



1. Dado el **polinomio** $P(x) = ax^3 + bx^2 - 26x + c$, calcula a , b y c para que $P(0) = 24$, sea **divisible** por $x + 4$ y el **resto de dividir** el polinomio por $x + 1$ sea 48. (1,5 pt.)



2. **Resuelve** el siguiente **sistema no lineal**:

$$\left. \begin{array}{l} \log(x^2) + \log(y + 4) = 3 \\ \frac{3^x}{3^y} = 81 \end{array} \right\} \quad (1 \text{ pt.})$$

3. **Resuelve** la siguiente **inecuación**:

$$\frac{x^2 - 6x - 7}{x^2 - x - 12} \geq 0 \quad (1,5 \text{ pt.})$$

4. **Resuelve** el siguiente **sistema de inecuaciones**:

$$\left. \begin{array}{l} -x^2 - 5x > 4 \\ \frac{3x - 6}{5} < \frac{4x - 2x^2}{10} \end{array} \right\} \quad (2 \text{ pt.})$$



5. Una persona decide **invertir un total** de 75.000 €, repartidos en tres fondos de inversión distintos: fondos A , B y C . Esta persona decide que la cantidad invertida en el fondo C sea la mitad que la cantidad invertida en los fondos A y B . Además, se sabe que el fondo A le asegura una **rentabilidad** del 2%, B un 3% y C un 6%. Calcula las cantidades invertidas en cada fondo si se sabe que los **beneficios totales** han sido de 2.700 €. (2 pt.)



6. **Resuelve y clasifica** el siguiente **sistema lineal** utilizando el **método de reducción de Gauss**:

$$\left. \begin{array}{l} x + y + 2z = 3 \\ x + 2y + 3z = 5 \\ x + 3y + 4z = 7 \end{array} \right\} \quad (2 \text{ pt.})$$

1. Dado el polinomio $P(x) = ax^3 + bx^2 - 26x + c$, calcula a, b y c para que $P(0) = 24$, sea **divisible** por $x + 4$ y el **resto de dividir** el polinomio por $x + 1$ sea 48. (1,5 pt.)

$$P(0) = 24 \Rightarrow c = 24$$

Aplicamos el teorema del resto.

$$\begin{aligned} \text{Divisible por } x+4 &\Rightarrow P(-4) = 0 \\ \text{Resto } \div x+1 &\Rightarrow P(-1) = 48 \end{aligned} \quad \left\{ \begin{array}{l} a \cdot (-4)^3 + b \cdot (-4)^2 - 26 \cdot (-4) + 24 = 0 \\ a \cdot (-1)^3 + b \cdot (-1)^2 - 26 \cdot (-1) + 24 = 48 \end{array} \right\} \Rightarrow$$

$$\left\{ \begin{array}{l} -64a + 16b + 104 + 24 = 0 \\ -a + b + 26 + 24 = 48 \end{array} \right\} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} -64a + 16b = -128 \\ -a + b = -2 \end{array} \right\} \xrightarrow[\cdot(-1)]{\div(-16)} \left\{ \begin{array}{l} 4a - b = 8 \\ a - b = 2 \end{array} \right\} \text{ - resta}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} 3a = 6 \Rightarrow a = \frac{6}{3} = 2 \\ b = a - 2 = 2 - 2 = 0 \end{array} \right\} \Rightarrow \boxed{\text{Solución: } P(x) = 2x^3 - 26x + 24}$$

2. Resuelve el siguiente sistema no lineal:

$$\left\{ \begin{array}{l} \log(x^2) + \log(y+4) = 3 \\ \frac{3^x}{3^y} = 81 \end{array} \right\} \quad \frac{3^x}{3^y} = 3^{x-y} = 81 = 3^4 \Rightarrow x-y=4 \Rightarrow y=x-4$$

Sustituimos en la otra ecuación:

$$\begin{aligned} \log x^2 + \log(x-4+4) &= 3 \Rightarrow \log x^2 + \log x = 3 \Rightarrow \log x^3 = 3 \Rightarrow x^3 = 10^3 \\ \log x^2 + \log x &= 3 \Rightarrow \log x^3 = 3 \Rightarrow x^3 = 10^3 \end{aligned} \quad \left| \begin{array}{l} 10^3 = x^3 ; \text{ Exponentes iguales } \Rightarrow \text{ bases iguales} \\ x = 10 \Rightarrow y = x - 4 = 10 - 4 = 6, \text{ solución válida} \end{array} \right.$$

$$\boxed{\text{Solución: } x = 10 ; y = 6 \text{ o bien } (10, 6)}$$

Comprobación:

$$\log x^2 + \log(y+4) = \log 10^2 + \log(6+4) = 2 + 1 = 3 \quad \text{Q.E.D.}$$

$$\frac{3^x}{3^y} = 3^{x-y} = 3^{10-6} = 3^4 = 81 \quad \text{Q.E.D.}$$

3. Resuelve la siguiente inecuación:

$$\frac{x^2 - 6x - 7}{x^2 - x - 12} \geq 0$$

Buscamos los puntos críticos hallando los ceros del numerador y el denominador.

$$x^2 - 6x - 7 = 0$$

$$x = \frac{6 \pm \sqrt{36 - 4 \cdot 1 \cdot (-7)}}{2} = \frac{6 \pm 8}{2} \begin{matrix} \nearrow 7 \\ \searrow -1 \end{matrix}$$

Comprobación $-1 \cdot 7 = \frac{c}{a} = \frac{-7}{1} \checkmark$

$$x^2 - x - 12 = 0$$

$$x = \frac{1 \pm \sqrt{1 - 4 \cdot 1 \cdot (-12)}}{2} = \frac{1 \pm 5}{2} \begin{matrix} \nearrow 4 \\ \searrow -3 \end{matrix}$$

Comprobación $-3 \cdot 4 = \frac{c}{a} = \frac{-12}{1} \checkmark$

Evalúamos los signos de la inecuación en la fracción algebraica ya factorizada:

$$\frac{(x+1) \cdot (x-7)}{(x+3) \cdot (x-4)} \geq 0$$

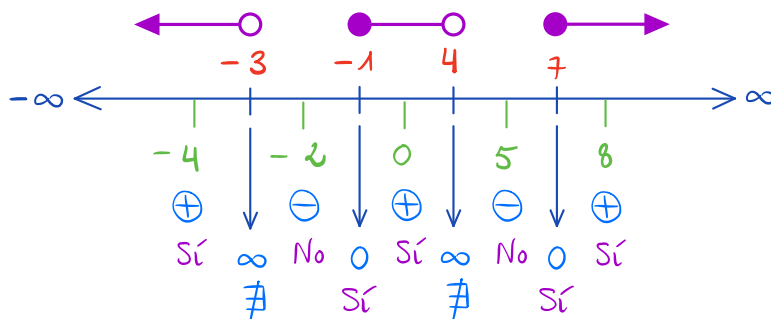
$$\frac{(-4+1) \cdot (-4-7)}{(-4+3) \cdot (-4-4)} > 0 \text{ Sí cumple}$$

$$\frac{(-2+1) \cdot (-2-7)}{(-2+3) \cdot (-2-4)} < 0 \text{ No cumple}$$

$$\frac{(0+1) \cdot (0-7)}{(0+3) \cdot (0-4)} > 0 \text{ Sí cumple}$$

$$\frac{(5+1) \cdot (5-7)}{(5+3) \cdot (5-4)} < 0 \text{ No cumple}$$

$$\frac{(8+1) \cdot (8-7)}{(8+3) \cdot (8-4)} > 0 \text{ Sí cumple}$$



Solución $(-\infty, -3) \cup [-1, 4) \cup [7, +\infty)$

4. Resuelve el siguiente sistema de inecuaciones:

$$\left. \begin{array}{l} -x^2 - 5x > 4 \\ \frac{3x-6}{5} < \frac{4x-2x^2}{10} \end{array} \right\}$$

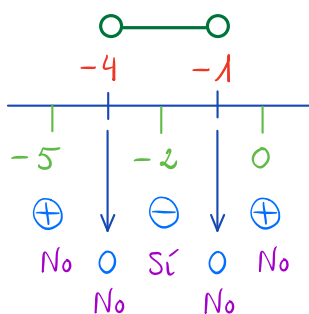
$$\left. \begin{array}{l} -x^2 - 5x > 4 \\ -x^2 - 5x - 4 > 0 \\ x^2 + 5x + 4 < 0 \end{array} \right\} \Rightarrow$$

Buscamos las raíces ; $x^2 + 5x + 4 = 0$

$$x = \frac{-5 \pm \sqrt{25 - 4 \cdot 1 \cdot 4}}{2} = \frac{-5 \pm 3}{2} \begin{array}{l} -1 \\ -4 \end{array}$$

Comprobación $-4 \cdot (-1) = \frac{c}{a} = \frac{4}{1} \checkmark$

$$(x+1)(x+4) < 0$$



Solución $(-4, -1)$

$$\frac{3x-6}{5} < \frac{4x-2x^2}{10} \Rightarrow$$

$$6x-12 < 4x-2x^2 \Rightarrow$$

$$2x^2 + 2x - 12 < 0 \quad \div 2 \Rightarrow$$

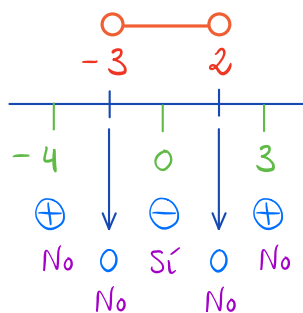
$x^2 + x - 6 < 0$; Buscamos las raíces

$$x^2 + x - 6 = 0$$

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{1 - 4 \cdot 1 \cdot (-6)}}{2} = \frac{-1 \pm 5}{2} \begin{array}{l} 2 \\ -3 \end{array}$$

Comprobación $-3 \cdot 2 = \frac{c}{a} = \frac{-6}{1} \checkmark$

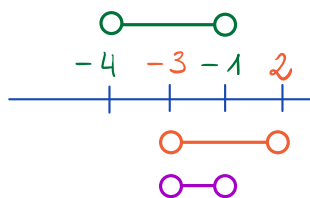
$$2(x-2)(x+3) < 0$$



Solución $(-3, 2)$

La solución es la intersección: $(-4, -1) \cap (-3, 2) = (-3, -1)$

Intersección gráfica:



5. Una persona decide **invertir un total** de 75.000 €, repartidos en tres fondos de inversión distintos: fondos A , B y C . Esta persona decide que la cantidad invertida en el fondo C sea la mitad que la cantidad invertida en los fondos A y B . Además, se sabe que el fondo A le asegura una **rentabilidad** del 2%, B un 3% y C un 6%. Calcula las cantidades invertidas en cada fondo si se sabe que los **beneficios totales** han sido de 2.700 €.

(2 pt.)

Datos:

Inversión en $A - x - 2\%$
 Inversión en $B - y - 3\%$
 Inversión en $C - z - 6\%$

Condiciones:

$$\left\{ \begin{array}{l} x + y + z = 75.000 \\ z = \frac{x + y}{2} \Rightarrow 2z = x + y \\ \frac{2x}{100} + \frac{3y}{100} + \frac{6z}{100} = 2.700 \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} x + y + z = 75.000 \quad [1] \\ 2z = x + y \quad [2] \\ 2x + 3y + 6z = 270.000 \quad [3] \end{array} \right. \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} [2] \rightarrow [1] \quad 2z + z = 75.000 \\ 3z = 75.000 \Rightarrow z = 25.000 \\ [2] \rightarrow [3] \quad 2x + 3y + 6 \cdot 25.000 = 270.000 \\ [2] \rightarrow 2 \cdot 25.000 = x + y \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} 2x + 3y = 120.000 \\ x + y = 50.000 \end{array} \right\} \cdot 2 \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} 2x + 3y = 120.000 \\ 2x + 2y = 100.000 \end{array} \right\} \text{ restamos } y = 20.000$$

Finalmente:

$$x = 75.000 - y - z$$

$$x = 75.000 - 20.000 - 25.000 \Rightarrow$$

$$x = 30.000$$

Solución $x = 30.000$ € en A
 Invertimos: $y = 20.000$ € en B
 $z = 25.000$ € en C

$$\text{Comprobación: } \frac{2x}{100} + \frac{3y}{100} + \frac{6z}{100} = \frac{2}{100} \cdot 30.000 + \frac{3}{100} \cdot 20.000 + \frac{6}{100} \cdot 25.000 = 2.700 \text{ €}$$

Q.E.D.

6. Resuelve y clasifica el siguiente sistema lineal utilizando el método de reducción de Gauss:

$$\begin{cases} x + y + 2z = 3 \\ x + 2y + 3z = 5 \\ x + 3y + 4z = 7 \end{cases} \quad \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 3 & 5 \\ 1 & 3 & 4 & 7 \end{array} \right) =$$

$\begin{matrix} \uparrow & F_2 \rightarrow F_2 - F_1 \\ & F_3 \rightarrow F_3 - F_1 \end{matrix}$

$$= \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 1 & 2 \\ 0 & 2 & 2 & 4 \end{array} \right) \xrightarrow{F_3 \rightarrow F_3 - 2F_2} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right) \Rightarrow 0 \cdot z = 0 \Rightarrow z \in \mathbb{R}$$

$$y + z = 2 \Rightarrow y = 2 - z$$

$$x + y + 2z = 3 \Rightarrow x = 3 - y - 2z$$

$$x = 3 - (2 - z) - 2z = 1 - z$$

$\Rightarrow$

Sistema compatible indeterminado

Solución:

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 - z \\ 2 - z \\ z \in \mathbb{R} \end{pmatrix}$$