

1. Dado el **polinomio** $P(x) = 2x^3 + ax^2 + bx - 96$, calcula a y b para que sea **divisible** por $x - 3$ y el **resto de dividir** el polinomio por $x + 3$ sea -12 . (1,5 pt.)



2. **Resuelve** la siguiente **ecuación exponencial**:

$$3^{(x+2)} + 9^{(x-1)} = 90 \quad (1 \text{ pt.})$$



3. **Resuelve** el siguiente **sistema no lineal**:

$$\left. \begin{array}{l} \log x + \log y^3 = 5 \\ \log x^2 - \log y = 3 \end{array} \right\} \quad (1,5 \text{ pt.})$$

4. **Resuelve** el siguiente **sistema de inecuaciones**:

$$\left. \begin{array}{l} \frac{x+3}{x-5} < 0 \\ -x^2 - 2x < -8 \end{array} \right\} \quad (2 \text{ pt.})$$



5. Una aerolínea ha vendido 450 billetes para un vuelo internacional. Son de 3 tipos: “*primera clase*”, A , “*clase business*”, B , y “*clase turista*”, C . Por cada billete del tipo B , se venden 10 del tipo C . Además, se venden el doble de billetes del tipo C que de A y B juntos. **Calcula el número de billetes de cada tipo que se han vendido** para este vuelo. (2 pt.)



6. **Resuelve y clasifica** el siguiente **sistema lineal** utilizando el **método de reducción de Gauss**:

$$\left\{ \begin{array}{l} x - y + 2z = -4 \\ 3x - 5y + 8z = -14 \\ x + 3y - 2z = 0 \end{array} \right. \quad (2 \text{ pt.})$$

1. Dado el polinomio $P(x) = 2x^3 + ax^2 + bx - 96$, calcula a y b para que sea divisible por $x - 3$ y el resto de dividir el polinomio por $x + 3$ sea -12 . (1,5 pt.)

Aplicamos el teorema del resto.

$$\left. \begin{array}{l} \text{Divisible por } x-3 \Rightarrow P(3) = 0 \\ \text{Resto / por } x+3 \Rightarrow P(-3) = -12 \end{array} \right\} \begin{array}{l} 2 \cdot 27 + 9a + 3b - 96 = 0 \\ -2 \cdot 27 + 9a - 3b - 96 = -12 \end{array} \quad \left. \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \right\} + \text{sumamos}$$

$$18a - 2 \cdot 96 = -12 \Rightarrow a = \frac{-12 + 192}{18} = 10$$

$$\left. \begin{array}{l} 2 \cdot 27 + 9a + 3b - 96 = 0 \\ -2 \cdot 27 + 9a - 3b - 96 = -12 \end{array} \right\} - \text{restamos} \Rightarrow 108 + 6b = 12 \Rightarrow b = \frac{12 - 108}{6} = -16$$

$$\text{Solución: } P(x) = 2x^3 + 10x^2 - 16x - 96$$

Comprobación rápida:

-3	2	10	-16	-96
	-6	-12	84	
	2	4	-28	-12

2. Resuelve la siguiente ecuación exponencial:

$$3^{(x+2)} + 9^{(x-1)} = 90, \text{ aislamos } 3^x$$

$$3^x \cdot 3^2 + 3^{2(x-1)} = 90$$

$$3^x \cdot 3^2 + 3^{2x} \cdot 3^{-2} = 90$$

$$3^x \cdot 9 + \frac{(3^x)^2}{9} = 90, \text{ cambio de variable } y = 3^x$$

$$9y + \frac{y^2}{9} = 90, \text{ multiplicamos por 9}$$

$$81y + y^2 = 810 \Rightarrow y^2 + 81y - 810 = 0$$

$$y = \frac{-81 \pm \sqrt{81^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-810)}}{2}$$

$$y = \frac{-81 \pm 99}{2} \begin{cases} 9 \\ -90 \end{cases} \quad 9 \cdot (-90) = \frac{c}{a} = \frac{-810}{1} \checkmark$$

Raíces comprobadas

Deshacemos el cambio de variable

$$y = 9 = 3^x \Rightarrow x = 2$$

$$y = -90 \neq 3^x \text{ No válida}$$

3. Resuelve el siguiente sistema no lineal:

$$\left. \begin{array}{l} \log x + \log y^3 = 5 \\ \log x^2 - \log y = 3 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} \log x + 3 \log y = 5 \\ 2 \log x - \log y = 3 \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{cambio de variable} \\ u = \log x, v = \log y \end{array} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left. \begin{array}{l} u + 3v = 5 \\ 2u - v = 3 \end{array} \right\} \cdot 2 \Rightarrow \left. \begin{array}{l} 2u + 6v = 10 \\ 2u - v = 3 \end{array} \right\} - \text{restamos} \Rightarrow$$

$$7v = 7 \Rightarrow v = 1 = \log y \Rightarrow y = 10^1 = 10 \text{ Válida}$$

$$2u - v = 3 \Rightarrow u = \frac{3+v}{2} = \frac{3+1}{2} = 2$$

$$u = 2 = \log x \Rightarrow x = 10^2 = 100 \text{ Válida}$$

Solución:

$$x = 100$$

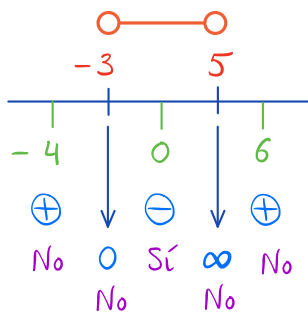
$$y = 10$$

4. Resuelve el siguiente sistema de inecuaciones:

$$\left. \begin{array}{l} \frac{x+3}{x-5} < 0 \\ -x^2 - 2x < -8 \end{array} \right\}$$

$$\frac{x+3}{x-5} < 0 \Rightarrow$$

Puntos críticos en -3 y 5



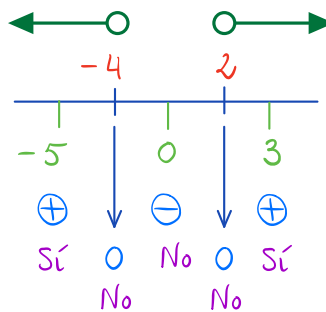
Solución $(-3, 5)$

$$-x^2 - 2x + 8 < 0 ; \text{ Buscamos las raíces}$$

$$x^2 + 2x - 8 > 0 \Rightarrow x^2 + 2x - 8 = 0$$

$$x = \frac{-2 \pm \sqrt{4 - 4 \cdot 1 \cdot (-8)}}{2} = \frac{-2 \pm 6}{2} \begin{matrix} 2 \\ -4 \end{matrix}$$

$$\text{Comprobación } -4 \cdot 2 = \frac{c}{a} = \frac{-8}{1} \checkmark$$



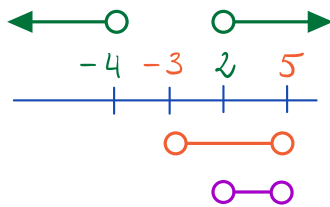
$$(x+4)(x-2) > 0$$

Solución

$$(-\infty, -4) \cup (2, +\infty)$$

La solución es la intersección: $(-3, 5) \cap \{(-\infty, -4) \cup (2, +\infty)\} = (2, 5)$

Intersección gráfica:



5. Una aerolínea ha vendido 450 billetes para un vuelo internacional. Son de 3 tipos: "primera clase", A, "clase business", B, y "clase turista", C. Por cada billete del tipo B, se venden 10 del tipo C. Además, se venden el doble de billetes del tipo C que de A y B juntos. **Calcula el número de billetes de cada tipo que se han vendido** para este vuelo. (2 pt.)

$$\left. \begin{array}{l} \text{Billetes tipo A} - x \\ \text{Billetes tipo B} - y \\ \text{Billetes tipo C} - z \end{array} \right\} \text{Condiciones} \left\{ \begin{array}{l} x + y + z = 450 \\ 1 \text{ tipo B} \quad \text{---} \quad 10 \text{ tipo C} \\ y \quad \quad \quad \quad \quad z \quad \quad \quad \Rightarrow 1 \cdot z = 10 \cdot y \\ z = 2(x + y) \end{array} \right.$$

$$\left. \begin{array}{l} x + y + z = 450 \quad [1] \\ z = 10y \quad [2] \\ z = 2(x + y) \quad [3] \end{array} \right\} \begin{array}{l} [2] \rightarrow [1] \\ [2] \rightarrow [3] \end{array} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} x + y + 10y = 450 \\ 10y = 2(x + y) \Rightarrow 2x - 8y = 0 \quad \div 2 \end{array} \right.$$

$$\Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} x + 11y = 450 \\ x - 4y = 0 \end{array} \right. \quad \text{Restamos}$$

$$15y = 450 \Rightarrow y = \frac{450}{15} = 30$$

$$y = 30 \text{ luego } z = 10 \cdot 30 = 300$$

$$x = 450 - y - z = 450 - 30 - 300 = 120$$

$\Rightarrow$

Solución: $x = 120$ Billetes tipo A
 $y = 30$ Billetes tipo B
 $z = 300$ Billetes tipo C

6. Resuelve y clasifica el siguiente sistema lineal utilizando el método de reducción de Gauss:

$$\begin{cases} x - y + 2z = -4 \\ 3x - 5y + 8z = -14 \\ x + 3y - 2z = 0 \end{cases} \quad \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 2 & -4 \\ 3 & -5 & 8 & -14 \\ 1 & 3 & -2 & 0 \end{array} \right) = \quad (2 \text{ pt.})$$

$$= \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 2 & -4 \\ 0 & -2 & 2 & -2 \\ 0 & 4 & -4 & 4 \end{array} \right) \xrightarrow{F_3 \rightarrow F_3 + 2F_2} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 2 & -4 \\ 0 & -2 & 2 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right) \Rightarrow 0 \cdot z = 0 \Rightarrow z \in \mathbb{R}$$

Sistema compatible indeterminado

$$-2y + 2z = -2 \Rightarrow -y + z = -1 \Rightarrow y = 1 + z$$

$$x - y + 2z = -4 \Rightarrow x - (1 + z) + 2z = -4$$

$$x - 1 - z + 2z = -4 \Rightarrow x = -3 - z$$

Solución:

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 - z \\ 1 + z \\ z \in \mathbb{R} \end{pmatrix}$$