



1. Resuelve el siguiente **sistema no lineal**:

$$\left. \begin{array}{l} 8^y \cdot 2^{2x} = 128 \\ 3^{2y} \cdot 3^{x-1} = 27 \end{array} \right\} \quad (1,5 \text{ pt.})$$

2. Resuelve la siguiente **inecuación**:

$$\frac{x-1}{x^2-2x-15} \leq 0 \quad (1,5 \text{ pt.})$$



3. Resuelve el siguiente **sistema de inecuaciones**:

$$\left. \begin{array}{l} x^3 - 2x < x^3 + 4x \\ (x^2 - 9)(x - 1) \geq 0 \end{array} \right\} \quad (2 \text{ pt.})$$



4. Tres estudiantes de Economía, Alberto, Beatriz y Cristina, han preparado un trabajo de investigación que deben exponer en clase. Se repartieron las tareas de la siguiente forma: Cristina llevó a cabo la labor de recopilación de datos, en la que empleó un 40 % más de tiempo de lo que Alberto necesitó para redactar el texto. Beatriz desempeñó las tareas de revisión y de preparación de la exposición, siendo el tiempo dedicado a ello la mitad del empleado en total por Cristina y Alberto. El tiempo total empleado fue de 18 horas. **¿Cuánto tiempo dedicó cada alumno a la elaboración del trabajo?**

(2 pt.)

5. Resuelve y clasifica el siguiente **sistema lineal** utilizando el **método de reducción de Gauss**:

$$\left. \begin{array}{l} x + y + 2z = 6 \\ 2x + 3y - z = -2 \\ 3x + 4y + z = 4 \end{array} \right\} \quad (2 \text{ pt.})$$



6. Estudia el **dominio** de la siguiente función:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x+5} & \text{si } x < 0 \\ \sqrt{x+3} & \text{si } x \geq 0 \end{cases} \quad (1 \text{ pt.})$$

1. Resuelve el siguiente sistema no lineal:

$$\begin{cases} 8^y \cdot 2^{2x} = 128 \\ 3^{2y} \cdot 3^{x-1} = 27 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \left. \begin{aligned} 8^y \cdot 2^{2x} &= 128 \\ 3^{2y} \cdot 3^{x-1} &= 27 \end{aligned} \right\} &\Rightarrow \left. \begin{aligned} (2^3)^y \cdot 2^{2x} &= 2^7 \\ 3^{2y} \cdot 3^{x-1} &= 3^3 \end{aligned} \right\} &\Rightarrow \left. \begin{aligned} 2^{3y} \cdot 2^{2x} &= 2^7 \\ 3^{2y} \cdot 3^{x-1} &= 3^3 \end{aligned} \right\} &\Rightarrow \\ \left. \begin{aligned} 2^{3y+2x} &= 2^7 \\ 3^{2y+x-1} &= 3^3 \end{aligned} \right\} &\Rightarrow \left. \begin{aligned} 3y+2x &= 7 \\ 2y+x-1 &= 3 \end{aligned} \right\} &\Rightarrow \left. \begin{aligned} 3y+2x &= 7 \\ 2y+x &= 4 \end{aligned} \right\} \cdot 2 &\Rightarrow \\ \left. \begin{aligned} 3y+2x &= 7 \\ 4y+2x &= 8 \end{aligned} \right\} - &\Rightarrow y=1 \\ &x = \frac{8-4y}{2} = 2 \end{aligned}$$

Solución:
 $x=2$; $y=1$

2. Resuelve la siguiente inecuación:

$$\frac{x-1}{x^2-2x-15} \leq 0$$

Buscamos los puntos críticos hallando los ceros del numerador y el denominador.

$$x^2 - 2x + 15 = 0$$

$$x = \frac{2 \pm \sqrt{4 - 4 \cdot 1 \cdot 15}}{2} = \frac{2 \pm 8}{2} \begin{cases} 5 \\ -3 \end{cases}$$

$$\text{Comprobación } -3 \cdot 5 = \frac{c}{a} = \frac{15}{1} \quad \checkmark$$

$$x-1=0 \Rightarrow x=1$$

Evaluamos los signos de la inecuación en la fracción algebraica ya factorizada:

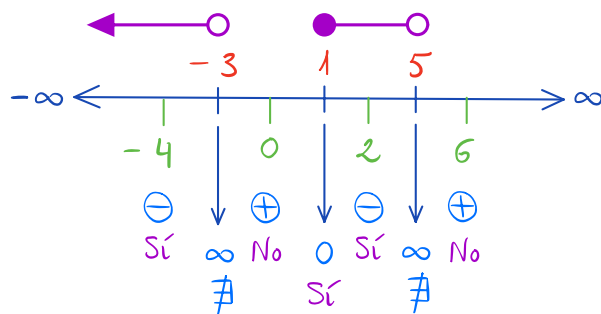
$$\frac{x-1}{(x+3) \cdot (x-5)} \leq 0$$

$$\frac{-4-1}{(-4+3) \cdot (-4-5)} < 0 \quad \text{Sí cumple}$$

$$\frac{0-1}{(0+3) \cdot (0-5)} > 0 \quad \text{No cumple}$$

$$\frac{2-1}{(2+3) \cdot (2-5)} < 0 \quad \text{Sí cumple}$$

$$\frac{6-1}{(6+3) \cdot (6-5)} > 0 \quad \text{No cumple}$$



Solución $(-\infty, -3] \cup [1, 5)$

3. Resuelve el siguiente sistema de inecuaciones:

$$\left. \begin{array}{l} x^3 - 2x < x^3 + 4x \\ (x^2 - 9)(x - 1) \geq 0 \end{array} \right\}$$

$$\begin{aligned} x^3 - 2x < x^3 + 4x &\Rightarrow \\ -6x < 0 &\Rightarrow 6x > 0 \Rightarrow x > 0 \\ \text{Solución } x_1 &\in (0, \infty) \end{aligned}$$

$$(x^2 - 9)(x - 1) \geq 0$$

$$x^2 - 9 = 0 \Rightarrow x = \pm 3$$

$$x - 1 = 0 \Rightarrow x = 1$$

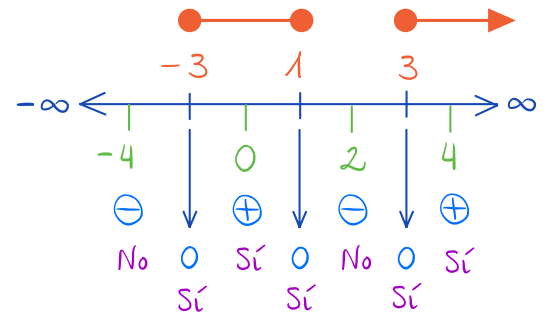
$$f(x) = (x + 3)(x - 3)(x - 1) \geq 0$$

$$f(-4) < 0 \text{ No}$$

$$f(0) > 0 \text{ Sí}$$

$$f(2) < 0 \text{ No}$$

$$f(4) > 0 \text{ Sí}$$



$$\text{Solución } x_2 \in [-3, 1] \cup [3, \infty)$$

Solución del sistema

$$x_1 \cap x_2 \in (0, 1] \cup [3, \infty)$$

4. Tres estudiantes de Economía, Alberto, Beatriz y Cristina, han preparado un trabajo de investigación que deben exponer en clase. Se repartieron las tareas de la siguiente forma: Cristina llevó a cabo la labor de recopilación de datos, en la que empleó un 40 % más de tiempo de lo que Alberto necesitó para redactar el texto. Beatriz desempeñó las tareas de revisión y de preparación de la exposición, siendo el tiempo dedicado a ello la mitad del empleado en total por Cristina y Alberto. El tiempo total empleado fue de 18 horas. **¿Cuánto tiempo dedicó cada alumno a la elaboración del trabajo?**

Datos: 18h en total

Alberto - x

Beatriz - y mitad que x y z

Cristina - z 40 % más que x

Condiciones:

$$\left\{ \begin{array}{l} x + y + z = 18 \quad [1] \\ y = \frac{x + z}{2} \Rightarrow 2y = x + z \quad [2] \\ z = x + \frac{40x}{100} \Rightarrow z = 1,4x \Rightarrow \\ 10z = 14x \Rightarrow 5z = 7x \quad [3] \end{array} \right.$$

[2] → [1]

$$\left. \begin{array}{l} 2y + y = 3y = 18 \\ \Rightarrow y = 6 \end{array} \right\} \Rightarrow$$

$$x + 6 + z = 18 \Rightarrow$$

$$x + z = 12$$

$$5z = 7x$$

$$z = 12 - x$$

$$5(12 - x) = 7x$$

$$60 - 5x = 7x$$

$$60 = 12x \Rightarrow x = \frac{60}{12} = 5$$

$$\text{Finalmente } z = 12 - x = 12 - 5 = 7$$

Solución: $x = 5$ horas dedicadas por Alberto
 $y = 6$ horas dedicadas por Beatriz
 $z = 7$ horas dedicadas por Cristina

5. Resuelve y clasifica el siguiente sistema lineal utilizando el método de reducción de Gauss:

$$\left. \begin{array}{l} x + y + 2z = 6 \\ 2x + 3y - z = -2 \\ 3x + 4y + z = 4 \end{array} \right\} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 2 & 6 \\ 1 & 3 & -1 & -2 \\ 3 & 4 & 1 & 4 \end{array} \right) \begin{array}{l} \uparrow F_2 \rightarrow F_2 - F_1 \\ F_3 \rightarrow F_3 - 3 \cdot F_1 \end{array} \quad (2 \text{ pt.})$$

$$= \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 2 & 6 \\ 0 & 1 & -5 & -14 \\ 0 & 1 & -5 & -14 \end{array} \right) \begin{array}{l} \uparrow \\ F_3 \rightarrow F_3 - F_2 \end{array} = \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 2 & 6 \\ 0 & 1 & -5 & -14 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right) \Rightarrow 0 \cdot z = 0 \Rightarrow z \in \mathbb{R}$$

$$y - 5z = -14 \Rightarrow y = -14 + 5z$$

$$x + y + 2z = 6 \Rightarrow x = 6 - y - 2z$$

$$x = 6 - (-14 + 5z) - 2z$$

$$x = 20 - 7z$$

Sistema compatible indeterminado

Solución:

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 20 - 7z \\ -14 + 5z \\ z \in \mathbb{R} \end{pmatrix}$$

6. Estudia el dominio de la siguiente función:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x+5} & \text{si } x < 0 \\ \sqrt{x+3} & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$$

$f(x)$ está definida en todo $\mathbb{R}$. Buscamos los puntos problemáticos.

Trozo 1: $\frac{1}{x+5} (-\infty, 0)$ Factorizamos el denominador: $x+5=0 \Rightarrow x=-5 \in (-\infty, 0)$

Tenemos un problema de dominio

Trozo 2: $\sqrt{x+3} \geq 0 [0, \infty)$ El radicando tiene que ser positivo.

$$x+3 \geq 0 \Rightarrow x \geq -3 \Rightarrow x \in [-3, \infty)$$

El dominio está contenido en el intervalo, es decir, $[0, \infty) \subset [-3, \infty)$, luego no hay problema.

$$\text{Dom } f(x) = \mathbb{R} - \{-5\}$$