

1. Completa el siguiente cuadro: (Desarrollalo aparte. Total: 2 pt.)

Conjunto de números reales	Intervalo	Entorno	Valor absoluto	
$\{x \in \mathbb{R} / -7 < x < 3\}$	$(-7, 3)$	$E(-2, 5)$	$ x + 2 < 5$	(0,5 pt.)
$\{x \in \mathbb{R} / -9 \leq x \leq 1\}$	$[-9, 1]$	$E[-4, 5]$	$ x + 4 \leq 5$	(0,5 pt.)
$\{x \in \mathbb{R} / -5 < 1 - 2x < -1\}$	$(1, 3)$	$E(2, 1)$	$ x - 2 < 1$	(1 pt.)

2. Racionaliza, efectúa y simplifica: (Total: 3 pt.)

a) $7, \overline{53} =$ (fracción generatriz) $\frac{746}{99}$ (0,5 pt.)

b) $\frac{\sqrt[3]{9}}{\sqrt[5]{25}} = \frac{\sqrt[3]{3^2} \cdot \sqrt[5]{5^3}}{5}$ (0,75 pt.)

c) $\frac{3}{\sqrt{2} + \sqrt{3}} = 3(\sqrt{3} - \sqrt{2})$ (0,75 pt.)

d) $\frac{5^2 \cdot 15 \cdot 9^{-2}}{25^2 \cdot 27 \cdot 7} = \frac{1}{5 \cdot 3^6 \cdot 7}$ (1 pt.)

3. Resuelve y simplifica las siguientes ecuaciones logarítmicas (Total: 5 pt.)

a) $\log_5 \sqrt[3]{25} = \frac{2}{3}$ (0,5 pt.)

b) $\ln(e^2 \cdot \sqrt{e}) = \frac{5}{2}$ (0,5 pt.)

c) $3 = \log_x \sqrt[3]{2} \quad x = \sqrt[9]{2}$ (0,75 pt.)

d) $\log_5 \sqrt[4]{\sqrt[4]{\sqrt[4]{5}}} = \frac{1}{64}$ (0,75 pt.)

e) $1 + \log_x 5 = \log_x 2 \quad x = \frac{2}{5}$ (1 pt.)

f) $2 \log(x + 2) - \log(9x + 18) + \log 3 = 0 \quad x = 1$ (1,5 pt.)

1. Completa el siguiente cuadro: (Desarrollalo aparte. Total: 2 pt.)

Conjunto de números reales	Intervalo	Entorno	Valor absoluto	
	$(-7,3)$			(0,5 pt.)
			$ x+4 \leq 5$	(0,5 pt.)
$\{x \in \mathbb{R} / -5 < 1-2x < -1\}$				(1 pt.)

- a) Intervalo $(-7,3) \Rightarrow$ Conjunto $\{x \in \mathbb{R} / -7 < x < 3\}$,
 Entorno: Centro $c = \frac{-7+3}{2} = -2$ Radio $r = \frac{|3-(-7)|}{2} = 5 \Rightarrow E(c,r) = E(-2,5)$,
 Valor absoluto: $|x-c| < r \Rightarrow |x+2| < 5$
- b) $|x+4| \leq 5 \Rightarrow c = -4$ y $r = 5 \Rightarrow$ Entorno $E[c,r] = E[-4,5]$,
 Intervalo $[c-r, c+r] \Rightarrow [-4-5, -4+5] \Rightarrow [-9,1] \Rightarrow$ Conjunto $\{x \in \mathbb{R} / -9 \leq x \leq 1\}$
- c)
$$\begin{array}{l|l} -5 < 1-2x & 1-2x < -1 \\ 2x < 6 & 2 < 2x \\ x < 3 & 1 < x \Rightarrow x > 1 \end{array} \quad \begin{array}{l} \text{II}^\circ \text{ método} \\ \text{Ambas} \\ \text{inecuaciones} \\ \text{a la vez} \end{array} \quad \begin{array}{l} -5 < 1-2x < -1 \\ -6 < -2x < -2 \quad \div (-2) \\ 3 > x > 1 \\ 1 < x < 3 \end{array}$$
- Intervalo $(1,3)$
 Entorno: Centro $c = \frac{3+1}{2} = 2$ Radio $r = \frac{|3-1|}{2} = 1 \Rightarrow E(c,r) = E(2,1)$,
 Valor absoluto: $|x-c| < r \Rightarrow |x-2| < 1$

2. Racionaliza, efectúa y simplifica:

- 2a)
$$\begin{array}{l|l} 7, \overline{53} = x & 99x = 746 \\ 753, \overline{53} = 100x & x = \frac{746}{99} \text{ (fracción generatriz)} \\ 100x - x = 753 - 7 & \end{array}$$
- 2b)
$$\frac{\sqrt[3]{9}}{\sqrt[5]{25}} = \frac{\sqrt[3]{3^2}}{\sqrt[5]{5^2}} = \frac{\sqrt[3]{3^2}}{\sqrt[5]{5^2}} \cdot \frac{\sqrt[5]{5^3}}{\sqrt[5]{5^3}} = \frac{\sqrt[3]{3^2} \cdot \sqrt[5]{5^3}}{5} = \frac{\sqrt[15]{3^{10} \cdot 5^9}}{5} \quad \text{Racionalizado}$$
- 2c)
$$\frac{3}{\sqrt{2} + \sqrt{3}} = \frac{3}{\sqrt{2} + \sqrt{3}} \cdot \frac{\sqrt{2} - \sqrt{3}}{\sqrt{2} - \sqrt{3}} = \frac{3(\sqrt{2} - \sqrt{3})}{2-3} = 3(\sqrt{3} - \sqrt{2}) \quad \text{Técnica del binomio conjugado}$$
- 2d)
$$\frac{5^2 \cdot 15 \cdot 9^{-2}}{25^2 \cdot 27 \cdot 7} = \frac{5^2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 3^{-4}}{5^4 \cdot 3^3 \cdot 7} = 5^{2+1-4} \cdot 3^{1-4-3} \cdot 7^{-1} = 5^{-1} \cdot 3^{-6} \cdot 7^{-1} = \frac{1}{5 \cdot 3^6 \cdot 7}$$

3. Resuelve y simplifica las siguientes ecuaciones logarítmicas

$$3a) \log_5 \sqrt[3]{25} = \log_5 5^{2/3} = \frac{2}{3}$$

$$3b) \ln(e^2 \cdot \sqrt{e}) = \ln(e^2 \cdot e^{1/2}) = \ln e^{2+1/2} = \ln e^{5/2} = \frac{5}{2}$$

$$3c) 3 = \log_x \sqrt[3]{2} \Rightarrow \text{Definición } x^3 = \sqrt[3]{2} \Rightarrow x^3 = 2^{1/3} \Rightarrow x = \sqrt[3]{2^{1/3}} = (2^{1/3})^{1/3} = 2^{1/9} = \sqrt[9]{2}$$

$$\text{II}^\circ \text{ método: } 3 = \log_x 2^{1/3} = \frac{1}{3} \cdot \log_x 2 \Rightarrow 9 = \log_x 2 \Rightarrow x^9 = 2 \Rightarrow x = \sqrt[9]{2}$$

$$3d) \log_5 \sqrt[4]{\sqrt[4]{\sqrt[4]{5}}} = \log_5 5^{\frac{1}{4 \cdot 4 \cdot 4}} = \log_5 5^{1/64} = \frac{1}{64}$$

$$3e) 1 + \log_x 5 = \log_x 2$$

$$1 = \log_x 2 - \log_x 5$$

$$1 = \log_x \frac{2}{5} \Rightarrow x = \frac{2}{5}$$

$$3f) 2 \cdot \log(x+2) - \log(9x+18) + \log 3 = 0$$

$$\log(x+2)^2 - \log 9 \cdot (x+2) + \log 3 = 0$$

$$\log \frac{(x+2)^2}{9 \cdot (x+2)} + \log 3 = 0$$

$$\log \frac{3 \cdot (x+2)^2}{9 \cdot (x+2)} = 0$$

$$\log \frac{3 \cdot (x+2)^2}{9 \cdot (x+2)} = 0$$

$$\log \frac{(x+2)}{3} = 0 \quad \text{Definición}$$

$$10^0 = 1 = \frac{(x+2)}{3} \Rightarrow x+2=3 \Rightarrow x=1$$

Si resolviéramos una ecuación de 2º grado, sólo una solución es válida.

IIº método

$$2 \cdot \log(x+2) - \log 9 \cdot (x+2) + \log 3 = 0$$

$$2 \cdot \log(x+2) - \log 9 - \log(x+2) + \log 3 = 0 \quad \text{Cambio de variable } y = \log(x+2)$$

$$2y - \log 9 - y + \log 3 = 0$$

$$y = \log 9 - \log 3$$

$$y = \log \frac{9}{3} = \log 3 \quad \text{Deshacemos el cambio}$$

$$\log(x+2) = \log 3$$

$$x+2=3 \Rightarrow x=1$$