



1. Calcula los **coeficientes** a , b y c de un **polinomio** de **2º grado** de modo que $P(0) = -6$, sea **divisible** por $x + 2$ y el **resto de dividir** el polinomio por $x + 5$ sea 54. (1,5 pt.)



2. **Resuelve** el siguiente **sistema no lineal**:

$$\left. \begin{array}{l} 2^x - 3^{y-1} = 5 \\ 2^{x+1} + 8 \cdot 3^y = 712 \end{array} \right\} \quad (1 \text{ pt.})$$

3. **Resuelve** la siguiente **inecuación**:

$$\frac{x^2 - 11x + 30}{x^2 - 81} \leq 0 \quad (1,5 \text{ pt.})$$



4. **Resuelve** el siguiente **sistema de inequaciones**:

$$\left. \begin{array}{l} x^2 + 5x - 6 \geq 0 \\ \frac{7}{x} - \frac{x}{7} > 0 \end{array} \right\} \quad (2 \text{ pt.})$$



5. Disponemos de tres granjas A , B y C para la cría ecológica de pollos. La granja A tiene capacidad para criar un 20 % más de pollos que la granja B . La granja B tiene capacidad para criar el doble de pollos que la granja C . Se sabe además que entre las tres granjas pueden criar un total de 405 pollos. Calcula cuántos pollos se pueden criar en cada una de las tres granjas. (2 pt.)

6. **Resuelve y clasifica** el siguiente **sistema lineal** utilizando el **método de reducción de Gauss**:

$$\left. \begin{array}{l} x + y + z = 6 \\ x - y - z = -4 \\ 3x + y + z = 8 \end{array} \right\} \quad (2 \text{ pt.})$$

1. Calcula los **coeficientes** a , b y c de un **polinomio** de **2º grado** de modo que $P(0) = -6$, sea **divisible** por $x + 2$ y el **resto de dividir** el polinomio por $x + 5$ sea 54. (1,5 pt.)

$$\left. \begin{array}{l} P(x) = ax^2 + bx + c \\ P(0) = -6 \Rightarrow P(0) = c = -6 \end{array} \right\} \text{Aplicamos el teorema del resto.}$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{Divisible por } x+2 \Rightarrow P(-2) = 0 \\ \text{Resto : } x+5 \Rightarrow P(-5) = 54 \end{array} \right\} \begin{array}{l} 4a - 2b - 6 = 0 \\ 25a - 5b - 6 = 54 \end{array} \Rightarrow$$

$$\left. \begin{array}{l} 4a - 2b = 6 \\ 25a - 5b = 60 \end{array} \right\} \begin{array}{l} \div 2 \\ \div 5 \end{array} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} 2a - b = 3 \\ 5a - b = 12 \end{array} \right\} - \text{restamos}$$

$$3a = 9 \Rightarrow a = \frac{9}{3} = 3 \Rightarrow a = 3$$

$$b = 2a - 3 = 2 \cdot 3 - 3 \Rightarrow b = 3$$

Solución: $P(x) = 3x^2 + 3x - 6$

2. Resuelve el siguiente **sistema no lineal**:

$$\left. \begin{array}{l} 2^x - 3^{y-1} = 5 \\ 2^{x+1} + 8 \cdot 3^y = 712 \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{Aislamos} \\ 2^x; 3^y \end{array} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} 2^x - \frac{3^y}{3} = 5 \\ 2^x \cdot 2^1 + 8 \cdot 3^y = 712 \end{array} \right\} \Rightarrow$$

Doble cambio de variable: $u = 2^x; v = 3^y$ $\Rightarrow$ Sustituimos:

$$\left. \begin{array}{l} u - \frac{v}{3} = 5 \\ u \cdot 2 + 8 \cdot v = 712 \end{array} \right\} \begin{array}{l} \cdot 3 \\ \div 2 \end{array} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} 3u - v = 15 \\ u + 4 \cdot v = 356 \end{array} \right\} \begin{array}{l} \cdot 4 \\ \Rightarrow \end{array} \left. \begin{array}{l} 12u - 4v = 60 \\ u + 4 \cdot v = 356 \end{array} \right\} +$$

$$13 \cdot u = 416 \Rightarrow u = \frac{416}{13} = 32 \Rightarrow v = \frac{356 - u}{4} = \frac{356 - 32}{4} = 81$$

Deshacemos el cambio de variable: $u = 2^x = 32 \Rightarrow x = 5$

$$u = 3^y = 81 \Rightarrow y = 4$$

Solución (5, 4)

3. Resuelve la siguiente inecuación:

$$\frac{x^2 - 11x + 30}{x^2 - 81} \leq 0$$

Buscamos los puntos críticos hallando los ceros del numerador y el denominador.

$$x^2 - 11x + 30 = 0$$

$$x = \frac{11 \pm \sqrt{121 - 4 \cdot 1 \cdot 30}}{2} = \frac{11 \pm 1}{2} \begin{matrix} 6 \\ 5 \end{matrix}$$

Comprobación $5 \cdot 6 = \frac{c}{a} = \frac{30}{1} \quad \checkmark$

$$x^2 - 81 = 0$$

$$x = \pm 9$$

Evalúamos los signos de la inecuación en la fracción algebraica ya factorizada:

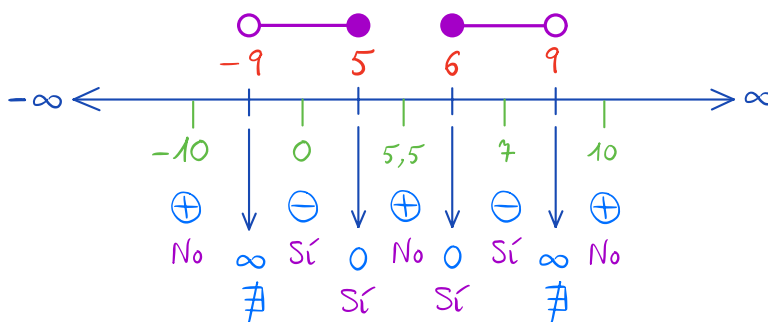
$$\frac{(x-5) \cdot (x-6)}{(x+9) \cdot (x-9)} \leq 0$$

$$\frac{(-10-5) \cdot (-10-6)}{(-10+9) \cdot (-10-9)} > 0 \quad \text{No cumple}$$

$$\frac{(0-5) \cdot (0-6)}{(0+9) \cdot (0-9)} < 0 \quad \text{Sí cumple}$$

$$\frac{(5,5-5) \cdot (5,5-6)}{(5,5+9) \cdot (5,5-9)} < 0 \quad \text{Sí cumple}$$

$$\frac{(10-5) \cdot (10-6)}{(10+9) \cdot (10-9)} > 0 \quad \text{No cumple}$$



Solución $(-9, 5] \cup [6, 9)$

4. Resuelve el siguiente sistema de inecuaciones:

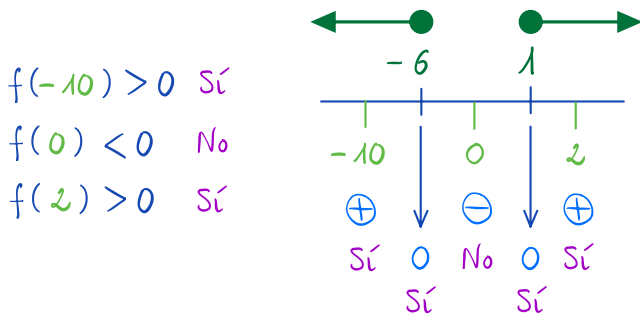
$$\left. \begin{array}{l} x^2 + 5x - 6 \geq 0 \\ \frac{7}{x} - \frac{x}{7} > 0 \end{array} \right\}$$

Buscamos las raíces ; $x^2 + 5x - 6 = 0$

$$x = \frac{-5 \pm \sqrt{25 - 4 \cdot 1 \cdot (-6)}}{2} = \frac{-5 \pm 7}{2} \begin{array}{l} 1 \\ -6 \end{array}$$

Comprobación $-6 \cdot 1 = \frac{c}{a} = \frac{4}{1} \checkmark$

$$f(x) = (x-1)(x+6) \geq 0$$



Solución $X_1 \equiv (-\infty, -6] \cup [1, +\infty)$

$$\frac{7}{x} - \frac{x}{7} > 0 \Rightarrow \frac{49 - x^2}{7x} > 0$$

¡Ojo! Si multiplicamos en cruz, no tendríamos en cuenta el punto crítico $x=0$.

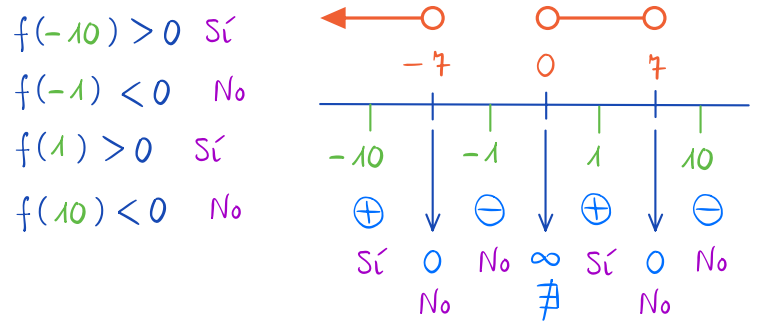
Buscamos las raíces

$$49 - x^2 = 0 \Rightarrow x = \pm 7$$

En el denominador

$$x = 0$$

$$f(x) = \frac{-(x-7)(x+7)}{7x} > 0$$

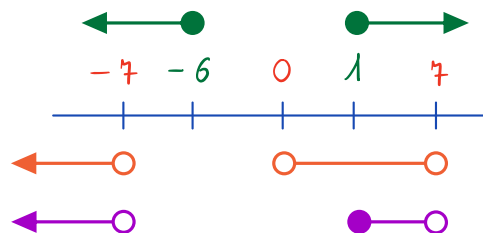


Solución $X_2 \equiv (-\infty, -7) \cup (0, 7)$

La solución es la intersección:

$$X_1 \cap X_2 = (-\infty, -7) \cup [1, 7)$$

Intersección gráfica:



5. Disponemos de tres granjas A , B y C para la cría ecológica de pollos. La granja A tiene capacidad para criar un 20 % más de pollos que la granja B . La granja B tiene capacidad para criar el doble de pollos que la granja C . Se sabe además que entre las tres granjas pueden criar un total de 405 pollos. Calcula cuántos pollos se pueden criar en cada una de las tres granjas.

Datos :

Pollos en la granja $A - x$ 20 % más que B

Pollos en la granja $B - y$ el doble que C

Pollos en la granja $C - z$

$$5x = 6y \Rightarrow x = \frac{6y}{5}$$

$$y = 2z \Rightarrow z = \frac{y}{2}$$

[1], [2] $\rightarrow$ [3]

$$\frac{6y}{5} + y + \frac{y}{2} = 405 \quad \cdot 10 \Rightarrow 12y + 10y + 5y = 4050 ,$$

$$27y = 4050 \Rightarrow y = \frac{4050}{27} = 150$$

$$x = \frac{6y}{5} = \frac{6}{5} \cdot 150 = 180$$

$$z = \frac{150}{2} = 75$$

Condiciones :

$$\begin{cases} x = y + \frac{20y}{100} \Rightarrow x = 1,2y \Rightarrow \\ 10x = 12y \Rightarrow 5x = 6y \quad [1] \\ y = 2z \quad [2] \\ x + y + z = 405 \quad [3] \end{cases}$$

Solución : $x = 180$ pollos en la granja A

$y = 150$ pollos en la granja B

$z = 75$ pollos en la granja C

6. Resuelve y clasifica el siguiente sistema lineal utilizando el método de reducción de Gauss:

$$\begin{cases} x + y + z = 6 \\ x - y - z = -4 \\ 3x + y + z = 8 \end{cases} \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & | & 6 \\ 1 & -1 & -1 & | & -4 \\ 3 & 1 & 1 & | & 8 \end{pmatrix} = \right. \quad (2 \text{ pt.})$$

$\uparrow F_2 \rightarrow F_2 - F_1$
 $F_3 \rightarrow F_3 - 3 \cdot F_1$

$$= \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & | & 6 \\ 0 & -2 & -2 & | & -10 \\ 0 & -2 & -2 & | & -10 \end{pmatrix} \xrightarrow{F_3 \rightarrow F_3 - F_2} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & | & 6 \\ 0 & -2 & -2 & | & -10 \\ 0 & 0 & 0 & | & 0 \end{pmatrix} \Rightarrow 0 \cdot z = 0 \Rightarrow z \in \mathbb{R}$$

$$-2y - 2z = -10 \Rightarrow y + z = 5 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow y = 5 - z$$

$$x + y + z = 6 \Rightarrow x = 6 - y - z$$

$$x = 6 - (5 - z) - z = 1 + \cancel{z} - \cancel{z} = 1 \Rightarrow$$

Sistema compatible indeterminado

Solución:

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 5 - z \\ z \in \mathbb{R} \end{pmatrix}$$