



1. **Factoriza** los siguientes polinomios. Calcula el **mínimo común múltiplo**:

$$\left. \begin{array}{l} P(x) = x^3 - 6x^2 + 3x + 10 \\ Q(x) = x^3 + 5x^2 + 7x + 3 \end{array} \right\} \quad (1,5 \text{ pt.})$$

2. Dado el **polinomio** $P(x) = x^4 + ax^2 + bx - 2$, calcula a y b para que el **resto** de dividir $P(x)$ por $x - 1$ sea 2 y para que el **resto** de dividir $P(x)$ por $x + 3$ sea 58. (1,5 pt.)



3. Se deposita dinero en un banco con una **tasa de interés anual compuesto** del 2,5 %.
 $C_f = C_i(1 + r)^t$ donde C_i es el **capital inicial**, C_f el **capital final**, r es la **tasa de interés anual** (tanto por uno) y t el **tiempo en años**. ¿Cuántos años se tardaría en **duplicar la inversión inicial**? (1 pt.)



4. **Resuelve la siguiente ecuación logarítmica**:

$$\frac{\log(16 - x^2)}{\log(3x - 4)} = 2 \quad (1,5 \text{ pt.})$$

5. **Resuelve** la siguiente ecuación algebraica:

$$\frac{x}{x^2 - 4} + \frac{x - 1}{x + 2} = \frac{3}{x - 2} - 2 \quad (1 \text{ pt.})$$



6. **Resuelve la siguiente ecuación irracional**: $\sqrt{x + 1} + \sqrt{2x + 3} = 5$ (1,5 pt.)



7. **Resuelve y clasifica** el siguiente **sistema lineal** utilizando el **método de reducción de Gauss**:

$$\left. \begin{array}{l} x + 2y - 2z = 2 \\ 3x - 3y + z = -14 \\ 5x - y - 2z = -15 \end{array} \right\} \quad (2 \text{ pt.})$$



- Complementario:** Resuelve la siguiente **ecuación logarítmica**:

$$\log_2(x + 1) = \log_4(x + 3) \quad (1 \text{ pt.})$$

1. **Factoriza** los siguientes polinomios. Calcula el **mínimo común múltiplo**:

$$\left. \begin{aligned} P(x) &= x^3 - 6x^2 + 3x + 10 \\ Q(x) &= x^3 + 5x^2 + 7x + 3 \end{aligned} \right\}$$

$$\begin{array}{c|cccc} & 1 & -6 & 3 & 10 \\ -1 & & -1 & 7 & -10 \\ \hline & 1 & -7 & 10 & 0 \end{array}$$

$$x^2 - 7x + 10 = 0$$

$$x = \frac{7 \pm \sqrt{49 - 4 \cdot 1 \cdot 10}}{2} = \frac{7 \pm 3}{2}$$

$$x \begin{cases} 5 \\ 2 \end{cases} \Rightarrow 5 \cdot 2 = \frac{10}{1} \checkmark$$

Raíces: $-1, 5, 2$

$$P(x) = (x+1) \cdot (x-5) \cdot (x-2)$$

$$\begin{array}{c|cccc} & 1 & 5 & 7 & 3 \\ -1 & & -1 & -4 & -3 \\ \hline & 1 & 4 & 3 & 0 \end{array}$$

$$x^2 + 4x + 3 = 0$$

$$x = \frac{-4 \pm \sqrt{16 - 4 \cdot 1 \cdot 3}}{2} = \frac{-4 \pm 2}{2}$$

$$x \begin{cases} -3 \\ -1 \end{cases} \Rightarrow (-3) \cdot (-1) = \frac{3}{1} \checkmark$$

Raíces: -1 doble, -3

$$Q(x) = (x+1)^2 \cdot (x+3)$$

$$m.c.m = (x+1)^2 \cdot (x-5) \cdot (x-2) \cdot (x+3)$$

$$m.c.d = (x+1)$$

2. Dado el **polinomio** $P(x) = x^4 + ax^2 + bx - 2$, calcula a y b para que el **resto** de dividir $P(x)$ por $x - 1$ sea 2 y para que el **resto** de dividir $P(x)$ por $x + 3$ sea 58 . (1,5 pt.)

$$P(x) = x^4 + ax^2 + bx - 2$$

Aplicamos el teorema del resto.

$$\left. \begin{aligned} \text{Dividiendo por } x-1 &\Rightarrow P(1) = 2 \\ \text{Dividiendo por } x+3 &\Rightarrow P(-3) = 58 \end{aligned} \right\} \begin{aligned} 1^4 + a \cdot 1^2 + b \cdot 1 - 2 &= 2 \\ (-3)^4 + a(-3)^2 + b(-3) - 2 &= 58 \end{aligned} \Rightarrow$$

$$\left. \begin{aligned} 1 + a + b - 2 &= 2 \\ 81 + 9a - 3b - 2 &= 58 \end{aligned} \right\} \begin{aligned} a + b &= 3 \\ 9a - 3b &= -21 \end{aligned} \Rightarrow \begin{aligned} a + b &= 3 \\ 3a - b &= -7 \end{aligned} \left. \begin{aligned} & \\ & \end{aligned} \right\} + \text{suma} \Rightarrow$$

$$4a = -4 \Rightarrow a = -1$$

$$b = 3 - a \Rightarrow b = 4$$

$$\text{Solución: } P(x) = x^4 - x^2 + 4x - 2$$

3. Se deposita dinero en un banco con una **tasa de interés anual compuesto** del 2,5 % .

$C_f = C_i(1+r)^t$ donde C_i es el **capital inicial**, C_f el **capital final**, r es la **tasa de interés anual (tanto por uno)** y t el **tiempo en años**. ¿Cuántos años se tardaría en **duplicar la inversión inicial**? (1 pt.)

$$C_i = 2000 \text{ €} , r\% = 2,5\% \Rightarrow r = \frac{2,5}{100} = 0,025 . \text{ Interés compuesto.}$$

$$C_f = C_i (1+r)^t \quad C_f = 2 \cdot C_i \text{ (se duplica)}$$

$$2 \cdot C_i = C_i (1+r)^t$$

$$2 = (1+r)^t \quad , \text{ Para despejar el tiempo tomamos logaritmos (en base 10 por ejemplo)}$$

$$\log 2 = \log (1+r)^t \quad , \text{ Bajamos la potencia (propiedad de los logaritmos)}$$

$$\log 2 = t \cdot \log (1+r)$$

$$t = \frac{\log 2}{\log (1+r)} = \frac{\log 2}{\log (1,025)} \simeq 28,07 \text{ años} \quad , \quad t = 28,07 \text{ años}$$

4. Resuelve la siguiente ecuación logarítmica:

$$\frac{\log (16-x^2)}{\log (3x-4)} = 2 \Rightarrow$$

$$\log (16-x^2) = 2 \cdot \log (3x-4) \Rightarrow$$

$$\log (16-x^2) = \log (3x-4)^2 \Rightarrow \text{Igualamos los argumentos}$$

$$16-x^2 = (3x-4)^2$$

$$16-x^2 = 9x^2-24x+16 \Rightarrow 10x^2-24x=0 \Rightarrow x(10x-24)=0 \begin{cases} x=0 & \text{No válida} \\ x=\frac{24}{10} = \frac{12}{5} & \text{Válida} \end{cases} \quad x = \frac{12}{5}$$

5. Resuelve la siguiente ecuación algebraica:

$$\frac{x}{x^2-4} + \frac{x-1}{x+2} = \frac{3}{x-2} - 2$$

$$\text{m.c.m. } x^2-4 = (x-2) \cdot (x+2)$$

$$\frac{x + (x-1) \cdot (x-2)}{(x-2) \cdot (x+2)} = \frac{3-2 \cdot (x-2)}{x-2} \Rightarrow \frac{x+x^2-2x-x+2}{x+2} = 3-2x+4 \Rightarrow$$

$$x^2-2x+2 = (x+2) \cdot (7-2x) \Rightarrow x^2-2x+2 = 7x-2x^2+14-4x$$

$$3x^2-5x-12=0 \Rightarrow x = \frac{5 \pm \sqrt{25-4 \cdot 3 \cdot (-12)}}{2 \cdot 3} = \frac{5 \pm 13}{6} \begin{cases} \frac{18}{6} = 3 \\ \frac{-8}{6} = -\frac{4}{3} \end{cases} \quad 3 \cdot \left(-\frac{4}{3}\right) = \frac{-12}{3} \checkmark \text{ raíces comprobadas}$$

$$\text{Soluciones } x_1 = 3 ; x_2 = -\frac{4}{3}$$

6. Resuelve la siguiente ecuación irracional: $\sqrt{x+1} + \sqrt{2x+3} = 5$

$$\sqrt{x+1} + \sqrt{2x+3} = 5 \quad , \text{ Aislamos una raíz}$$

$$\sqrt{2x+3} = 5 - \sqrt{x+1} \quad , \text{ Elevamos al cuadrado}$$

$$2x+3 = 25 - 10\sqrt{x+1} + x+1 \quad , \text{ Aislamos la raíz que queda}$$

$$10\sqrt{x+1} = 23 - x \quad , \text{ Elevamos al cuadrado}$$

$$100x + 100 = 529 - 46x + x^2 \Rightarrow x^2 - 146x + 429 = 0 \Rightarrow$$

$$x = \frac{146 \pm \sqrt{146^2 - 4 \cdot 1 \cdot 429}}{2} = \frac{146 \pm 140}{2} \begin{matrix} 143 \\ 3 \end{matrix} \quad 143 \cdot 3 = \frac{429}{1} \checkmark$$

Comprobación:

$$\text{Si } x = 3 \Rightarrow \sqrt{3+1} + \sqrt{2 \cdot 3 + 3} = 5 \quad , \text{ Válida}$$

Solución:

$$\text{Si } x = 143 \quad \text{No válida}$$

$$\boxed{x = 3}$$

7. Resuelve y clasifica el siguiente sistema lineal utilizando el método de reducción de Gauss:

$$\left. \begin{array}{l} x + 2y - 2z = 2 \\ 3x - 3y + z = -14 \\ 5x - y - 2z = -15 \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{Reordenamos:} \\ \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & -2 & 2 \\ 3 & -3 & 1 & -14 \\ 5 & -1 & -2 & -15 \end{array} \right) = \end{array} \quad (2 \text{ pt.})$$

$$\begin{array}{l} \uparrow F_2 \rightarrow F_2 - 3F_1 \\ F_3 \rightarrow F_3 - 5F_1 \end{array}$$

$$= \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & -2 & 2 \\ 0 & -9 & 7 & -20 \\ 0 & -11 & -8 & -25 \end{array} \right) \begin{array}{l} \uparrow \\ F_3 \rightarrow 9F_3 - 11F_2 \end{array} = \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & -2 & 2 \\ 0 & -9 & 7 & -20 \\ 0 & 0 & -5 & -5 \end{array} \right) \Rightarrow -5 \cdot z = -5 \Rightarrow z = 1$$

Sistema compatible determinado

$$-9y + 7 \cdot 1 = -20 \Rightarrow -9y = -27 \Rightarrow y = 3$$

$$x + 2 \cdot 3 - 2 \cdot 1 = 2 \Rightarrow x = 4 - 6 = -2 \Rightarrow x = -2$$

Solución:

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}$$



Complementario: Resuelve la siguiente **ecuación logarítmica**:

$$\log_2(x+1) = \log_4(x+3)$$

$$\log_2(x+1) = \log_4(x+3) \quad \text{Cambio de base a 2.}$$

$$\log_2(x+1) = \frac{\log_2(x+3)}{\log_2 4} \Rightarrow 2 \cdot \log_2(x+1) = \log_2(x+3) \Rightarrow$$

$$\log_2(x+1)^2 = \log_2(x+3) \Rightarrow (x+1)^2 = (x+3)$$

$$x^2 + 2x + 1 = x + 3 \Rightarrow x^2 + x - 2 = 0 \Rightarrow$$

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{1 - 4 \cdot 1 \cdot (-2)}}{2} = \frac{-1 \pm 3}{2} \begin{matrix} 1 \\ -2 \end{matrix} \quad 1 \cdot (-2) = \frac{-2}{1} \checkmark$$

$$\boxed{x=1} \text{ válida ; } x=-2 \text{ No válida}$$