

-  1. **Completa** el siguiente cuadro: (**Desarrollalo aparte**)

Conjunto de números reales	Intervalo	Entorno	Valor absoluto	
$\{x \in \mathbb{R} / -9 < 1 - x < 3\}$				(1 pt.)

-  2. **Factoriza** los siguientes **polinomios** ...

$$\left. \begin{array}{l} P(x) = x^3 + 8x^2 + 5x - 14 \\ Q(x) = x^3 + 5x^2 - 13x + 7 \end{array} \right\} \quad (2 \text{ pt.})$$

... y halla el **máximo común divisor** y el **mínimo común múltiplo** de ambos.

-  3. Dado el **polinomio** $P(x) = x^3 - ax^2 + 7x + b$, calcula **a** y **b** para que $P(x)$ sea divisible por $x - 5$ y para que el **resto** de dividir $P(x)$ por $x - 2$ sea 9. (1 pt.)

-  4. **Simplifica** al máximo la fracción algebraica: $\frac{x^2 + 3x + 2}{x^2 + x - 2}$ (1 pt.)

5. **Resuelve** las siguientes **ecuaciones**:

a) $3^{2x+2} + 3^{x+2} = 4$ (1 pt.)

 b) $\sqrt{2x-1} + \sqrt{x+4} = 6$ (1 pt.)

6. **Descompón la fracción**: $\frac{5x-3}{x^2-2x-3}$ (1 pt.)

-  7. **Resuelve y clasifica** el siguiente **sistema lineal** utilizando el **método de reducción de Gauss**:

$$\left. \begin{array}{l} -3x + y + z = 1 \\ x - 2y + z = 4 \\ -x + y - 3z = -7 \end{array} \right\} \quad (2 \text{ pt.})$$

 Complementario:

-  1. **Resuelve** el siguiente sistema de **ecuaciones no lineales**: (1 pt.)

$$\left. \begin{array}{l} \log x^2 + \log y^4 = 2 \\ \log x^3 - \log y = 1 \end{array} \right\}$$

1. Completa el siguiente cuadro: (Desarrollalo aparte)

Conjunto de números reales	Intervalo	Entorno	Valor absoluto	
$\{x \in \mathbb{R} / -9 < 1 - x < 3\}$				(1 pt.)

Conjunto $\{x \in \mathbb{R} / -9 < 1 - x < 3\}$

$$\begin{array}{c|c|c}
 \begin{array}{l}
 -9 < 1 - x \\
 -10 < -x \\
 10 > x \\
 x < 10
 \end{array}
 &
 \begin{array}{l}
 1 - x < 3 \\
 -x < 2 \\
 x > -2
 \end{array}
 &
 \begin{array}{l}
 -9 < 1 - x < 3 \quad (-1) \\
 -10 < -x < 2 \quad \cdot (-1) \\
 10 > x > -2 \\
 -2 < x < 10 \Rightarrow \text{Intervalo: } (-2, 10)
 \end{array}
 \end{array}$$

Intervalo $(-2, 10) \Rightarrow$ Conjunto $\{x \in \mathbb{R} / -2 < x < 10\}$

Entorno de centro $c = \frac{-2+10}{2} = 4$ y radio $r = \frac{|10-(-2)|}{2} = 6 \Rightarrow E(4, 6)$

En valor absoluto $|x - 4| < 6$

2. Factoriza los siguientes polinomios ...

$$\left. \begin{array}{l}
 P(x) = x^3 + 8x^2 + 5x - 14 \\
 Q(x) = x^3 + 5x^2 - 13x + 7
 \end{array} \right\} \text{ Buscamos raíces enteras por el método de Ruffini.}$$

... y halla el máximo común divisor y el mínimo común múltiplo de ambos.

$$\begin{array}{r|rrrr}
 1 & 1 & 8 & 5 & -14 \\
 & & 1 & 9 & 14 \\
 \hline
 & 1 & 9 & 14 & 0
 \end{array}$$

$$x^2 + 9x + 14 = 0$$

$$x = \frac{-9 \pm \sqrt{81 - 4 \cdot 1 \cdot 14}}{2}$$

$$x = \frac{-9 \pm \sqrt{25}}{2} = \frac{-9 \pm 5}{2} \begin{matrix} -2 \\ -7 \end{matrix}$$

$$P(x) = (x-1)(x+2)(x+7)$$

$$\begin{array}{r|rrrr}
 1 & 1 & 5 & -13 & 7 \\
 & & 1 & 6 & -7 \\
 \hline
 & 1 & 6 & -7 & 0
 \end{array}$$

$$x^2 + 6x - 7 = 0$$

$$x = \frac{-6 \pm \sqrt{36 - 4 \cdot 1 \cdot (-7)}}{2} = \frac{-6 \pm 8}{2} \begin{matrix} 1 \\ -7 \end{matrix}$$

$$Q(x) = (x-1)^2(x+7)$$

$$m.c.m. = (x-1)^2(x+2)(x+7)$$

$$m.c.d. = (x-1)(x+7)$$

3. Dado el polinomio $P(x) = x^3 - ax^2 + 7x + b$, calcula **a** y **b** para que $P(x)$ sea divisible por $x - 5$ y para que el **resto** de dividir $P(x)$ por $x - 2$ sea 9. (1 pt.)

$$\begin{aligned} P(5) &= 5^3 - a(5)^2 + 7 \cdot 5 + b = 0 \\ 125 - 25a + 35 + b &= 0 \\ 160 - 25a + b &= 0 \\ b &= 25a - 160 \quad [1] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} P(2) &= 2^3 - a \cdot 2^2 + 7 \cdot 2 + b = 9 \\ 8 - 4a + 14 + b &= 9 \\ b &= 4a - 13 \quad [2] \end{aligned}$$

$$[1] = [2]$$

$$25a - 160 = 4a - 13$$

$$21a = 147$$

$$a = \frac{147}{21} = 7$$

$$b = 4 \cdot 7 - 13 = 15$$

$$P(x) = x^3 - 7x^2 + 7x + 15$$

4. **Simplifica** al máximo la fracción algebraica: $\frac{x^2 + 3x + 2}{x^2 + x - 2}$ $\swarrow \searrow$ Hallamos las raíces

$$x^2 + 3x + 2 = 0 \Rightarrow x = \frac{-3 \pm \sqrt{3^2 - 4 \cdot 1 \cdot 2}}{2} = \frac{-3 \pm 1}{2} \begin{cases} -1 \\ -2 \end{cases}$$

$$x^2 + x - 2 = 0 \Rightarrow x = \frac{-1 \pm \sqrt{1^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-2)}}{2} = \frac{-1 \pm 3}{2} \begin{cases} 1 \\ -2 \end{cases}$$

$$\frac{x^2 + 3x + 2}{x^2 + x - 2} = \frac{(x+1) \cdot (x+2)}{(x-1) \cdot (x+2)} = \frac{x+1}{x-1}$$

5. **Resuelve** las siguientes ecuaciones:

a) $3^{2x+2} + 3^{x+2} = 4$

$$(3^x)^2 \cdot 3^2 + 3^x \cdot 3^2 = 4 \quad \text{Cambio } y = 3^x$$

$$9y^2 + 9y - 4 = 0$$

$$y = \frac{-9 \pm \sqrt{81 - 4 \cdot 9 \cdot (-4)}}{2} = \frac{-9 \pm \sqrt{225}}{2 \cdot 9} = \frac{-9 \pm 15}{18} \begin{cases} \frac{6}{18} = \frac{1}{3} \\ -\frac{24}{18} = -\frac{4}{3} \end{cases}$$

Deshacemos el cambio de variable

$$y = 3^x = \frac{1}{3} \Rightarrow 3^x = 3^{-1} \Rightarrow x = -1$$

$$y = 3^x = -\frac{4}{3} \Rightarrow \text{No existe}$$

b) $\sqrt{2x-1} + \sqrt{x+4} = 6$ Aísla una raíz

$\sqrt{2x-1} = 6 - \sqrt{x+4}$ Elevo al cuadrado

$(\sqrt{2x-1})^2 = (6 - \sqrt{x+4})^2$

$2x-1 = 36 - 12\sqrt{x+4} + x+4$ Aísla la raíz

$12\sqrt{x+4} = 41 - x$ Elevo al cuadrado

$(12\sqrt{x+4})^2 = (41-x)^2$

$144 \cdot (x+4) = 41^2 - 82x + x^2$

$x^2 - 82x - 144x + 1681 - 576 = 0$

$x^2 - 226x + 1105 = 0$

$$x = \frac{226 \pm \sqrt{226^2 - 4 \cdot 1 \cdot 1105}}{2} = \frac{226 \pm 216}{2} \begin{cases} 221 & \text{No válida} \\ 5 & \text{Válida} \end{cases}$$

6. Descompón la fracción: $\frac{5x-3}{x^2-2x-3} = \frac{A}{x-x_1} + \frac{B}{x-x_2}$ Como el denominador es de 2º grado, tiene 2 raíces. Descompón en 2 sumandos.

x_1 y x_2 son las raíces del polinomio x^2-2x-3 , Raíces del denominador

$x^2-2x-3 = 0 \Rightarrow x = \frac{2 \pm \sqrt{4-4 \cdot 1 \cdot (-3)}}{2} = \frac{2 \pm 4}{2} \begin{cases} 3 \\ -1 \end{cases}$

$\frac{5x-3}{x^2-2x-3} = \frac{A}{x-3} + \frac{B}{x+1}$

$\frac{5x-3}{x^2-2x-3} = \frac{A(x+1)+B(x-3)}{(x-3)(x+1)}$ Como $x^2-2x-3 = (x-3)(x+1)$

$5x-3 = A(x+1)+B(x-3)$, sustituimos las raíces:

Si $x = 3 \Rightarrow 5 \cdot 3 - 3 = A(3+1) + B(3-3) \Rightarrow 12 = 4A \Rightarrow A = 3$

Si $x = -1 \Rightarrow 5(-1) - 3 = A(-1+1) + B(-1-3) \Rightarrow -8 = -4B \Rightarrow B = 2$

$\frac{5x-3}{x^2-2x-3} = \frac{3}{x-3} + \frac{2}{x+1}$

7. Resuelve y clasifica el siguiente sistema lineal utilizando el método de reducción de Gauss:

$$\left. \begin{array}{l} -3x + y + z = 1 \\ x - 2y + z = 4 \\ -x + y - 3z = -7 \end{array} \right\} \text{reordeno} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -2 & 1 & 4 \\ -1 & 1 & -3 & -7 \\ -3 & 1 & 1 & 1 \end{array} \right) = (2 \text{ pt.})$$

$\uparrow F_2 \rightarrow F_2 + F_1$
 $F_3 \rightarrow F_3 + 3F_1$

$$= \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -2 & 1 & 4 \\ 0 & -1 & -2 & -3 \\ 0 & -5 & 4 & 13 \end{array} \right) \uparrow \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -2 & 1 & 4 \\ 0 & -1 & -2 & -3 \\ 0 & 0 & 14 & 28 \end{array} \right)$$

$F_3 \rightarrow F_3 - 5F_2$

$$14z = 28 \Rightarrow z = \frac{28}{14} = 2$$

$$-y - 2 \cdot 2 = -3$$

$$-y = 1 \Rightarrow y = -1$$

$$x - 2 \cdot (-1) + 2 = 4 \Rightarrow x = 0$$

Sistema compatible determinado

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}$$



Complementario:



1. Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones no lineales:

$$\left. \begin{array}{l} \log x^2 + \log y^4 = 2 \\ \log x^3 - \log y = 1 \end{array} \right\}$$

$$\left. \begin{array}{l} 2 \cdot \log x + 4 \cdot \log y = 2 \\ 3 \cdot \log x - \log y = 1 \end{array} \right\}$$

Cambio de variable $u = \log x$
 $v = \log y$

$$\begin{array}{l} 2u + 4v = 2 \\ 3u - v = 1 \end{array} \quad | \cdot 4$$

$$\begin{array}{l} 2u + 4v = 2 \\ 12u - 4v = 4 \end{array} \quad | +$$

$$14u = 6$$

$$u = \frac{6}{14} = \frac{3}{7}$$

$$u = \log x = \frac{3}{7} \Rightarrow x = 10^{3/7} = \sqrt[7]{10^3} \text{ válida}$$

$$v = 3u - 1 = 3 \cdot \frac{3}{7} - 1 = \frac{2}{7}$$

$$v = \log y = \frac{2}{7} \Rightarrow y = 10^{2/7} = \sqrt[7]{10^2} \text{ válida}$$