida}$$

$\nexists \log(-2+1) = \log(-1)$

$$x_1 = 1 \quad \text{Válida}$$

$$x_2 = -2 \quad \text{No válida}$$