



1. Completa el siguiente cuadro: (Desarrollalo aparte)

Conjunto de números reales	Intervalo	Valor absoluto	
$\{x \in \mathbb{R} / -10 \leq -3x + 5 \leq 14\}$			(1 pt.)



2. Factoriza los siguientes polinomios y halla el máximo común divisor y el mínimo común múltiplo de ambos: $P(x) = x^3 + 5x^2 + 3x - 9$; $Q(x) = x^3 - x^2 - 2x + 2$ (2 pt.)

3. Dado el polinomio $P(x) = ax^3 - bx^2 + 3x + 1$, calcula a y b para que $P(x)$ sea divisible por $x + 1$ y para que el resto de dividir $P(x)$ por $x - 2$ sea 9. (1,5 pt.)



4. La población de un país tiene un crecimiento exponencial con una tasa de reproducción $r = 1,02$. En un momento dado se contabilizan 5,4 millones de habitantes. El aumento de población sigue la ley exponencial:

$$P(t) = P_0 \cdot r^t$$

donde P_0 es la población inicial y t el tiempo transcurrido en años.

¿Cuántos años tarda en duplicarse la población? (1 pt.)

5. Resuelve las siguientes ecuaciones:

a) $2^{4x+2} - 48 \cdot 2^{2x-2} + 8 = 0$ (1,25 pt.)



b) $\sqrt{2x+7} = 2 + \sqrt{3x-2}$ (1,25 pt.)

6. Resuelve y clasifica el siguiente sistema lineal utilizando el método de reducción de Gauss:



$$\left. \begin{array}{l} x + y - 2z = 9 \\ 2x - y + 4z = 4 \\ 2x - y + 6z = -1 \end{array} \right\} \quad (2 \text{ pt.})$$



Complementario:

Resuelve la siguiente ecuación logarítmica:

$2 \cdot \log(x+1) = \log 2 + \log(4x+4)$ (1 pt.)

1. Completa el siguiente cuadro: (Desarrollalo aparte)

Conjunto de números reales	Intervalo	Valor absoluto	
$\{x \in \mathbb{R} / -10 \leq -3x + 5 \leq 14\}$			(1 pt.)

$$-10 \leq -3x + 5 \leq 14 \quad (-5)$$

$$-15 \leq -3x \leq 9 \quad \div (-3)$$

$$5 \geq x \geq -3$$

$$-3 \leq x \leq 5$$

El intervalo es $[-3, 5]$ cerrado

$$\text{Centro, } c = \frac{-3+5}{2} = 1$$

$$\text{Radio, } r = \frac{|5 - (-3)|}{2} = \frac{8}{2} = 4$$

$$\text{Valor absoluto } |x - c| \leq r$$

$$|x - 1| \leq 4 \text{ cerrado}$$



2. Factoriza los siguientes polinomios y halla el máximo común divisor y el mínimo común

múltiplo de ambos: $P(x) = x^3 + 5x^2 + 3x - 9$; $Q(x) = x^3 - x^2 - 2x + 2$ (2 pt.)

$$\begin{array}{r|rrrr} & 1 & 5 & 3 & -9 \\ 1 & & 1 & 6 & 9 \\ \hline & 1 & 6 & 9 & 0 \end{array}$$

$$x^2 + 6x + 9 = 0$$

$$x = \frac{-6 \pm \sqrt{36 - 4 \cdot 1 \cdot 9}}{2}$$

$$x = \frac{-6}{2} = -3 \text{ doble}$$

$$P(x) = (x-1)(x+3)^2$$

$$\begin{array}{r|rrrr} & 1 & -1 & -2 & 2 \\ 1 & & 1 & 0 & -2 \\ \hline & 1 & 0 & -2 & 0 \end{array}$$

$$x^2 - 2 = 0$$

$$x^2 = 2 \Rightarrow x = \pm \sqrt{2}$$

$$Q(x) = (x-1) \cdot (x+\sqrt{2}) \cdot (x-\sqrt{2})$$

$$m.c.m. = (x-1) \cdot (x+3)^2 \cdot (x+\sqrt{2}) \cdot (x-\sqrt{2})$$

$$m.c.d. = (x-1)$$

3. Dado el polinomio $P(x) = ax^3 - bx^2 + 3x + 1$, calcula a y b para que $P(x)$ sea divisible por $x + 1$ y para que el resto de dividir $P(x)$ por $x - 2$ sea 9. (1,5 pt.)

Aplicamos el teorema del resto.

$$\left. \begin{array}{l} \text{Divisible por } x+1 \Rightarrow P(-1) = 0 \\ 2^a \text{ condición } \Rightarrow P(2) = 9 \end{array} \right\} \begin{array}{l} -a - b - 3 + 1 = 0 \\ 8a - 4b + 6 + 1 = 9 \end{array} \left\} \begin{array}{l} -a - b = 2 \\ 8a - 4b = 2 \end{array} \right\} \begin{array}{l} \cdot (-4) \text{ reducción} \\ \text{Planteamiento} \end{array}$$

$$\left. \begin{array}{l} 4a + 4b = -8 \\ 8a - 4b = 2 \end{array} \right\} + \left. \begin{array}{l} 12a = -6 \Rightarrow a = -\frac{6}{12} = -\frac{1}{2} \\ -a - b = 2 \Rightarrow b = -2 - a = -2 + \frac{1}{2} = -\frac{3}{2} \end{array} \right\} \begin{array}{l} a = -\frac{1}{2} \\ b = -\frac{3}{2} \end{array}$$

$$\text{Solución: } P(x) = -\frac{1}{2}x^3 + \frac{3}{2}x^2 + 3x + 1$$

4. La **población** de un país tiene un **crecimiento exponencial** con una tasa de reproducción $r = 1,02$. En un momento dado se contabilizan 5,4 millones de habitantes. El aumento de población sigue la ley exponencial:

$$P(t) = P_0 \cdot r^t$$

donde P_0 es la población inicial y t el tiempo transcurrido en años.

¿Cuántos años tarda en duplicarse la población?

$$P = P_0 \cdot r^t \Rightarrow P = 2 \cdot P_0 \text{ (se duplica la población)}$$

$$P = 2 \cdot P_0 = P_0 \cdot r^t \Rightarrow$$

$$2 = r^t \Rightarrow \text{Tomamos logaritmos para despejar}$$

$$\log 2 = \log r^t$$

$$\log 2 = t \cdot \log r$$

$$t = \frac{\log 2}{\log r} = \frac{\log 2}{\log 1,02} \approx 35 \text{ años}$$

5. Resuelve las siguientes ecuaciones:

a) $2^{4x+2} - 48 \cdot 2^{2x-2} + 8 = 0$, Aislamos 2^{2x}

$$2^{4x} \cdot 2^2 - 48 \cdot 2^{2x} 2^{-2} + 8 = 0$$

$$(2^{2x})^2 \cdot 4 - \frac{48}{4} \cdot 2^{2x} + 8 = 0, \text{ Cambio de variable}$$

$$y = 2^{2x}$$

$$4y^2 - 12y + 8 = 0, \text{ simplifico } \div 4$$

$$y^2 - 3y + 2 = 0$$

$$y = \frac{3 \pm \sqrt{9 - 4 \cdot 1 \cdot 2}}{2 \cdot 1} = \frac{3 \pm 1}{2} \begin{cases} 2 \\ 1 \end{cases}$$

$$\text{Comprobación } 2 \cdot 1 = \frac{c}{a} = 2 \checkmark$$

Deshacemos el cambio de variable

$$y = 2^{2x} = 2^1 \Rightarrow$$

$$2x = 1 \Rightarrow x = \frac{1}{2}$$

$$y = 2^{2x} = 1 \Rightarrow x = 0$$

b) $\sqrt{2x+7} = 2 + \sqrt{3x-2}$, Elevamos al cuadrado

$$2x+7 = 4 + 4\sqrt{3x-2} + 3x-2,$$

Aislamos la raíz que queda

$$2x+7-4-3x+2 = 4\sqrt{3x-2}$$

$$5-x = 4\sqrt{3x-2}, \text{ Elevamos al cuadrado}$$

$$25 - 10x + x^2 = 16(3x-2)$$

$$25 - 10x + x^2 = 48x - 32$$

$$x^2 - 58x + 57 = 0$$

$$x = \frac{58 \pm \sqrt{58^2 - 4 \cdot 1 \cdot 57}}{2 \cdot 1} = \frac{58 \pm 56}{2} \begin{cases} 57 \text{ No válida} \\ 1 \text{ Válida} \end{cases}$$

$$\text{Comprobación } 57 \cdot 1 = \frac{c}{a} = 57 \checkmark$$

$$\text{Comprobación } \sqrt{2x+7} = 2 + \sqrt{3x-2}$$

$$\sqrt{2 \cdot 1 + 7} = 2 + \sqrt{3 \cdot 1 - 2} \text{ Válida}$$

$$x = 1$$

6. Resuelve y clasifica el siguiente sistema lineal utilizando el método de reducción de Gauss:

$$\begin{cases} x + y - 2z = 9 \\ 2x - y + 4z = 4 \\ 2x - y + 6z = -1 \end{cases} \quad \text{Matriz ampliada} \quad \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & -2 & 9 \\ 2 & -1 & 4 & 4 \\ 2 & -1 & 6 & -1 \end{array} \right) =$$

$F_2 \rightarrow F_2 - 2F_1$
 $F_3 \rightarrow F_3 - 2F_1$

$$= \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & -2 & 9 \\ 0 & -3 & 8 & -14 \\ 0 & -3 & 10 & -19 \end{array} \right) \xrightarrow{F_3 \rightarrow F_3 - F_2} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & -2 & 9 \\ 0 & -3 & 8 & -14 \\ 0 & 0 & 2 & -5 \end{array} \right)$$

$$2z = -5 \Rightarrow z = -\frac{5}{2}$$

$$-3y + 8 \cdot \left(-\frac{5}{2}\right) = -14$$

$$-3y + 8 \cdot \left(-\frac{5}{2}\right) = -14 + 20$$

$$-3y = 6 \Rightarrow y = \frac{6}{-3} = -2$$

$$x + y - 2z = 9 \Rightarrow x = 9 - y + 2z$$

$$x = 9 + 2 + 2 \cdot \left(-\frac{5}{2}\right) = 11 - 5 = 6$$

Sistema compatible determinado

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 \\ -2 \\ -\frac{5}{2} \end{pmatrix}$$



Complementario:

Resuelve la siguiente ecuación logarítmica:

$$2 \cdot \log(x + 1) = \log 2 + \log(4x + 4)$$

$$\log(x+1)^2 = \log 2 \cdot (4x+4)$$

$$\log(x+1)^2 = \log(8x+8)$$

, igualamos los argumentos

$$(x+1)^2 = 8x+8$$

$$x^2 + 2x + 1 = 8x + 8$$

$$x^2 - 6x - 7 = 0$$

$$x = \frac{6 \pm \sqrt{36 - 4 \cdot 1 \cdot (-7)}}{2 \cdot 1} = \frac{6 \pm 8}{2} \begin{cases} 7 & \text{Válida} \\ -1 & \text{No válida (negativa)} \end{cases}$$

$$\text{Comprobación } 7 \cdot (-1) = \frac{c}{a} = -7 \quad \checkmark$$

$$\text{Si } x = 7 \quad \log(7+1)^2 = \log 2 \cdot (4 \cdot 7 + 4)$$

$$\log 8^2 = \log 64 \quad \checkmark$$