



1. **Factoriza** los siguientes polinomios. Calcula el **mínimo común múltiplo** y el **máximo común divisor**: $P(x) = x^3 - x^2 - 2x + 2$; $Q(x) = x^3 - 7x^2 + 15x - 9$ (2 pt.)

2. Dado el **polinomio** $P(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$, calcula a , b y c para que se cumpla que $x = 0$ sea una raíz de $P(x)$, sea **divisible** por $(x + 5)$ y que el resto de dividir $P(x)$ por $(x - 1)$ sea -6 . (1,5 pt.)



3. La **población** de un país tiene un **crecimiento exponencial** con una **tasa de reproducción** $r = 1,06$. El aumento de población sigue la ley exponencial: $P(t) = P_0 \cdot r^t$ donde P_0 es la población inicial y t el tiempo transcurrido en años. **¿Cuántos años tarda en triplicarse la población?** (1 pt.)

4. **Resuelve la siguiente ecuación logarítmica:**

$$\frac{\log(35 - x^3)}{\log(5 - x)} = 3 \quad (1,5 \text{ pt.})$$



5. **Simplifica** la siguiente fracción algebraica: $\frac{x^2 + x - 2}{x^2 + 5x + 6}$ (0,5 pt.)

6. **Resuelve la siguiente ecuación irracional:** $\sqrt{4x + 5} - \sqrt{3x + 1} = 1$ (1,5 pt.)



7. **Resuelve y clasifica** el siguiente **sistema lineal** utilizando el **método de reducción de Gauss**:

$$\left. \begin{array}{l} 3x - y + z = 2 \\ 2x + 5y - 2z = 0 \\ x + y + z = 1 \end{array} \right\} \quad (2 \text{ pt.})$$



Complementario: Un comerciante vende tres tipos de relojes A , B y C . Los relojes de tipo A los vende a 300 € los de tipo B a 600 € y los de tipo C a 200 €. En un mes determinado vendió 200 relojes en total. La cantidad de los vendidos de tipo B fue igual a las ventas de tipo A y C conjuntamente. Calcula cuántos relojes vendió de cada tipo si los ingresos fueron de 89.000 € . (1,5 pt.)

1. **Factoriza** los siguientes polinomios. Calcula el **mínimo común múltiplo** y el **máximo común divisor**: $P(x) = x^3 - x^2 - 2x + 2$; $Q(x) = x^3 - 7x^2 + 15x - 9$ (2 pt.)

$$\begin{array}{c|cccc} & 1 & -1 & -2 & 2 \\ \hline 1 & & 1 & 0 & -2 \\ \hline & 1 & 0 & -2 & 0 \end{array}$$

$$x^2 - 2 = 0 \Rightarrow x = \pm \sqrt{2}$$

$$\text{Raíces: } \sqrt{2}, -\sqrt{2}$$

$$P(x) = (x-1)(x-\sqrt{2}) \cdot (x+\sqrt{2})$$

$$m.c.m = (x-1)(x-\sqrt{2}) \cdot (x+\sqrt{2}) \cdot (x-3)^2$$

$$m.c.d = (x-1)$$

$$\begin{array}{c|cccc} & 1 & -7 & 15 & -9 \\ \hline 1 & & 1 & -6 & 9 \\ \hline & 1 & -6 & 9 & 0 \end{array}$$

$$x^2 - 6x + 9 = 0$$

$$x = \frac{6 \pm \sqrt{36 - 4 \cdot 1 \cdot 9}}{2} = \frac{6 \pm 0}{2} = 3 \text{ doble}$$

$$x \begin{array}{l} \swarrow 3 \\ \searrow 3 \end{array} \Rightarrow 3 \cdot 3 = \frac{9}{1} \checkmark$$

$$\text{Raíces: } 1, 3, 3$$

$$Q(x) = (x-1) \cdot (x-3)^2$$

2. Dado el **polinomio** $P(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$, calcula a , b y c para que se cumpla que $x = 0$ sea una raíz de $P(x)$, sea **divisible** por $(x + 5)$ y que el resto de dividir $P(x)$ por $(x - 1)$ sea -6 . (1,5 pt.)

$$P(0) = 0 \Rightarrow P(x) = x^3 + ax^2 + bx + c \Rightarrow P(0) = c = 0$$

Aplicamos el teorema del resto.

$$\left. \begin{array}{l} \text{Divisible por } x+5 \Rightarrow P(-5) = 0 \\ \text{Dividiendo por } x-1 \Rightarrow P(1) = -6 \end{array} \right\} \begin{array}{l} (-5)^3 + a(-5)^2 + b(-5) = 0 \\ 1^3 + a \cdot 1^2 + b \cdot 1 = -6 \end{array} \Rightarrow$$

$$\left. \begin{array}{l} -125 + 25a - 5b = 0 \\ 1 + a + b = -6 \end{array} \right\} \begin{array}{l} 25a - b = 125 \\ a + b = -7 \end{array} \xrightarrow{\div 5} \begin{array}{l} 5a - b = 25 \\ a + b = -7 \end{array} \xrightarrow{+ \text{ suma}}$$

$$6a = 18 \Rightarrow a = \frac{18}{6} = 3 \Rightarrow a = 3$$

$$b = -7 - a = -7 - 3 = -10 \Rightarrow b = -10$$

$$\text{Solución: } P(x) = x^3 + 3x^2 - 10x$$

3. La **población** de un país tiene un **crecimiento exponencial** con una **tasa de reproducción**

$r = 1,06$. El aumento de población sigue la ley exponencial: $P(t) = P_0 \cdot r^t$

donde P_0 es la población inicial y t el tiempo transcurrido en años.

¿Cuántos años tarda en triplicarse la población?

(1 pt.)

$$P = P_0 \cdot r^t \Rightarrow P = 3 \cdot P_0 \text{ (se triplica la población)}$$

$$P = 3 \cdot P_0 = P_0 \cdot r^t \Rightarrow$$

$$3 = r^t \Rightarrow \text{Tomamos logaritmos para despejar}$$

$$\log 3 = \log r^t$$

$$\log 3 = t \cdot \log r$$

$$t = \frac{\log 3}{\log r} = \frac{\log 3}{\log 1,06} \approx \boxed{18,9 \text{ años}}$$

4. Resuelve la siguiente ecuación logarítmica:

$$\frac{\log(35 - x^3)}{\log(5 - x)} = 3 \Rightarrow \log(35 - x^3) = 3 \cdot \log(5 - x) \Rightarrow \log(35 - x^3) = \log(5 - x)^3 \Rightarrow$$

$$35 - x^3 = (5 - x)^3 \Rightarrow 35 - x^3 = (5 - x)^2 \cdot (5 - x) = (25 - 10x + x^2) \cdot (5 - x) \Rightarrow$$

$$35 - x^3 = 125 - 50x + 5x^2 - 25x + 10x^2 - x^3$$

$$15x^2 - 75x + 90 = 0 \quad \div 5 \Rightarrow 3x^2 - 15x + 18 = 0$$

$$x = \frac{15 \pm \sqrt{15^2 - 4 \cdot 3 \cdot 18}}{2 \cdot 3} = \frac{15 \pm 3}{6} \begin{cases} 3 \\ 2 \end{cases} \checkmark$$

$$2 \cdot 3 = \frac{18}{3} \checkmark$$

Ambas soluciones son válidas

$$\boxed{x_1 = 2, x_2 = 3}$$

5. Simplifica la siguiente fracción algebraica: $\frac{x^2 + x - 2}{x^2 + 5x + 6}$

Factorizamos numerador y denominador por separado.

$$x^2 + x - 2 = 0 \Rightarrow x = \frac{-1 \pm \sqrt{1^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-2)}}{2} = \frac{-1 \pm 3}{2} \begin{cases} -2 \\ 1 \end{cases} \quad -2 \cdot 1 = \frac{-2}{1} \checkmark$$

$$x^2 + 5x + 6 = 0 \Rightarrow x = \frac{-5 \pm \sqrt{5^2 - 4 \cdot 1 \cdot 6}}{2} = \frac{-5 \pm 1}{2} \begin{cases} -3 \\ -2 \end{cases} \quad -3 \cdot (-2) = \frac{6}{1} \checkmark$$

$$\frac{(x+2) \cdot (x-1)}{(x+2) \cdot (x+3)} = \boxed{\frac{(x-1)}{(x+3)}}$$

6. Resuelve la siguiente ecuación irracional: $\sqrt{4x+5} - \sqrt{3x+1} = 1$

$$\sqrt{4x+5} - \sqrt{3x+1} = 1 \quad , \text{ Aislamos una raíz}$$

$$\sqrt{4x+5} = 1 + \sqrt{3x+1} \quad , \text{ Elevamos al cuadrado}$$

$$4x+5 = 1 + 2\sqrt{3x+1} + 3x+1 \quad , \text{ Aislamos la raíz que queda}$$

$$x+3 = 2\sqrt{3x+1} \quad , \text{ Elevamos al cuadrado}$$

$$x^2 + 6x + 9 = 4 \cdot (3x+1) \Rightarrow x^2 + 6x + 9 = 12x + 4 \Rightarrow x^2 - 6x + 5 = 0$$

$$x = \frac{6 \pm \sqrt{6^2 - 4 \cdot 1 \cdot 5}}{2} = \frac{6 \pm 4}{2} \begin{matrix} \swarrow 5 \\ \searrow 1 \end{matrix} \quad 5 \cdot 1 = \frac{5}{1} \checkmark$$

Comprobación:

$$\text{Si } x = 5 \Rightarrow \sqrt{4 \cdot 5 + 5} - \sqrt{3 \cdot 5 + 1} = 5 - 4 = 1 \quad , \text{ Válida}$$

$$\text{Si } x = 1 \Rightarrow \sqrt{4 \cdot 1 + 5} - \sqrt{3 \cdot 1 + 1} = 3 - 2 = 1 \quad , \text{ Válida}$$

Solución:

$$x_1 = 1 \quad , \quad x_2 = 5$$

7. Resuelve y clasifica el siguiente sistema lineal utilizando el método de reducción de Gauss:

$$\left. \begin{array}{l} 3x - y + z = 2 \\ 2x + 5y - 2z = 0 \\ x + y + z = 1 \end{array} \right\} \quad \text{Reordenamos:} \quad \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 2 & 5 & -2 & 0 \\ 3 & -1 & 1 & 2 \end{array} \right) = \quad (2 \text{ pt.})$$

$\begin{matrix} \uparrow F_2 \rightarrow F_2 - 2F_1 \\ F_3 \rightarrow F_3 - 3F_1 \end{matrix}$

$$= \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 3 & -4 & -2 \\ 0 & -4 & -2 & -1 \end{array} \right) \xrightarrow{\begin{matrix} \uparrow \\ F_3 \rightarrow 3F_3 + 4F_2 \end{matrix}} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 3 & -4 & -2 \\ 0 & 0 & -22 & -11 \end{array} \right) \Rightarrow -22 \cdot z = -11 \Rightarrow z = \frac{1}{2}$$

$$3y - 4 \cdot \frac{1}{2} = -2 \Rightarrow 3y = 0 \Rightarrow y = 0$$

$$x + 0 + \frac{1}{2} = 1 \Rightarrow x = 1 - \frac{1}{2} \Rightarrow x = \frac{1}{2}$$

Sistema compatible determinado

Solución:

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} \\ 0 \\ \frac{1}{2} \end{pmatrix}$$

Complementario: Un comerciante vende tres tipos de relojes A , B y C . Los relojes de tipo A los vende a 300 € los de tipo B a 600 € y los de tipo C a 200 €. En un mes determinado vendió 200 relojes en total. La cantidad de los vendidos de tipo B fue igual a las ventas de tipo A y C conjuntamente. Calcula cuántos relojes vendió de cada tipo si los ingresos fueron de 89.000 €.

$$\left. \begin{array}{l} \text{Relojes tipo } A - x \text{ a } 300 \text{ €} \\ \text{Relojes tipo } B - y \text{ a } 600 \text{ €} \\ \text{Relojes tipo } C - z \text{ a } 200 \text{ €} \end{array} \right\} \text{Condiciones} \left\{ \begin{array}{l} x + y + z = 200 \text{ relojes} \\ 300x + 600y + 200z = 89.000 \text{ €} \div 100 \\ y = x + z \end{array} \right.$$

$$\left. \begin{array}{l} x + y + z = 200 \text{ [1]} \\ 3x + 6y + 2z = 890 \text{ [2]} \\ y = x + z \text{ [3]} \end{array} \right\} \text{Sustitución} \left[3 \right] \rightarrow \left[1 \right] \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} y + y = 2y = 200 \text{ [1]} \Rightarrow y = 100 \\ \text{[2]} \quad 3x + 6 \cdot 100 + 2z = 890 \\ \text{[3]} \quad 100 = x + z \end{array} \right.$$

$$\Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} 3x + 2z = 290 \\ x + z = 100 \end{array} \right\} \cdot 2$$

$$\left\{ \begin{array}{l} 3x + 2z = 290 \\ 2x + 2z = 200 \end{array} \right\} \text{Restamos}$$

$$x = 90 \Rightarrow z = 100 - x = 100 - 90 = 10$$

$$\Rightarrow z = 10$$

$\Rightarrow$

Solución: $x = 90$ relojes tipo A
 $y = 100$ relojes tipo B
 $z = 10$ relojes tipo C