

1. **Factoriza** los siguientes polinomios y **halla el máximo común divisor** y el **mínimo común múltiplo de ambos**: $P(x) = x^3 - 6x^2 - 9x + 14$; $Q(x) = x^3 + 3x^2 - 4$ (2 pt.)



2. Dado el **polinomio** $P(x) = ax^3 - x^2 + bx - 10$, calcula a y b para que sea **divisible** por $x - 1$ y por $x + 2$. (1,5 pt.)



3. La **población** de un país tiene un **crecimiento exponencial** con una **tasa de reproducción** $r = 1,13$. El aumento de población sigue la ley exponencial: $P(t) = P_0 \cdot r^t$ donde P_0 es la población inicial y t el tiempo transcurrido en años. **¿Cuántos años tarda en triplicarse la población?** (0,5 pt.)

4. **Resuelve** la siguiente **ecuación irracional**: $\sqrt{x} + x = \sqrt{3x + x^2}$ (1,5 pt.)



5. **Resuelve y clasifica** el siguiente **sistema lineal** utilizando el **método de reducción de Gauss**:

$$\left. \begin{array}{l} 3x + 2y + z = 1 \\ 5x + 3y + 4z = 2 \\ x + y - z = 1 \end{array} \right\} \quad (2 \text{ pt.})$$



6. Una persona decide invertir un total de 40.000 €, repartidos en tres entidades de ahorro distintas: A , B y C . Esta persona decide que la cantidad invertida en la entidad A sea el doble que la cantidad invertida en la entidad C . Además, se sabe que la entidad A le ha asegurado una rentabilidad del 2%, la entidad B , una rentabilidad del 5%, y la entidad C , una rentabilidad el 3%. **Calcula las cantidades invertidas en cada entidad de ahorro** si se sabe que los **beneficios totales** han sido de 1.000 €. (2,5 pt.)



Complementario: Completa el siguiente cuadro: **(Desarrollalo aparte):**

Conjunto de números reales	Intervalo	Valor absoluto	
$\{x \in \mathbb{R} / -5 \leq 1 - 3x \leq 16\}$			(1 pt.)

1. Factoriza los siguientes polinomios y halla el máximo común divisor y el mínimo común múltiplo de ambos: $P(x) = x^3 - 6x^2 - 9x + 14$; $Q(x) = x^3 + 3x^2 - 4$ (2 pt.)

$$\begin{array}{r|rrrr} & 1 & -6 & -9 & 14 \\ 1 & & 1 & -5 & -14 \\ \hline & 1 & -5 & -14 & 0 \end{array}$$

$$x^2 - 5x - 14 = 0$$

$$x = \frac{5 \pm \sqrt{25 - 4 \cdot 1 \cdot (-14)}}{2} = \frac{5 \pm 9}{2}$$

$$x \begin{cases} 7 \\ -2 \end{cases} \quad 7 \cdot (-2) = \frac{-14}{1} \quad \checkmark$$

$$P(x) = (x-1) \cdot (x-7) \cdot (x+2)$$

$$\begin{array}{r|rrrr} & 1 & 3 & 0 & -4 \\ 1 & & 1 & 4 & 4 \\ \hline & 1 & 4 & 4 & 0 \end{array}$$

$$x^2 + x + 4 = 0$$

$$x = \frac{-4 \pm \sqrt{16 - 4 \cdot 1 \cdot 4}}{2} = \frac{-4 \pm 0}{2} = -2 \text{ doble}$$

$$x \begin{cases} -2 \\ -2 \end{cases} \quad (-2) \cdot (-2) = \frac{4}{1} \quad \checkmark$$

$$Q(x) = (x-1) \cdot (x+2)^2$$

$$m.c.m. = (x-1) \cdot (x-7) \cdot (x+2)^2 \quad ; \quad m.c.d. = (x-1) \cdot (x+2)$$

2. Dado el polinomio $P(x) = ax^3 - x^2 + bx - 10$, calcula a y b para que sea divisible por $x-1$ y por $x+2$. (1,5 pt.)

Aplicamos el teorema del resto.

$$\left. \begin{array}{l} \text{Divisible por } x+1 \Rightarrow P(1) = 0 \\ \text{Divisible por } x-2 \Rightarrow P(-2) = 0 \end{array} \right\} \begin{array}{l} a-1+b-10=0 \\ -8a-4-2b-10=0 \end{array} \left\} \begin{array}{l} a+b=11 \\ -8a-2b=14 \end{array} \right\} \div 2$$

$$\left. \begin{array}{l} a+b=11 \\ -4a-b=7 \end{array} \right\} + \left. \begin{array}{l} -3a=18 \Rightarrow a=-\frac{18}{3}=-6 \\ a+b=11 \Rightarrow b=11-a=11+6=17 \end{array} \right\} \begin{array}{l} a=-6 \\ b=17 \end{array}$$

$$\text{Solución: } P(x) = -6x^3 - x^2 + 17x - 10$$

3. La población de un país tiene un crecimiento exponencial con una tasa de reproducción $r = 1,13$. El aumento de población sigue la ley exponencial: $P(t) = P_0 \cdot r^t$ donde P_0 es la población inicial y t el tiempo transcurrido en años. ¿Cuántos años tarda en triplicarse la población? (0,5 pt.)

$$P = P_0 \cdot r^t \Rightarrow P = 3 \cdot P_0 \quad (\text{se triplica la población})$$

$$P = 3 \cdot P_0 = P_0 \cdot r^t \Rightarrow$$

$$3 = r^t \Rightarrow \text{Tomamos logaritmos para despejar}$$

$$\log 3 = \log r^t$$

$$\log 3 = t \cdot \log r$$

$$t = \frac{\log 3}{\log r} = \frac{\log 3}{\log 1,13} \approx 9 \text{ años}$$

4. Resuelve la siguiente ecuación irracional: $\sqrt{x} + x = \sqrt{3x + x^2}$

(1,5 pt.)

$$\sqrt{x} + x = \sqrt{3x + x^2}, \text{ Elevamos al cuadrado}$$

$$x + 2x\sqrt{x} + x^2 = 3x + x^2, \text{ Aislamos la raíz que queda}$$

$$2x\sqrt{x} = 2x, \text{ Al simplificar } x, \text{ significa que una solución es } x = 0 \text{ Válida}$$

$$\sqrt{x} = 1, \text{ Elevamos al cuadrado } \Rightarrow x = 1 \text{ Válida}$$

$$\text{Método II: } x\sqrt{x} = x, \text{ Elevamos al cuadrado}$$

$$x^3 = x^2 \Rightarrow x^3 - x^2 = 0 \Rightarrow x^2 \cdot (x - 1) \Rightarrow \left. \begin{matrix} x = 0 \\ x = 1 \end{matrix} \right\} \text{ Válidas}$$

5. Resuelve y clasifica el siguiente sistema lineal utilizando el método de reducción de Gauss:

$$\begin{cases} 3x + 2y + z = 1 \\ 5x + 3y + 4z = 2 \\ x + y - z = 1 \end{cases} \quad \text{Matriz ampliada reordenada} \quad \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & -1 & 1 \\ 3 & 2 & 1 & 1 \\ 5 & 3 & 4 & 2 \end{array} \right) = (2 \text{ pt.})$$

$$\begin{aligned} &\uparrow F_2 \rightarrow F_2 - 3F_1 \\ &\quad F_3 \rightarrow F_3 - 5F_1 \end{aligned}$$

$$= \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & -1 & 4 & -2 \\ 0 & -2 & 9 & -3 \end{array} \right) \quad \uparrow F_3 \rightarrow F_3 - 2F_2$$

$$1 \cdot z = 1 \Rightarrow z = 1$$

$$-y + 4 \cdot 1 = -2 \Rightarrow y = 6$$

$$x + y - z = 1 \Rightarrow$$

$$x + 6 - 1 = 1 \Rightarrow x = -4$$

Sistema compatible determinado

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 \\ 6 \\ 1 \end{pmatrix}$$

6. Una persona decide invertir un total de 40.000 €, repartidos en tres entidades de ahorro distintas: A, B y C. Esta persona decide que la cantidad invertida en la entidad A sea el doble que la cantidad invertida en la entidad C. Además, se sabe que la entidad A le ha asegurado una rentabilidad del 2%, la entidad B, una rentabilidad del 5%, y la entidad C, una rentabilidad del 3%. **Calcula las cantidades invertidas en cada entidad de ahorro** si se sabe que los **beneficios totales** han sido de 1.000 €.

(2,5 pt.)

$$\left. \begin{array}{l} \text{Inversión en A} - x - 2\% \\ \text{Inversión en B} - y - 5\% \\ \text{Inversión en C} - z - 3\% \end{array} \right\} \text{Condiciones} \left\{ \begin{array}{l} x + y + z = 40.000 \\ x = 2z \\ \frac{2x}{100} + \frac{5y}{100} + \frac{3z}{100} = 1.000 \end{array} \right.$$

$$\left. \begin{array}{l} x + y + z = 40.000 \quad [1] \\ x = 2z \quad [2] \\ 2x + 5y + 3z = 100.000 \quad [3] \end{array} \right\} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} [2] \rightarrow [1] \quad 2z + y + z = 40.000 \\ y + 3z = 40.000 \\ [2] \rightarrow [3] \quad 4z + 5y + 3z = 100.000 \\ 5y + 7z = 100.000 \end{array} \right.$$

$$\left. \begin{array}{l} y + 3z = 40.000 \\ 5y + 7z = 100.000 \end{array} \right\} \cdot 5 \Rightarrow \left. \begin{array}{l} 5y + 15z = 200.000 \\ 5y + 7z = 100.000 \end{array} \right\} \text{restamos}$$

$$8z = 100.000 \Rightarrow z = \frac{100.000}{8} = 12.500$$

$$x = 2z = 2 \cdot 12.500 = 25.000$$

$$y = 40.000 - x - z = 2.500$$

Solución $x = 25.000$ € en A
Invertimos: $y = 2.500$ € en B
 $z = 12.500$ € en C



Complementario: Completa el siguiente cuadro: **(Desarrollalo aparte):**

Conjunto de números reales	Intervalo	Valor absoluto	
$\{x \in \mathbb{R} / -5 \leq 1 - 3x \leq 16\}$	$[-5, 2]$	$ x + \frac{3}{2} \leq \frac{7}{2}$	(1 pt.)

$$-5 \leq 1 - 3x \leq 16 \quad (-1)$$

$$-6 \leq -3x \leq 15 \quad \div (-3)$$

$$2 \geq x \geq -5$$

$$-5 \leq x \leq 2 \Rightarrow [-5, 2]$$

$$\text{Centro } c = \frac{-5+2}{2} = -\frac{3}{2}$$

$$\text{Radio } r = \frac{|2-(-5)|}{2} = \frac{7}{2}$$

$$|x - c| \leq r \Rightarrow |x + \frac{3}{2}| \leq \frac{7}{2}$$