



1. Dado el **polinomio** $P(x) = x^3 + ax^2 + bx + 15$, calcula a y b para que sea **divisible** por $x - 3$ y por $x + 1$. (1,5 pt.)



2. **Resuelve** el siguiente **sistema no lineal**:

$$\left. \begin{array}{l} 3^x \cdot 3^y = 9 \\ \sqrt{y + 5x + 3} - \sqrt{3x + 1} = 1 \end{array} \right\} \text{ Sistema no lineal} \quad (1,5 \text{ pt.})$$

3. **Resuelve la siguiente inecuación**:

$$\frac{x + 1}{x^2 + 5x - 14} \geq 0 \quad (1,5 \text{ pt.})$$

4. **Resuelve** el siguiente **sistema de inecuaciones**:

$$\left. \begin{array}{l} x^2 + 4x > 5 \\ \frac{x - 1}{2} \leq x + \frac{5}{2} \end{array} \right\} \quad (1,5 \text{ pt.})$$

5. Un hospital decide comprar en el mercado 3.000 **vacunas** de **tres tipos** A , B y C . Por cada 2 vacunas del tipo A , se compran 3 del tipo B . Además, se decide que la cantidad de vacunas del tipo A sea la mitad que el número de vacunas B y C juntas. **Calcula el número de vacunas de cada tipo que ha adquirido el hospital.** (2 pt.)



6. **Resuelve y clasifica** el siguiente **sistema lineal** utilizando el **método de reducción de Gauss**:

$$\left. \begin{array}{l} 2x - y + z = 3 \\ x + 2y - z = 4 \\ x - 8y + 5z = -6 \end{array} \right\} \quad (2 \text{ pt.})$$

1. Dado el **polinomio** $P(x) = x^3 + ax^2 + bx + 15$, calcula a y b para que sea **divisible** por $x - 3$ y por $x + 1$. (1,5 pt.)

$$\text{Teorema del resto: } \left. \begin{array}{l} P(3) = 0 \Rightarrow 27 + 9a + 3b + 15 = 0 \\ P(-1) = 0 \Rightarrow -1 + a - b + 15 = 0 \end{array} \right\} \begin{array}{l} 9a + 3b = -42 \\ a - b = -14 \end{array} \left. \vphantom{\begin{array}{l} P(3) = 0 \\ P(-1) = 0 \end{array}} \right\} \div 3$$

$$\left. \begin{array}{l} 3a + b = -14 \\ a - b = -14 \end{array} \right\} + \Rightarrow 4a = -28 \Rightarrow a = -7$$

$$a - b = -14 \Rightarrow b = a + 14 = -7 + 14 = 7 \Rightarrow b = 7$$

La solución es el polinomio $P(x) = x^3 - 7x^2 + 7x + 15$

2. Resuelve el siguiente **sistema no lineal**:

$$\left. \begin{array}{l} 3^x \cdot 3^y = 9 \\ \sqrt{y + 5x + 3} - \sqrt{3x + 1} = 1 \end{array} \right\} \text{ Sistema no lineal}$$

$$3^{x+y} = 9 = 3^2 \Rightarrow x + y = 2 \Rightarrow y = 2 - x \text{ ; sustituimos en la 2ª ecuación.}$$

$$\sqrt{2-x+5x+3} - \sqrt{3x+1} = 1 \text{ ; aislamos una raíz}$$

$$\sqrt{5+4x} = 1 + \sqrt{3x+1} \text{ ; elevamos al cuadrado}$$

$$5+4x = 1 + 2\sqrt{3x+1} + 3x+1 \text{ ; aislamos la raíz}$$

$$3+x = 2\sqrt{3x+1} \text{ ; elevamos al cuadrado}$$

$$9+6x+x^2 = 4 \cdot (3x+1)$$

$$9+6x+x^2 = 12x+4$$

$$x^2 - 6x + 5 = 0$$

$$x = \frac{6 \pm \sqrt{36 - 4 \cdot 1 \cdot 5}}{2} = \frac{6 \pm 4}{2} \begin{array}{l} 5 \\ 1 \end{array}$$

$$5 \cdot 1 = \frac{5}{1} \checkmark \text{ Raíces comprobadas}$$

$$\sqrt{5+4 \cdot 5} - \sqrt{3 \cdot 5+1} = 1 \text{ ; válida}$$

$$\sqrt{5+4 \cdot 1} - \sqrt{3 \cdot 1+1} = 1 \text{ ; válida}$$

$$y = 2 - x \begin{cases} x_1 = 5 \Rightarrow y_1 = 2 - 5 = -3 \Rightarrow (5, -3) \\ x_2 = 1 \Rightarrow y_2 = 2 - 1 = 1 \Rightarrow (1, 1) \end{cases} \text{ ; Soluciones válidas}$$

3. Resuelve la siguiente inecuación:

$$\frac{x+1}{x^2+5x-14} \geq 0$$

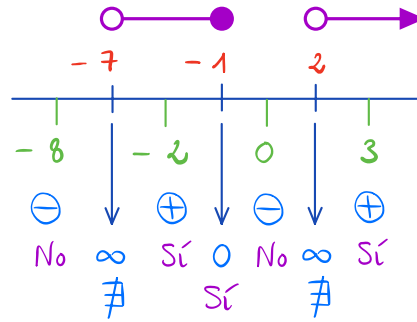
Buscamos los puntos críticos hallando los ceros del numerador y el denominador.

$$x+1=0 \Rightarrow x=-1$$

$$x^2+5x-14=0$$

$$x = \frac{-5 \pm \sqrt{25 - 4 \cdot 1 \cdot (-14)}}{2} = \frac{-5 \pm 9}{2} \begin{matrix} -7 \\ 2 \end{matrix}$$

$$\text{Comprobación } -7 \cdot 2 = \frac{c}{a} = \frac{-14}{1} \checkmark$$



Solución $(-7, -1] \cup (2, +\infty)$

4. Resuelve el siguiente sistema de inecuaciones:

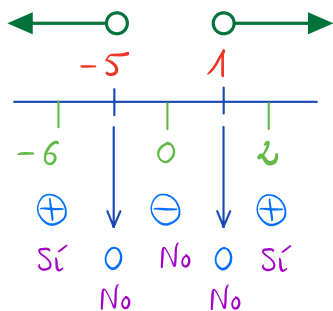
$$\left. \begin{array}{l} x^2 + 4x > 5 \\ \frac{x-1}{2} \leq x + \frac{5}{2} \end{array} \right\}$$

$x^2+4x-5 > 0$; Buscamos las raíces

$$x^2+4x-5=0 \Rightarrow$$

$$x = \frac{-4 \pm \sqrt{16 - 4 \cdot 1 \cdot (-5)}}{2} = \frac{-4 \pm 6}{2} \begin{matrix} -5 \\ 1 \end{matrix}$$

$$\text{Comprobación } -5 \cdot 1 = \frac{c}{a} = \frac{-5}{1} \checkmark$$



$$(x+5)(x-1) > 0$$

Solución

$$(-\infty, -5) \cup (1, +\infty)$$

$$\frac{x-1}{2} - \frac{5}{2} \leq x$$

$$\frac{x-6}{2} \leq x$$

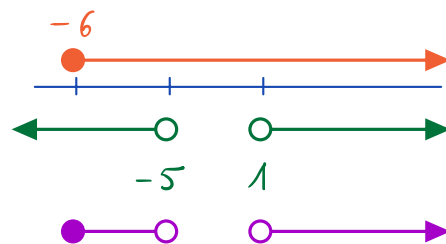
$$x-6 \leq 2x$$

$$-x \leq 6$$

$$x \geq -6 \Rightarrow$$

Solución $[-6, +\infty)$

Intersección gráfica



La solución es la intersección: $\{(-\infty, -5) \cup (1, +\infty)\} \cap [-6, +\infty) = [-6, -5) \cup (1, +\infty)$

5. Un hospital decide comprar en el mercado 3.000 **vacunas** de **tres tipos A, B y C**. Por cada 2 vacunas del tipo A, se compran 3 del tipo B. Además, se decide que la cantidad de vacunas del tipo A sea la mitad que el número de vacunas B y C juntas. **Calcula el número de vacunas de cada tipo que ha adquirido el hospital.** (2 pt.)

$$\begin{array}{l}
 \text{Vacunas tipo A} - x \\
 \text{Vacunas tipo B} - y \\
 \text{Vacunas tipo C} - z
 \end{array}
 \left. \vphantom{\begin{array}{l} \text{Vacunas tipo A} - x \\ \text{Vacunas tipo B} - y \\ \text{Vacunas tipo C} - z \end{array}} \right\} \text{Condiciones}
 \left\{ \begin{array}{l}
 x + y + z = 3.000 \\
 \begin{array}{ccc}
 2 \text{ tipo A} & \text{---} & 3 \text{ tipo B} \\
 x & & y
 \end{array} \\
 x = \frac{y+z}{2} \Rightarrow 2x = y+z
 \end{array} \right. \Rightarrow 2y = 3x$$

$$\begin{array}{l}
 x + y + z = 3.000 \quad [1] \\
 y = \frac{3x}{2} \quad [2] \\
 2x = y + z \quad [3]
 \end{array}
 \left. \vphantom{\begin{array}{l} x + y + z = 3.000 \\ y = \frac{3x}{2} \\ 2x = y + z \end{array}} \right\}$$

$[3] \rightarrow [1] \Rightarrow$

$$\begin{array}{l}
 x + y + z = 3.000 \\
 x + 2x = 3.000 \Rightarrow 3x = 3.000 \\
 x = 1.000
 \end{array}$$

$[2] \rightarrow [3] \Rightarrow$

$$\begin{array}{l}
 2x = y + z \Rightarrow 2x = \frac{3x}{2} + z \quad \cdot 2 \\
 4x = 3x + 2z \Rightarrow 2z = x \\
 z = \frac{x}{2} = \frac{1.000}{2} = 500 \\
 y = \frac{3x}{2} = \frac{3}{2} \cdot 1.000 = 1.500
 \end{array}$$

Solución: $x = 1.000$ Vacunas tipo A
 $y = 1.500$ Vacunas tipo B
 $z = 500$ Vacunas tipo C

 6. Resuelve y clasifica el siguiente sistema lineal utilizando el método de reducción de Gauss:

$$\left. \begin{array}{l} 2x - y + z = 3 \\ x + 2y - z = 4 \\ x - 8y + 5z = -6 \end{array} \right\} \left(\begin{array}{ccc|c} 2 & -1 & 1 & 3 \\ 1 & 2 & -1 & 4 \\ 1 & -8 & 5 & -6 \end{array} \right) = \quad (2 \text{ pt.})$$

$F_2 \rightarrow 2F_2 - F_1$
 $F_3 \rightarrow 2F_3 - F_1$

$$= \left(\begin{array}{ccc|c} 2 & -1 & 1 & 3 \\ 0 & 5 & -3 & 5 \\ 0 & -15 & 9 & -15 \end{array} \right) \xrightarrow{\uparrow} \left(\begin{array}{ccc|c} 2 & -1 & 1 & 3 \\ 0 & 5 & -3 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right)$$

$F_3 \rightarrow F_3 + 3F_2$

$0 \cdot z = 0 \Rightarrow z \in \mathbb{R}$ Sistema compatible indeterminado

$$5y - 3z = 5 \Rightarrow y = \frac{5+3z}{5} = 1 + \frac{3}{5}z$$

$$2x - y + z = 3 \Rightarrow 2x = 3 + y - z$$

$$2x = 3 + 1 + \frac{3}{5}z - z = 4 - \frac{2}{5}z \Rightarrow x = 2 - \frac{1}{5}z$$

Solución:

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 - \frac{1}{5}z \\ 1 + \frac{3}{5}z \\ z \in \mathbb{R} \end{pmatrix}$$