



1. Dado el **polinomio** $P(x) = ax^3 - x^2 + bx - 10$, calcula a y b para que sea **divisible** por $x - 1$ y por $x + 2$. (1 pt.)

2. **Resuelve** la siguiente **ecuación exponencial**:

$$3^{x+1} - 2 \cdot 3^x - 2 \cdot 3^{x-1} = 81 \quad (1 \text{ pt.})$$

3. **Resuelve** los siguientes **ecuaciones no lineales**:

a) $5 - \sqrt{x} = \sqrt{1 + 2x} \quad (1 \text{ pt.})$

b) $\left. \begin{array}{l} \frac{2^x}{2^y} = 2 \\ \log(x + y) - \log(x - y) = \log 5 \end{array} \right\} \text{ Sistema no lineal} \quad (1 \text{ pt.})$



4. **Resuelve** la siguiente **inecuación**:

$$\frac{x^2 + 4x - 5}{x^2 - 2x - 8} \geq 0 \quad (1,5 \text{ pt.})$$

5. **Resuelve** el siguiente **sistema de inecuaciones**:

$$\left. \begin{array}{l} 3x - 8 < 5x + 2 \\ x + \frac{1}{5} \leq \frac{x - 2}{3} \end{array} \right\} \quad (1,5 \text{ pt.})$$



6. Un cliente tiene 5.000 € para realizar una inversión a un plazo de **10 años**.

- a) Calcula el **interés simple** anual que le ofrece un banco A para que el **capital final** alcance los 6.000 € en ese tiempo. (0,75 pt.)
- b) Calcula el **capital final** si el banco B le ofrece un **interés compuesto** al 1,9 % anual. (0,75 pt.)



7. **Resuelve y clasifica** el siguiente **sistema lineal** utilizando el **método de reducción de Gauss**:

$$\left. \begin{array}{l} 2x - y + z = 3 \\ 3x + y - z = -3 \\ x - 3y + 3z = 9 \end{array} \right\} \quad (1,5 \text{ pt.})$$



Complementario:

- Un cliente ingresa 10.000 € en una cuenta bancaria al 3 % de **interés compuesto** con capitalización anual. ¿**Cuántos años** debe dejar invertida esa cantidad para que el **saldo final** sea un 34,4 % superior al capital inicial? (1 pt.)

1. Dado el polinomio $P(x) = ax^3 - x^2 + bx - 10$, calcula a y b para que sea divisible por $x - 1$ y por $x + 2$. (1 pt.)

$$\text{Teorema del resto: } \left. \begin{array}{l} P(1) = 0 \Rightarrow a - 1 + b - 10 = 0 \\ P(-2) = 0 \Rightarrow -8a - 4 - 2b = 0 \end{array} \right\} \begin{array}{l} a + b = 11 \\ -8a - 2b = 14 \end{array} \right\} \div$$

$$\left. \begin{array}{l} a + b = 11 \\ -4a - b = 7 \end{array} \right\} + \Rightarrow -3a = 18 \Rightarrow a = -6 \Rightarrow b = 11 - a = 11 - (-6) \\ b = 17$$

2. Resuelve la siguiente ecuación exponencial:

$$3^{x+1} - 2 \cdot 3^x - 2 \cdot 3^{x-1} = 81 \quad \text{Aislamos } 3^x$$

$$3^x \cdot 3 - 2 \cdot 3^x - 2 \cdot 3^x \cdot 3^{-1} = 81 \quad \text{Cambio de variable } y = 3^x$$

$$3y - 2y - \frac{2y}{3} = 81 \Rightarrow y - \frac{2y}{3} = 81 = 3^4 \quad \text{Multiplico por 3}$$

$$3y - 2y = 3^4 \cdot 3 \Rightarrow y = 3^5 \quad \text{Deshacemos el cambio } y = 3^5 = 3^x \Rightarrow x = 5$$

3. Resuelve los siguientes ecuaciones no lineales:

a) $5 - \sqrt{x} = \sqrt{1 + 2x} \quad \text{Elevamos al cuadrado}$

$$(5 - \sqrt{x})^2 = 1 + 2x$$

$$25 + x - 10\sqrt{x} = 1 + 2x$$

$$25 + x - 2x - 1 = 10\sqrt{x}$$

$$24 - x = 10\sqrt{x} \quad \text{Elevamos al cuadrado}$$

$$576 + x^2 - 48x = 100x$$

$$x^2 - 148x + 576 = 0$$

$$x = \frac{148 \pm \sqrt{148^2 - 4 \cdot 1 \cdot 576}}{2}$$

$$x = \frac{148 \pm 140}{2} \begin{cases} 144 & \text{No válida} \\ 4 & \text{Válida} \end{cases}$$

b) $\left. \begin{array}{l} \frac{2^x}{2^y} = 2 \\ \log(x + y) - \log(x - y) = \log 5 \end{array} \right\} \begin{array}{l} 2^{x-y} = 2 \Rightarrow x - y = 1 \\ x = 1 + y, \text{ Sustituyo abajo} \end{array}$

$$\log(1 + y + y) - \log 1 = \log 5$$

$$\log(1 + 2y) = \log 5 \Rightarrow$$

$$1 + 2y = 5$$

$$2y = 5 - 1 = 4 \Rightarrow$$

$$y = 2$$

$$x = 1 + y = 1 + 2$$

$$x = 3$$

4. Resuelve la siguiente inecuación:

$$\frac{x^2 + 4x - 5}{x^2 - 2x - 8} \geq 0$$

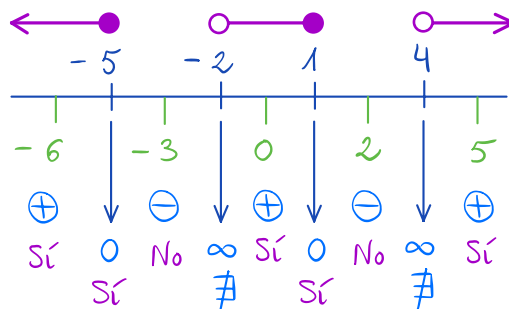
Buscamos los puntos críticos hallando los ceros del numerador y el denominador.

$$x^2 + 4x - 5 = 0$$

$$x = \frac{-4 \pm \sqrt{16 - 4 \cdot 1 \cdot (-5)}}{2} = \frac{-4 \pm 6}{2} \begin{matrix} -5 \\ 1 \end{matrix}$$

$$x^2 - 2x - 8 = 0$$

$$x = \frac{2 \pm \sqrt{4 - 4 \cdot 1 \cdot (-8)}}{2} = \frac{2 \pm 6}{2} \begin{matrix} 4 \\ -2 \end{matrix}$$



Solución $(-\infty, -5] \cup (-2, 1] \cup (4, +\infty)$

5. Resuelve el siguiente sistema de inecuaciones:

$$\begin{cases} 3x - 8 < 5x + 2 \\ x + \frac{1}{5} \leq \frac{x - 2}{3} \end{cases}$$

$$3x - 5x < 2 + 8$$

$$-2x < 10$$

$$x > -5 \Rightarrow$$

$$(-5, +\infty)$$

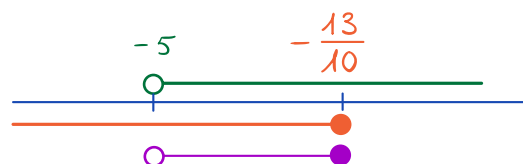
$$x - \frac{x - 2}{3} \leq -\frac{1}{5} \quad \cdot 15$$

$$15x - 5x + 10 \leq -3$$

$$10x \leq -13$$

$$x \leq -\frac{13}{10} \Rightarrow$$

$$\left(-\infty, -\frac{13}{10}\right]$$



La solución es la intersección: $(-5, +\infty) \cap \left(-\infty, -\frac{13}{10}\right] = \left(-5, -\frac{13}{10}\right]$

6. Un cliente tiene 5.000 € para realizar una inversión a un plazo de 10 años.

a) Calcula el **interés simple** anual que le ofrece un banco A para que el **capital final** alcance los 6.000 € en ese tiempo. (0,75 pt.)

b) Calcula el **capital final** si el banco B le ofrece un **interés compuesto** al 1,9 % anual. (0,75 pt.)

$$a) C_f = C_i \cdot (1 + r \cdot t) = 5000 (1 + r \cdot 10) = 6000 \text{ €}$$

$$1 + 10 \cdot r = \frac{6000}{5000} = \frac{6}{5} \Rightarrow r = \frac{\frac{6}{5} - 1}{10} = \frac{1}{50} = 0,02 \Rightarrow r\% = 2\%$$

$$b) C_f = C_i \cdot (1 + r)^t = 5000 \cdot (1 + 0,019)^{10} \simeq 6035,48 \text{ €}$$

7. Resuelve y clasifica el siguiente sistema lineal utilizando el método de reducción de Gauss:

$$\begin{cases} 2x - y + z = 3 \\ 3x + y - z = -3 \\ x - 3y + 3z = 9 \end{cases} \quad \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -3 & 3 & 9 \\ 2 & -1 & 1 & 3 \\ 3 & 1 & -1 & -3 \end{array} \right) = \quad (1,5 \text{ pt.})$$

reordeno $\nearrow$ $\uparrow F_2 \rightarrow F_2 - F_1$
 $F_3 \rightarrow F_3 - 3F_1$

$$= \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -3 & 3 & 9 \\ 0 & 5 & -5 & -15 \\ 0 & 10 & -10 & -30 \end{array} \right) \xrightarrow{\uparrow} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -3 & 3 & 9 \\ 0 & 5 & -5 & -15 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right)$$

$F_3 \rightarrow F_3 - 2F_2$

$0 \cdot z = 0 \Rightarrow z \in \mathbb{R}$ Sistema compatible indeterminado

$$5y - 5z = -15 \Rightarrow y = \frac{-15 + 5z}{5} = -3 + z$$

$$x - 3y + 3z = 9 \Rightarrow x - 3(-3 + z) + 3z = 9 \Rightarrow x + 9 - 3z + 3z = 9 \Rightarrow x = 0$$

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ -3 + z \\ z \in \mathbb{R} \end{pmatrix}$$



Complementario:

- Un cliente ingresa 10.000 € en una cuenta bancaria al 3% de **interés compuesto** con capitalización anual. ¿**Cuántos años** debe dejar invertida esa cantidad para que el **saldo final** sea un 34,4% superior al capital inicial? (1 pt)

Calculamos primero el incremento del capital inicial: $C_f = C_i \left(1 + \frac{x}{100} \right)$

$$C_f = 10.000 \cdot \left(1 + \frac{34,4}{100} \right) = 13.440 \text{ €} \quad , \text{ Ahora calculamos el tiempo necesario con interés compuesto:}$$

$$13.440 = C_i \cdot (1 + r)^t = 10.000 \cdot (1 + 0,03)^t$$

$$\frac{13440}{10000} = 1,03^t \Rightarrow \log \frac{13440}{10000} = t \cdot \log 1,03$$

$$t = \frac{\log \frac{13440}{10000}}{\log 1,03} \simeq 10 \text{ años}$$