

1. **Factoriza** los siguientes polinomios e **indica las raíces**:

$$P(x) = 2x^3 + 8x^2 + 2x - 12 ; Q(x) = x^3 + 7x^2 + 15x + 9 \quad (1,5 \text{ pt.})$$

2. Dado el **polinomio** $P(x) = 3x^3 + ax^2 + bx + c$, calcula a , b y c para que se cumpla $P(0) = -30$ y sea **divisible** por $x - 5$ y por $x + 2$. (1,5 pt.)



3. La **población** de un país tiene un **crecimiento exponencial** con una **tasa de reproducción** $r = 1,02$. El aumento de población sigue la ley exponencial: $P(t) = P_0 \cdot r^t$ donde P_0 es la población inicial y t el tiempo transcurrido en años.
¿Cuántos años tarda en duplicarse la población? (0,75 pt.)



4. **Calcula** x en la siguiente expresión racional:

$$\frac{2x}{3} + \frac{2x+3}{x-1} = \frac{7}{3x-3} \quad (0,5 \text{ pt.})$$



5. **Resuelve** la siguiente **ecuación irracional**: $\sqrt{2x+7} - \sqrt{x} = 2$ (1,5 pt.)



6. **Resuelve y clasifica** el siguiente **sistema lineal** utilizando el **método de reducción de Gauss**:

$$\left. \begin{array}{l} 2x - y + z = 5 \\ x - y + 2z = 3 \\ x + 2y - 7z = 0 \end{array} \right\} \quad (1,75 \text{ pt.})$$



7. El Palacio de la Ópera de A Coruña ha vendido 450 entradas para un concierto. Son de 3 tipos: Zona A a 20 €, Zona B a 14 € y Zona C a 10 €. La recaudación total asciende a 5700 €. Se sabe que por cada entrada de la zona A, se han vendido 4 de la zona C. Calcula el **número de entradas de cada tipo** que se han vendido para este concierto. (2,5 pt.)



Complementario: Resuelve la siguiente **ecuación logarítmica** (las bases son los polinomios):

$$\log_{5x^2-6x}(8) = \log_x(2) \quad (1 \text{ pt.})$$

1. Factoriza los siguientes polinomios e indica las raíces:

$$P(x) = 2x^3 + 8x^2 + 2x - 12 ; Q(x) = x^3 + 7x^2 + 15x + 9$$

$$\begin{array}{r|rrrr} & 2 & 8 & 2 & -12 \\ 1 & & 2 & 10 & 12 \\ \hline & 2 & 10 & 12 & 0 \end{array}$$

$$2x^2 + 10x + 12 = 0 \Rightarrow x^2 + 5x + 6 = 0$$

$$x = \frac{-5 \pm \sqrt{25 - 4 \cdot 1 \cdot 6}}{2} = \frac{-5 \pm 1}{2}$$

$$x \begin{cases} -3 \\ -2 \end{cases} \quad (-3) \cdot (-2) = \frac{6}{1} \quad \checkmark$$

Raíces: $-3, -2, 1$

$$P(x) = 2 \cdot (x+3) \cdot (x+2) \cdot (x-1)$$

$$\begin{array}{r|rrrr} & 1 & 7 & 15 & 9 \\ -1 & & -1 & -6 & -9 \\ \hline & 1 & 6 & 9 & 0 \end{array}$$

$$x^2 + 6x + 9 = 0$$

$$x = \frac{-6 \pm \sqrt{36 - 4 \cdot 1 \cdot 9}}{2} = \frac{-6 \pm 0}{2} = -3 \text{ doble}$$

$$x \begin{cases} -3 \\ -3 \end{cases} \quad (-3) \cdot (-3) = \frac{9}{1} \quad \checkmark$$

Raíces: $-3, -3, -1$

$$Q(x) = (x+3)^2 \cdot (x+1)$$

2. Dado el polinomio $P(x) = 3x^3 + ax^2 + bx + c$, calcula a , b y c para que se cumpla $P(0) = -30$ y sea divisible por $x-5$ y por $x+2$. (1,5 pt.)

$$P(0) = -30 \Rightarrow c = -30$$

Aplicamos el teorema del resto.

$$\left. \begin{array}{l} \text{Divisible por } x-5 \Rightarrow P(5) = 0 \\ \text{Divisible por } x+2 \Rightarrow P(-2) = 0 \end{array} \right\} \begin{array}{l} 3 \cdot 5^3 + a \cdot 5^2 + b \cdot 5 - 30 = 0 \\ 3 \cdot (-2)^3 + a \cdot (-2)^2 + b \cdot (-2) - 30 = 0 \end{array} \Rightarrow$$

$$\left. \begin{array}{l} 375 + 25a + 5b - 30 = 0 \\ -24 + 4a - 2b - 30 = 0 \end{array} \right\} \begin{array}{l} 25a + 5b = -345 \\ 4a - 2b = 54 \end{array} \left\{ \begin{array}{l} \div 5 \\ \div 2 \end{array} \right. \begin{array}{l} 5a + b = -69 \\ 2a - b = 27 \end{array} \right\} + \text{suma}$$

$$7a = -42 \Rightarrow a = \frac{-42}{7} = -6$$

$$2a - b = 27 \Rightarrow b = 2a - 27 = 2(-6) - 27 = -39$$

$$\text{Solución: } P(x) = 3x^3 - 6x^2 - 39x - 30$$

3. La **población** de un país tiene un **crecimiento exponencial** con una **tasa de reproducción** $r = 1,02$. El aumento de población sigue la ley exponencial: $P(t) = P_0 \cdot r^t$ donde P_0 es la población inicial y t el tiempo transcurrido en años.
¿Cuántos años tarda en duplicarse la población? (0,75 pt.)

$$P = P_0 \cdot r^t \Rightarrow P = 2 \cdot P_0 \text{ (se duplica la población)}$$

$$P = 2 \cdot P_0 = P_0 \cdot r^t \Rightarrow$$

$$2 = r^t \Rightarrow \text{Tomamos logaritmos para despejar}$$

$$\log 2 = \log r^t$$

$$\log 2 = t \cdot \log r$$

$$t = \frac{\log 2}{\log r} = \frac{\log 2}{\log 1,02} \approx \boxed{35 \text{ años}}$$

4. **Calcula** x en la siguiente expresión racional:

$$\frac{2x}{3} + \frac{2x+3}{x-1} = \frac{7}{3x-3} \Rightarrow \frac{2x \cdot (x-1) + (2x+3) \cdot 3}{(x-1) \cdot 3} = \frac{7}{3x-3}$$

mismo denominador

$$2x \cdot (x-1) + (2x+3) \cdot 3 = 7 \Rightarrow 2x^2 - 2x + 6x + 9 = 7 \Rightarrow 2x^2 + 4x + 2 = 0 \div 2 \Rightarrow$$

$$x^2 + 2x + 1 = 0 \Rightarrow x = \frac{-2 \pm \sqrt{4 - 4 \cdot 1 \cdot 1}}{2} = \frac{-2 \pm 0}{2} \begin{matrix} -1 \\ -1 \end{matrix} \quad (-1) \cdot (-1) = \frac{2}{2} \checkmark \quad \text{Solución: } \boxed{x = -1}$$

5. **Resuelve** la siguiente **ecuación irracional**: $\sqrt{2x+7} - \sqrt{x} = 2$

$$\sqrt{2x+7} - \sqrt{x} = 2 \text{ , Aislamos una raíz}$$

$$\sqrt{2x+7} = 2 + \sqrt{x} \text{ , Elevamos al cuadrado}$$

$$2x+7 = 4 + 4\sqrt{x} + x \text{ , Aislamos la raíz que queda}$$

$$4\sqrt{x} = x+3 \text{ , Elevamos al cuadrado}$$

$$16x = (x+3)^2 \Rightarrow 16x = x^2 + 6x + 9 \Rightarrow x^2 - 10x + 9 = 0$$

$$x = \frac{10 \pm \sqrt{100 - 4 \cdot 1 \cdot 9}}{2} = \frac{10 \pm 8}{2} \begin{matrix} 9 \\ 1 \end{matrix} \quad 9 \cdot 1 = \frac{9}{1} \checkmark$$

Comprobación:

$$\text{Si } x = 9 \Rightarrow \sqrt{2 \cdot 9 + 7} - \sqrt{9} = 5 - 3 = 2 \text{ , Válida}$$

$$\text{Si } x = 1 \Rightarrow \sqrt{2 \cdot 1 + 7} - \sqrt{1} = 3 - 1 = 2 \text{ , Válida}$$

Solución:

$$\boxed{x = 1 \text{ , } x = 9}$$

6. Resuelve y clasifica el siguiente sistema lineal utilizando el método de reducción de Gauss:

$$\begin{cases} 2x - y + z = 5 \\ x - y + 2z = 3 \\ x + 2y - 7z = 0 \end{cases} \Rightarrow \left(\begin{array}{ccc|c} 2 & -1 & 1 & 5 \\ 1 & -1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & -7 & 0 \end{array} \right) \begin{array}{l} \uparrow F_2 \rightarrow 2F_2 - F_1 \\ F_3 \rightarrow 2F_3 - F_1 \end{array} \quad (1,75 \text{ pt.})$$

$$= \left(\begin{array}{ccc|c} 2 & -1 & 1 & 5 \\ 0 & -1 & 3 & 1 \\ 0 & 5 & -15 & -5 \end{array} \right) \xrightarrow{F_3 \rightarrow F_3 + 5F_2} \left(\begin{array}{ccc|c} 2 & -1 & 1 & 5 \\ 0 & -1 & 3 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right) \Rightarrow 0 \cdot z = 0 \Rightarrow z \in \mathbb{R}$$

Sistema compatible indeterminado

$$-y + 3z = 1 \Rightarrow y = -1 + 3z$$

$$2x - y + z = 5 \Rightarrow 2x = 5 + y - z = 5 - 1 + 3z - z$$

$$2x = 4 + 2z \Rightarrow x = 2 + z$$

Solución:

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 + z \\ -1 + 3z \\ z \in \mathbb{R} \end{pmatrix}$$

7. El Palacio de la Ópera de A Coruña ha vendido 450 entradas para un concierto. Son de 3 tipos:

Zona A a 20 €, Zona B a 14 € y Zona C a 10 €. La recaudación total asciende a 5700 €. Se sabe que por cada entrada de la zona A, se han vendido 4 de la zona C. Calcula el **número de entradas de cada tipo** que se han vendido para este concierto. (2,5 pt.)

$$\left. \begin{array}{l} \text{Entradas zona A} - x \text{ a } 20 \text{ €} \\ \text{Entradas zona B} - y \text{ a } 14 \text{ €} \\ \text{Entradas zona C} - z \text{ a } 10 \text{ €} \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{Condiciones} \\ \begin{cases} x + y + z = 450 \\ 20x + 14y + 10z = 5.700 \\ 1 \text{ tipo A} \text{ — } 4 \text{ tipo C} \\ x \text{ — } z \end{cases} \Rightarrow 1 \cdot z = 4 \cdot x \end{array}$$

$$\left. \begin{array}{l} x + y + z = 450 \quad [1] \\ 20x + 14y + 10z = 5.700 \quad [2] \\ z = 4x \quad [3] \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{Sustitución} \\ [3] \rightarrow [1] \\ [3] \rightarrow [2] \end{array} \Rightarrow \begin{array}{l} x + y + 4x = 450 \\ 20x + 14y + 10 \cdot 4x = 5.700 \end{array} \Rightarrow \begin{array}{l} 5x + y = 450 \cdot 7 \\ 60x + 14y = 5.700 \div 2 \end{array}$$

$$\Rightarrow \begin{array}{l} 35x + 7y = 3150 \\ 30x + 7y = 2850 \end{array} \quad \text{Restamos}$$

$$5x = 300 \Rightarrow x = 60$$

$$z = 4x = 4 \cdot 60 = 240$$

$$y = 450 - x - z = 450 - 240 - 60 = 150$$

Solución: $x = 60$ Entradas zona A
 $y = 150$ Entradas zona B
 $z = 240$ Entradas zona C



Complementario: Resuelve la siguiente **ecuación logarítmica** (las bases son los polinomios):

$$\log_{5x^2-6x}(8) = \log_x(2) \quad (1 \text{ pt.})$$

Cambiamos a base 2 porque los argumentos de los logaritmos son potencias de 2.

$$\log_{5x^2-6x}(8) = \log_x(2) \Rightarrow \frac{\log_2(8)}{\log_2(5x^2-6x)} = \frac{\log_2(2)}{\log_2(x)} \Rightarrow$$

$$\frac{3}{\log_2(5x^2-6x)} = \frac{1}{\log_2(x)} \Rightarrow 3 \cdot \log_2(x) = \log_2(5x^2-6x) \Rightarrow$$

$$\log_2(x^3) = \log_2(5x^2-6x) \Rightarrow x^3 = 5x^2-6x \Rightarrow x^3-5x^2+6x = 0 \Rightarrow$$

Igualemos los argumentos

$$x(x^2-5x+6) = 0 \Rightarrow x = 0 \text{ No válida (base del logaritmo)}$$

$$x^2-5x+6 = 0 \Rightarrow$$

$$x = \frac{5 \pm \sqrt{25-4 \cdot 1 \cdot 6}}{2} = \frac{5 \pm 1}{2} \begin{matrix} 3 \\ 2 \end{matrix} \quad 3 \cdot 2 = \frac{6}{1} \checkmark \text{ Válidas}$$

Solución:

$$x = 2, x = 3$$